



论文

“快流形”湿斜压 Ertel-Rossby 不变量的导出及其在台风中的应用

杨帅^{①*}, 高守亭^①, 陈斌^②^① 中国科学院大气物理研究所云降水物理与强风暴实验室, 北京 100029;^② 中国气象科学研究院灾害天气国家重点实验室, 北京 100081

* E-mail: ys_ys@126.com

收稿日期: 2012-10-18; 接受日期: 2013-04-25; 网络版发表日期: 2013-11-05

国家重点基础研究发展计划(编号: 2009CB421505)、中国气象科学研究院灾害天气国家重点实验室开放课题(编号: 2012LASW-B02)和国家自然科学基金项目(批准号: 41105027, 40930950, 40805001)资助

摘要 位涡因在绝热无摩擦大气中具有守恒性而被当作一个较好的示踪物广泛的应用. 然而位涡本身, 对于大尺度“慢流形”更为有效. 因此, 需要寻找另外的守恒的不变量来描述速度和气压场等快速变化的强天气过程, 比如增长期和成熟的热带气旋. 本文将湿大气中的焓和熵引入绝对运动方程来消除气压梯度项, 并利用 Weber 变换和 Ertel 形式的连续方程, 推导了湿大气中的斜压 Ertel-Rossby 不变量, 并证明了其守恒性. 推得的湿斜压 Ertel-Rossby 不变量的表达式除了包含传统的位涡项, 它还包括气压梯度、位能和动能梯度项等能反映“快流形”特征的因子, 以及干 Ertel-Rossby 不变量所没有的湿度因子, 因此能更完善地描述湿过程中强天气现象快速变化的动力学特征. 通过个例分析, 与湿位涡和干大气中的 Ertel-Rossby 不变量相比, 这个守恒的不变量对于台风这类真实湿大气中快速变化的强天气过程是一个较好的诊断分析工具, 能表征几个共存台风组成的多台风系统的移动和强度变化. 湿 Ertel-Rossby 不变量在真实湿大气中有较为广泛的应用前景.

关键词湿 Ertel-Rossby 不变量
守恒
台风

由于在干绝热无摩擦大气中具有守恒性, 位涡概念自从提出(Rossby, 1936; Ertel, 1942)就被作为一个较好的示踪物. 然而对于真实的湿大气, 当有云发展有潜热释放时, 位涡不再守恒. 这时引入潜热释放的作用, 将相当位温代替位涡公式中的位温从而得出湿位涡, 其在湿绝热无摩擦大气中, 亦具有守恒性. 位涡和湿位涡广泛应用于研究天气系统的生成和发展, 比如雨带、斜压稳定性、热带外气旋、锋和急流

等(Shapiro, 1974; Thorpe, 1985, 1990; Hoskins 和 Berrisford, 1988; Robinson, 1989; Hertenstein 和 Schubert, 1991; Davis 和 Emanuel, 1991; Xu, 1992; Montgomery 和 Farrell, 1993; Cao 和 Cho, 1995; 吴国雄等, 1995; 刘还珠和张绍晴, 1996; Cho 和 Cao, 1998; 李英和段旭, 2000; 寿绍文等, 2001; Gao 等, 2002; Cao 和 Zhang, 2005). 然而, 位涡对于“慢流形”和在大尺度条件下, 更为有效. 此时, 位涡方程对于描述

中文引用格式: 杨帅, 高守亭, 陈斌. “快流形”湿斜压 Ertel-Rossby 不变量的导出及其在台风中的应用. 中国科学: 地球科学, 2013, 43: 1788–1796

英文引用格式: Yang S, Gao S T, Chen B. The derivation of moist baroclinic Ertel-Rossby invariant in “fast-manifold” and its application to typhoons. Science China: Earth Sciences, 2013, doi: 10.1007/s11430-013-4761-8

大气运动方程是一个较好的近似(Hoskins 等, 1985). 所谓“慢流形”, 可近似认为重力波和惯性重力波被滤掉, 这种假设条件下, 位涡抓住的只有非重力波部分的动力信息. 然而, 对于台风等强天气, 气压梯度和浮力等变化迅速, “慢流形”的平衡条件被破坏; 而且, 热带气旋多形成于热带, Gao 等(2005, 2007)指出在热带地区位涡不适合于诊断热带对流云的发展, 不适合于分析二维热带模式资料, 因为对于二维近赤道环流它的值接近为零. 所以, 需要寻找其他的“快流形”不变量来描述斜压大气中这类物理量快速变化的强天气过程.

在 Ertel 等(1949)的正压 Ertel-Rossby 不变量的基础上, Zdunkowski 等(2003)得到干大气中的斜压 Ertel-Rossby 不变量(baroclinic Ertel-Rossby Invariant in dry flow, 简记为干 ERI), 它不仅描述了慢变流的性质, 而且包含可描述流体快速变化的动力信息. 然而对于台风等强天气, 湿度效应不可忽视, 因此本文参考 Zdunkowski 等的方法, 从拉格朗日连续方程和绝对运动方程出发, 运用 Weber 变换, 推导出湿大气中的斜压 Ertel-Rossby 不变量(baroclinic Ertel-Rossby Invariant in moist flow, 简记为湿 ERI), 并证明了其守恒性. 它的表达式中不仅包含传统的湿位涡项, 而且包括气压梯度项、动能与位能的梯度等新项, 这些新项不同于位涡, 可反映快变流的性质. 而且, 不同于干 ERI, 湿度因子显式出现在湿 ERI 中. 因此相对于在大尺度“慢流形”更为有效的位涡或湿位涡, 湿 ERI 更完整的描述了真实湿大气中具有快速变化的“快流形”强天气过程. 本文在湿 ERI 的导出以及守恒性的证明之后, 将推导的湿 ERI 应用于台风的诊断分析, 并与湿位涡、干 ERI 进行对比, 来验证湿 ERI 在实际个例中的应用能力.

1 理论推导

1.1 湿斜压 Ertel-Rossby 不变量的导出和它的物理解释

根据相当位温的定义 $\theta_e = \theta \exp\left(\frac{Lq_s}{C_p T}\right)$, 微分运

算后, 又通过量纲分析, 得出:

$$\frac{1}{\theta_e} \nabla \theta_e = \frac{1}{\theta} \nabla \theta + \frac{1}{C_p T} \nabla (Lq_s), \quad (1)$$

式中, θ (K), q_s (kg/kg) 和 T (K) 分别为位温, 饱和比湿和绝对温度, C_p 是空气的定压比热, L 是单位质量水汽的凝结潜热, 而且这里使用了关系 $O\left(\frac{1}{T} \Delta T\right) \ll O\left(\frac{1}{q_s} \Delta q_s\right)$.

引入湿熵 ($s_m = C_p \ln \theta_e$) 和湿焓 ($h_m = C_p T + Lq_s$), 并结合(1)式, 有下面的关系: $-\alpha \nabla p = T \nabla s_m - \nabla h_m$, 这里 p 是气压, α 是比容. 将得出的用湿熵和湿焓表示的气压梯度项代入下面的绝对运动方程:

$$\frac{d\mathbf{v}_A}{dt} = -\nabla \phi_a - \alpha \nabla p. \quad (2)$$

式中, $\mathbf{v}_A = \mathbf{v} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}$ 是绝对速度矢量, $\mathbf{v}$ 是相对速度矢量, $\boldsymbol{\Omega}$ 是地球自转角速度, $\mathbf{r}$ 是地球半径, 位势梯度 $\nabla \phi_a = g\mathbf{k}$, g 是重力加速度.

这样, 通过引入湿熵和湿焓来消去气压梯度项, 方程(2)变为

$$\frac{d\mathbf{v}_A}{dt} = -\nabla(\phi_a + h_m) + T \nabla s_m. \quad (3)$$

Zdunkowski 等(2003)从干大气中的绝对运动方程出发, 得出了干大气中绝对速度矢量以及干 ERI 的表达式. 经过相似的推导, 从湿大气中的绝对运动方程(3)出发, 也可以得出湿 Ertel-Rossby 不变量. 为了便于读者理解, 这里给出湿大气中详细的推导过程.

经过笛卡儿坐标到拉格朗日坐标的转换, 绝对运动方程(3)展开为分量形式如下:

$$\left(\frac{\partial^2 \mathbf{x}^k}{\partial t^2}\right)_L = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}^k}(\phi_a + h_m) + T \frac{\partial s_m}{\partial \mathbf{x}^k}, \quad k=1, 2, 3 \quad (4)$$

这里下标 L 代表拉格朗日坐标系. 上式两边同乘以 $\partial \mathbf{x}^k / \partial a^i$, 并对 k 遍历求和, 得出:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathbf{x}^n}{\partial a^i} \frac{\partial \mathbf{x}^n}{\partial t} \right)_L = \frac{\partial L_{Am}}{\partial a^i} + T \frac{\partial s_m}{\partial a^i}. \quad (5)$$

这里 $L_{Am} = \frac{\mathbf{v}_A^2}{2} - \phi_a - h_m$, $\frac{\partial}{\partial a^i} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \mathbf{x}^n}{\partial t} \frac{\partial \mathbf{x}^n}{\partial t} \right)_L = \frac{\partial}{\partial a^i} \left(\frac{\mathbf{v}_A^2}{2} \right)$.

对于湿等熵流 ($\dot{s}_m = 0$), 对方程(5)进行时间积分, 得到下面的表达式:

$$\left(\frac{\partial \mathbf{x}^n}{\partial a^i} \frac{\partial \mathbf{x}^n}{\partial t} \right)_{L,t} = \left(\frac{\partial \mathbf{x}^i}{\partial t} \right)_{t=0} + \frac{\partial W_{Am}}{\partial a^i} + \beta \frac{\partial s_m}{\partial a^i}. \quad (6)$$

这里 $\beta = \int_0^t T dt$, $W_{Am} = \int_0^t L_{Am} dt$. 而且列举坐标不随时间改变 ($\dot{a}^i = 0$). 在初始时刻 ($t = 0$), 拉格朗日与

欧拉坐标一致, 因此在方程(6)的推导中用到了下面的关系: $\left(\frac{\partial x^n}{\partial a^i} \frac{\partial x^n}{\partial t}\right)_{t=0} = \left(\frac{\partial x^n}{\partial x^i} \frac{\partial x^n}{\partial t}\right)_{t=0} = \left(\delta_i^n \frac{\partial x^n}{\partial t}\right)_{t=0} =$

$$\left(\frac{\partial x^i}{\partial t}\right)_{t=0} = (u_A^i)_{t=0}, \quad \text{并且 Kronecker delta 函数}$$

$$\delta_i^n = \begin{cases} 1, & i = n \\ 0, & i \neq n \end{cases}$$

令方程(6)中的 $i = r$, 两边同乘以 $(\partial a^r / \partial x^k)$, 对 r 遍历求和, 又回到 x^i 系:

$$\left(\frac{\partial a^r}{\partial x^k} \frac{\partial x^n}{\partial a^r} \frac{\partial x^n}{\partial t}\right)_{L,t} = \frac{\partial a^r}{\partial x^k} \left(\frac{\partial x^n}{\partial t}\right)_{t=0} + \frac{\partial a^r}{\partial x^k} \frac{\partial W_{Am}}{\partial a^r} + \beta \frac{\partial a^r}{\partial x^k} \frac{\partial s_m}{\partial a^r}. \quad (7)$$

$$(7) \text{ 式的左边 } \left(\frac{\partial a^r}{\partial x^k} \frac{\partial x^n}{\partial a^r} \frac{\partial x^n}{\partial t}\right)_{L,t} = \left(\frac{\partial x^n}{\partial x^k} \frac{\partial x^n}{\partial t}\right)_{L,t} =$$

$$\left(\delta_k^n \frac{\partial x^n}{\partial t}\right)_{L,t} = \left(\frac{\partial x^k}{\partial t}\right)_{L,t}, \quad \text{因此(7)式变为}$$

$$\left(\frac{\partial x^k}{\partial t}\right)_L = \frac{\partial a^n}{\partial x^k} \left(\frac{\partial x^n}{\partial t}\right)_{t=0} + \frac{\partial W_{Am}}{\partial x^k} + \beta \frac{\partial s_m}{\partial x^k}, \quad k=1, 2, 3 \quad (8)$$

令 $k=1, 2, 3$, 方程(8)的各个分量方程分别乘以单位矢量 $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$, 并将得到的3个方程相加, 得出绝对速度的表达式:

$$\mathbf{v}_A = u_{A_0} \nabla a^1 + v_{A_0} \nabla a^2 + w_{A_0} \nabla a^3 + \nabla W_{Am} + \beta \nabla s_m. \quad (9)$$

这里 $\nabla a^k = \mathbf{i} \frac{\partial a^k}{\partial x^1} + \mathbf{j} \frac{\partial a^k}{\partial x^2} + \mathbf{k} \frac{\partial a^k}{\partial x^3}$, $\mathbf{v}_A = \mathbf{i} u_A + \mathbf{j} v_A + \mathbf{k} w_A$,

$$\left(\frac{\partial x^1}{\partial t}\right)_L = u_A, \quad \left(\frac{\partial x^2}{\partial t}\right)_L = v_A, \quad \left(\frac{\partial x^3}{\partial t}\right)_L = w_A, \quad \text{下标 } 0 \text{ 表}$$

示 $t=0$ 时的值, 符号 $d() / dt = (')$. $\dot{u}_{A_0} = 0, \quad \dot{v}_{A_0} = 0, \quad \dot{w}_{A_0} = 0, \quad \dot{a}^1 = 0, \quad \dot{a}^2 = 0, \quad \dot{a}^3 = 0.$

由(9)式, 定义广义动量 $\mathbf{B}_A$ 及其旋度:

$$\mathbf{B}_A = \mathbf{v}_A - \nabla W_{Am} - \beta \nabla s_m \Rightarrow \quad (10a)$$

$$\nabla \times \mathbf{B}_A = \nabla \times \mathbf{v}_A - \nabla \beta \times \nabla s_m \quad (10b)$$

表达式 $\psi_{ER} = \alpha \mathbf{B}_A \cdot \nabla \times \mathbf{B}_A$ 即湿大气中的斜压 Ertel-Rossby 不变量.

根据 ψ_{ER} 的表达式, 湿斜压 Ertel-Rossby 不变量由哪些分量组成呢? 通过展开 ψ_{ER} 表达式, 来给出各个组成部分的物理解释. 首先, 由方程(10), 将 ψ_{ER}

展开为

$$\psi_{ER} = \alpha (\mathbf{v}_A - \nabla W_{Am} - \beta \nabla s_m) \cdot (\nabla \times \mathbf{v}_A - \nabla \beta \times \nabla s_m) = \text{Terma} + \text{Termb} + \text{Termc}. \quad (11)$$

这里, $\text{Terma} = \alpha \mathbf{v}_A \cdot (\nabla \times \mathbf{v}_A - \nabla \beta \times \nabla s_m),$

$$\text{Termb} = -\alpha \nabla W_{Am} \cdot (\nabla \times \mathbf{v}_A - \nabla \beta \times \nabla s_m),$$

$$\text{Termc} = -\alpha \beta \nabla s_m \cdot (\nabla \times \mathbf{v}_A - \nabla \beta \times \nabla s_m).$$

可见, 湿斜压 Ertel-Rossby 不变量由三部分组成, 每一部分都包含广义涡度 $(\nabla \times \mathbf{v}_A - \nabla \beta \times \nabla s_m)$, 这里 $\nabla \beta \times \nabla s_m$ 代表斜压效应. Terma 项表示湿斜压大气中的广义螺旋度, Termb 包含动能梯度、位能梯度以及气压梯度效应, $\text{Termc} = -\alpha \beta \nabla s_m \cdot (\nabla \times \mathbf{v}_A)$ 即为传统的湿位涡效应项 (传统的湿位涡表达式为 $\alpha \nabla \theta_e \cdot (\nabla \times \mathbf{v}_A)$, 两者相差一系数 $-\beta C_p / \theta_e$), 这三项将在下面的第 2 部分通过实际个例计算结果来对比他们的相对重要性.

1.2 湿斜压 Ertel-Rossby 不变量的守恒性和物理解释

根据上面给出的 ψ_{ER} 表达式, 本小节将从连续方程的 Ertel 形式出发, 给出湿斜压 Ertel-Rossby 不变量守恒性的证明. 连续方程的 Ertel 形式(Ertel, 1960), 是由连续方程的一般形式 $\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v}_A = 0$ 出发推得的.

经过从笛卡儿坐标到广义坐标的转化, 并用比容 α 代替密度 ρ , 执行微分运算, 连续方程的一般形式可写为

$$\frac{d}{dt} [\alpha J_x(q^1, q^2, q^3)] = \alpha J_x(q^1, q^2, q^3) \frac{\partial \dot{q}^n}{\partial q^n}, \quad \text{这里}$$

$J_x(q^1, q^2, q^3) = \text{Det}(\partial q^j / \partial x^i)$. 借助矩阵 $(\partial q^j / \partial x^i)$ 的伴随矩阵 M_i^j , 经过一系列的变形和转化, 可得到 (Zdunkowski 和 Bott, 2003)

$$\frac{d}{dt} [\alpha J_x(q^1, q^2, q^3)] = \alpha [J_x(\dot{q}^1, q^2, q^3) + J_x(q^1, \dot{q}^2, q^3) + J_x(q^1, q^2, \dot{q}^3)]. \quad (12)$$

这里所有的空间导数都是关于笛卡儿坐标系的. 方程(12)就是连续方程的 Ertel 形式(Ertel, 1960). 若 $\psi^i (i=1, 2, 3)$ 取为任意的守恒量(不变量)时, 将 ψ^i 代入连续方程(12), 这时连续方程的这种形式发挥其最大优势. 因为 ψ^i 是任意的守恒的场函数时, 满足

$\frac{d\psi^i}{dt} = \dot{\psi}^i = 0$, 方程 (12) 的左边等于 $\frac{d}{dt}[\alpha J_x(\psi^1, \psi^2, \psi^3)] = \frac{d}{dt}(\alpha \nabla \psi^1 \cdot \nabla \psi^2 \times \nabla \psi^3)$, 方程 (12) 的右边等于零. 则有

$$\frac{d}{dt}[\alpha J_x(\psi^1, \psi^2, \psi^3)] = \frac{d}{dt}(\alpha \nabla \psi^1 \cdot \nabla \psi^2 \times \nabla \psi^3) = 0. \quad (13)$$

由方程 (9), 方程 (10a) 可被简单表达为

$$\mathbf{B}_A = u_{A_0} \nabla a^1 + v_{A_0} \nabla a^2 + w_{A_0} \nabla a^3 \Rightarrow \quad (14a)$$

$$\nabla \times \mathbf{B}_A = \nabla u_{A_0} \times \nabla a^1 + \nabla v_{A_0} \times \nabla a^2 + \nabla w_{A_0} \times \nabla a^3. \quad (14b)$$

结合上面的 (12), (13) 和 (14) 式, 有

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}[\psi_{ER}] &= \frac{d}{dt}(\alpha \mathbf{B}_A \cdot \nabla \times \mathbf{B}_A) \\ &= \frac{d}{dt}[\alpha(u_{A_0} \nabla a^1 + v_{A_0} \nabla a^2 + w_{A_0} \nabla a^3) \\ &\quad \cdot (\nabla u_{A_0} \times \nabla a^1 + \nabla v_{A_0} \times \nabla a^2 + \nabla w_{A_0} \times \nabla a^3)]. \quad (15) \end{aligned}$$

因为

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt}[\alpha(u_{A_0} \nabla a^1) \cdot (\nabla v_{A_0} \times \nabla a^2)] \\ &= \frac{d}{dt}[\alpha u_{A_0} J_x(a^1, v_{A_0}, a^2)] \\ &= \alpha u_{A_0} J_x(\dot{a}^1, v_{A_0}, a^2) + \alpha u_{A_0} J_x(a^1, \dot{v}_{A_0}, a^2) \\ &\quad + \alpha u_{A_0} J_x(a^1, v_{A_0}, \dot{a}^2) = 0, \end{aligned}$$

相似的, (15) 式右端其余各项也等于零, 因此方程 (15) 变为下面的形式:

$$\frac{d}{dt}[\psi_{ER}] = \frac{d}{dt}(\alpha \mathbf{B}_A \cdot \nabla \times \mathbf{B}_A) = 0. \quad (16)$$

即, ψ_{ER} 在湿大气中是一个守恒的不变量. 下一小节, 将通过实际台风个例对湿 ERI 不变量进行分析.

2 个例分析

由于几个台风的相互作用, 多台风系统的研究变得更为复杂. 这里选取了一个发生在 2006 年的三台风系统进行个例分析. 2006 年 8 月, 三个台风“桑美”、“玛利亚”和“宝霞”同时并存, 形成了“三旋共舞”的局面. 三台风逐步向我国沿海靠近, 陆续影响我国东南沿海大部地区. “桑美”(寿命: 8 月 5 日 12 时~11 日 21 时, 世界时, 下同)生成于 (146.4°E, 11.9°N) 的西太平洋面上, 之后西北向移动, 并于 8 月 10 日 09:25

在浙江省苍南县沿海登陆, 登陆时最大风速 60 m s^{-1} . “宝霞”(寿命: 8 月 6 日 06 时至 10 日 14 时)生成于 (131.3°E, 21.9°N) 的西太平洋面上, 之后向西移动, 并于 8 月 8 日 20 时在台湾台东县附近沿海登陆, 登陆时最大风速 23 m s^{-1} . 不同于“桑美”和“宝霞”的路径, “玛利亚”(寿命: 8 月 5 日 12 时至 9 日 12 时)生成于 (145.3°E, 25.9°N) 的西太平洋面上, 之后向西北移动, 并于 8 月 8 日 00 时行至日本南部沿海时转为东北向移动. 三个台风之中, “桑美”历时最长 (约 6.5 天), 强度最大, 而且登陆中国大陆后继续西北向移动至内陆地区, 对中国造成最大影响. 三个台风共同靠近中国, 其外围云系带来持续暴雨, 对中国造成广泛影响.

以上描述的 2006 年影响中国的此三台风系统, 用来进行个例分析. 首先利用 NCEP 资料, 计算了对流层低层的干 ERI (图 1(a) 和 (b))、湿 ERI (图 1(c) 和 (d))、湿位涡 (图 1(e) 和 (f)), 并进行了对比分析 (图 1). 较之 Zdunkowski 等 (2003) 的干 ERI 表达式, 本文推导的湿 ERI 公式 (11) 包含了湿度效应. 对比干 ERI (图 1(a) 和 (b))、湿 ERI (图 1(c) 和 (d)) 的量值和分布来看, 两者区别很大, 说明湿度的作用比较关键. 8 月 8 日 12 时 (图 1(a), (c) 和 (e)), “桑美”位于 (131.4°E, 22.4°N) 的太平洋面上, 此时台风中心气压 970 hPa, 最大风速 35 m s^{-1} , “宝霞”位于台湾岛以东的 (122.7°E, 23.1°N), 强度为 (990 hPa, 20 m s^{-1}), 并向西移动继而登陆台湾, “玛利亚”位于日本以东的 (137.3°E, 33.8°N), 强度为 (980 hPa, 25 m s^{-1}), 三个台风呈三角形分布. 由图 1(a), 此时干 ERI 的异常大值区只覆盖了台风“玛利亚”, 对台风“桑美”和“宝霞”并无表征. 而增加了湿度效应的湿 ERI (图 1(c)), 在三个台风中心有明显的湿 ERI 异常的强信号 (阴影区), 而且此时最强的台风“桑美”对应最大的湿 ERI 异常. 作为对比, 也计算了湿位涡场 (图 1(e)), 与 8 日 12 时的湿 ERI 比较发现 (图 1(c)), 正湿位涡异常大值区只覆盖了台风“玛利亚”, 台风“桑美”和“宝霞”附近及其西北部有大片的负位涡异常.

至 9 日 12 时 (图 1(b), (d) 和 (f)), 三个强台风演变为两强 (“桑美”和“玛利亚”) 一弱 (“宝霞”) 的局面. 首先, 三个湿 ERI 异常中心也相应的演变为两强一弱 (图 1(d)), 并随着多台风系统的移动而移动; 其次, 强度也跟着变化, 例如台风“桑美”增强 (920 hPa, 60 m s^{-1}), 附近的湿 ERI 的信号随之增强, 台风“宝霞”

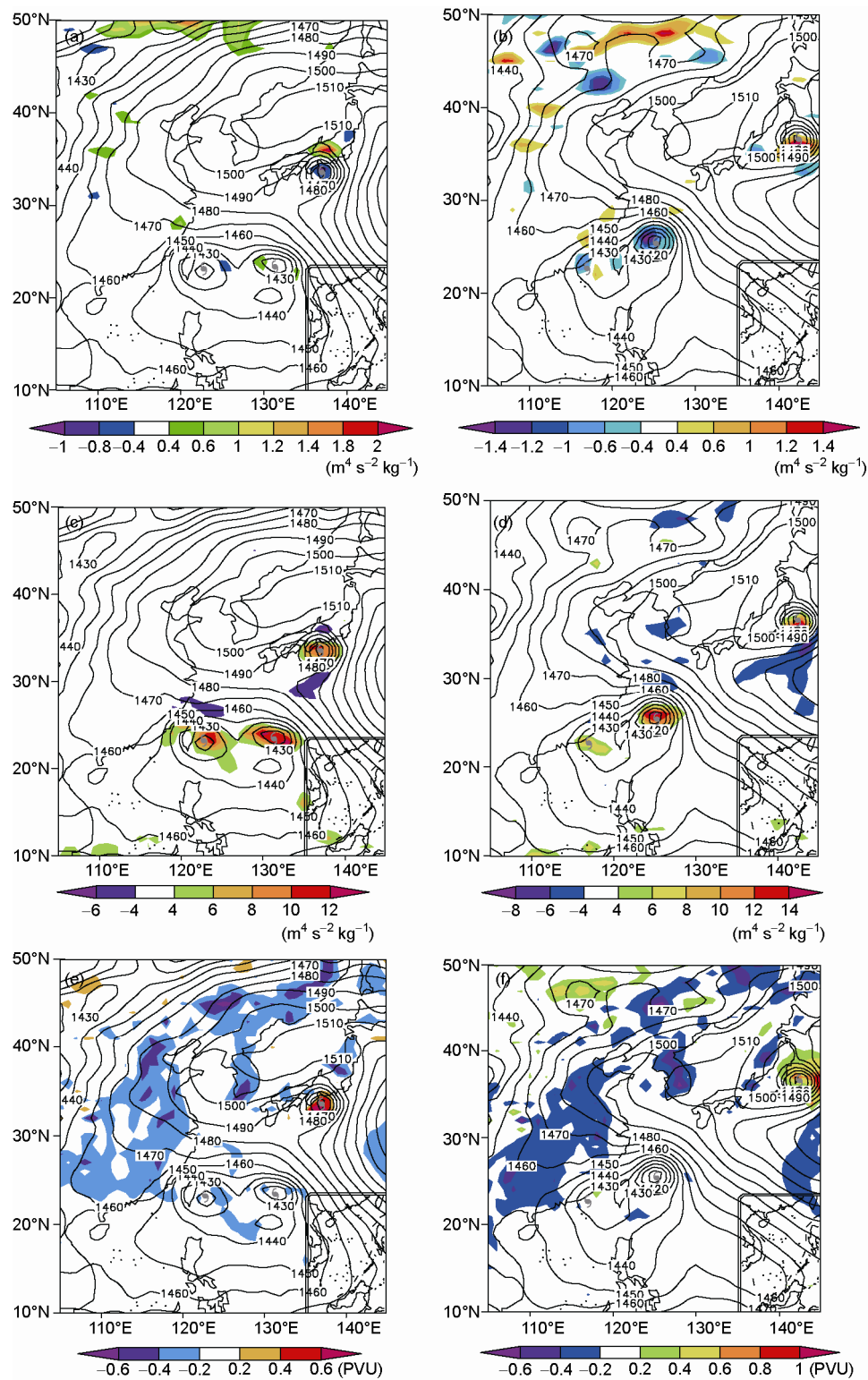


图1 干 ERI、湿 ERI、湿位涡与位势高度于 2006 年 8 月在 850 hPa 上的水平分布

(a) 干 ERI 在 8 日 12 时; (b) 干 ERI 在 9 日 12 时; (c) 湿 ERI 在 8 日 12 时; (d) 湿 ERI 在 9 日 12 时; (e) 湿位涡在 8 日 12 时; (f) 湿位涡在 9 日 12 时. 等值线示位势高度, 单位: dgpm

移至靠近广东以东的洋面, 强度大幅减弱(998 hPa, 16 m s^{-1}), “宝霞”附近的湿 ERI 信号随之减弱, 而且此时最强的台风“桑美”仍然对应最大的湿 ERI 异常. 干 ERI 和湿位涡异常零散分布(图 1(b)和(f)), 虽然三个台风附近有干 ERI 异常的信号(图 1(b)), 以及台风“玛利亚”中心有较强的正位涡异常(图 1(f)), 但在 40°N 以北亦有较强的干 ERI 异常和正位涡异常的干扰信号. 对比 850 hPa 的分析发现, 较之于干 ERI 和湿位涡, 湿 ERI 可较好的诊断台风的位置和强度, 它的异常值集中在台风中心附近, 并能表征几个共存的台风强度的相对变化.

对于对流层中、高层, 分别选取 500 和 200 hPa 为代表进行了分析. 在 500 hPa 层(图 2), 湿 ERI 对发展至 500 hPa 的台风“宝霞”(位于台湾岛以东洋面)和“玛利亚”(位于日本以东)均有表征(图 2(b)), 干 ERI(图 2(a))和湿位涡(图 2(c))只在较强的台风“玛利亚”处有信号而在“宝霞”中心并无大值异常, 而且湿位涡在 30°N 以北的中高纬度地区有大片的正位涡异常. 到了 200 hPa 层(图略), 湿 ERI 和干 ERI 对于发展至 200 hPa 的“玛利亚”, 在其周边(137.3°E , 33.8°N)附近地区有负值异常, 而另外两个台风并未发展至高对流层. 所以综上分析, 湿 ERI 在对流层

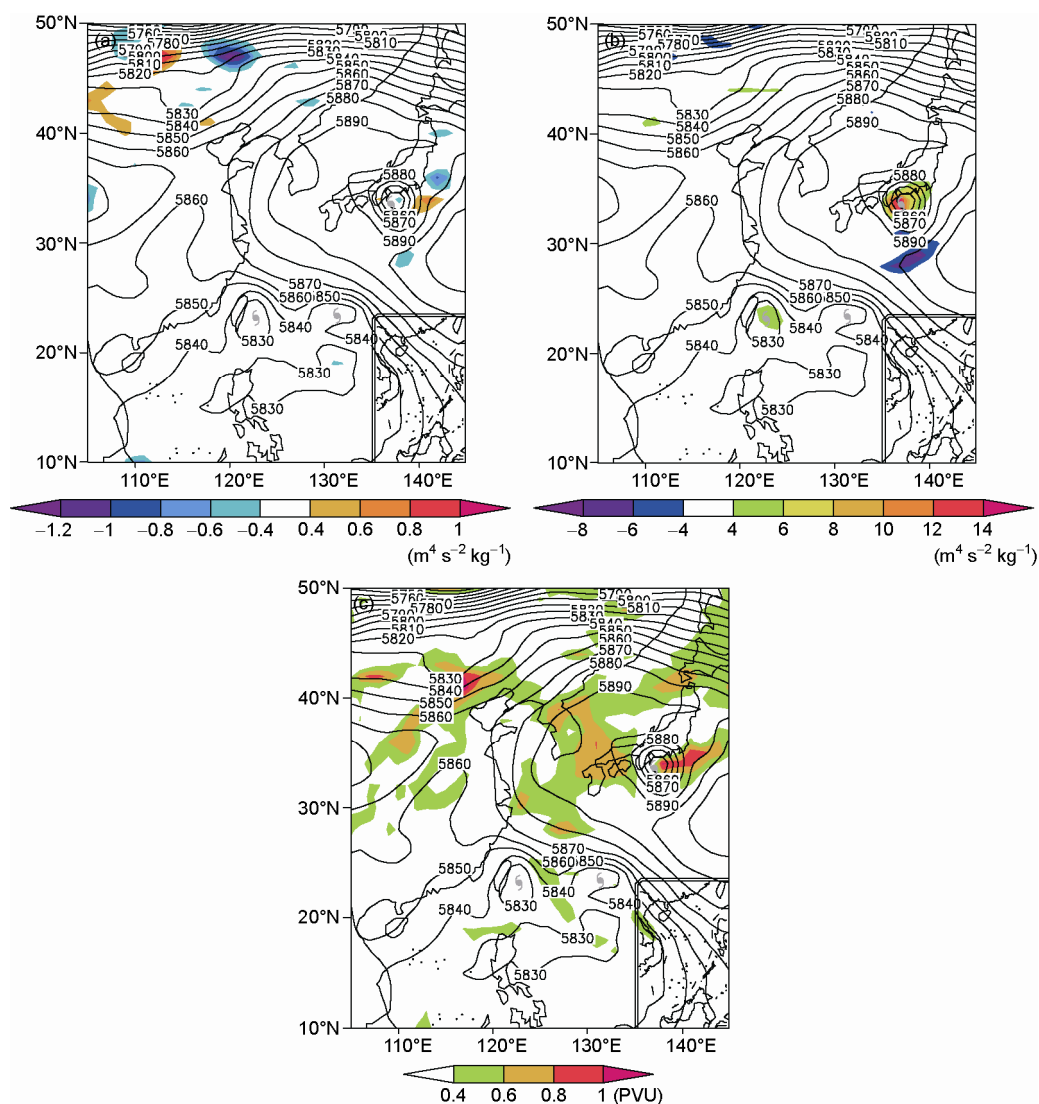


图 2 干 ERI(a)、湿 ERI(b)、湿位涡(c)与位势高度于 2006 年 8 月 8 日 12 时在 500 hPa 上的水平分布
等值线示位势高度, 单位: dgpm

中、低层对台风的追踪均优于干 ERI 和湿位涡, 而在本文中, 由于三个台风中只有两个发展至 500 hPa, 所以本文只给出了低、中对流层湿 ERI、干 ERI 及湿位涡的对比分析图。

图 3 是干 ERI(a)、湿 ERI(b)和湿位涡(c)于 2006 年 8 月 8 日 12 时沿着 23°N 的纬向垂直剖面图。由于三个台风呈三角形分布, 这里只沿着较低纬度的两个台风“桑美”和“宝霞”中心附近做了纬向垂直剖面。分析发现, 虽然两个台风中心附近有垂直向上伸展的正、负干 ERI 异常信号(图 3(a)), 以及垂直下伸的正位涡信号(图 3(c)), 但其极值零散分布在高层的 200 hPa 以上区域; 而湿 ERI 异常区则在两个台风中心上方垂直向上伸展(图 3(b)), 大值区清晰, 无干扰信号。综合的分析, 湿 ERI 可较好的追踪多台风系统中几个共存台风的移动和强度变化, 是一个较好的台风分析工具。

既然湿 ERI 可较好的诊断台风, 因此需要对它进行详细剖析。由方程(11), 它由三项组成, $term_a$, $term_b$ 和 $term_c$, 计算这三项发现(图 4(a)~(c)), 第一项

量级较小(图 4(a))。在台风中心附近, 反映“快流形”性质的方程(11)中的第二项($term_b$)(图 4(b)), 即气压梯度、动能梯度与位能梯度项, 占主导地位, 决定了湿 ERI 的分布与符号(图 4(b)和 1(c))。反映“慢流形”性质的第三项, 即传统的湿位涡项($term_c$), 比第二项要小的多。这说明在多台风系统中, “快流形”较之“慢流形”效应更为重要。因此, 仅用位涡或湿位涡不足以捕捉台风的快速移动和变化, 这也解释了在个例的对比分析中为何湿 ERI 优于湿位涡, 从理论分析和实际个例计算两方面突出了湿 ERI 的优势。

3 小结

本文将湿大气中的焓和熵引入绝对运动方程来消除气压梯度项, 从变形后的绝对运动方程出发, 并利用 Weber 变换和 Ertel 形式的连续方程, 重新推导和定义了湿大气中的斜压 Ertel-Rossby 不变量, 并证明了其守恒性。由推得的湿 ERI 表达式发现, 除了包含传统的位涡项, 它还包含气压梯度、位能和动能梯

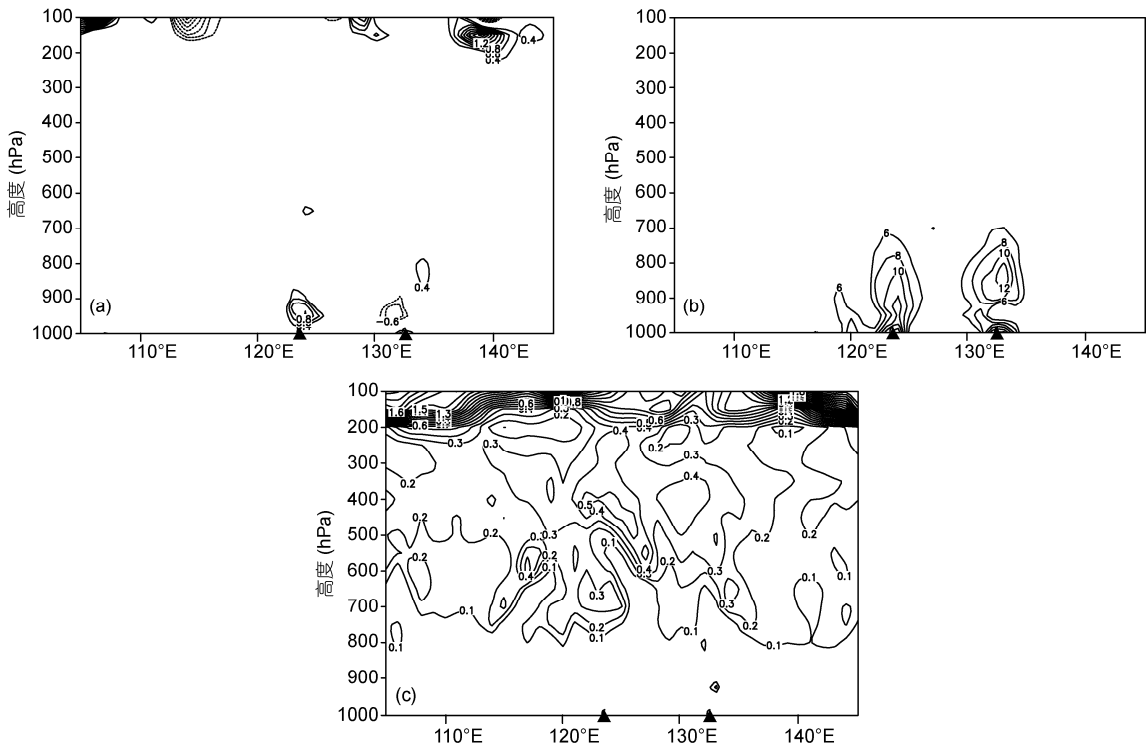


图 3 干 ERI($m^4 s^{-2} kg^{-1}$)(a)、湿 ERI($m^4 s^{-2} kg^{-1}$)(b)、湿位涡(PVU)(c)于 2006 年 8 月 8 日 12 时沿着 23°N 的纬向垂直剖面图
符号▲表示台风中心位置

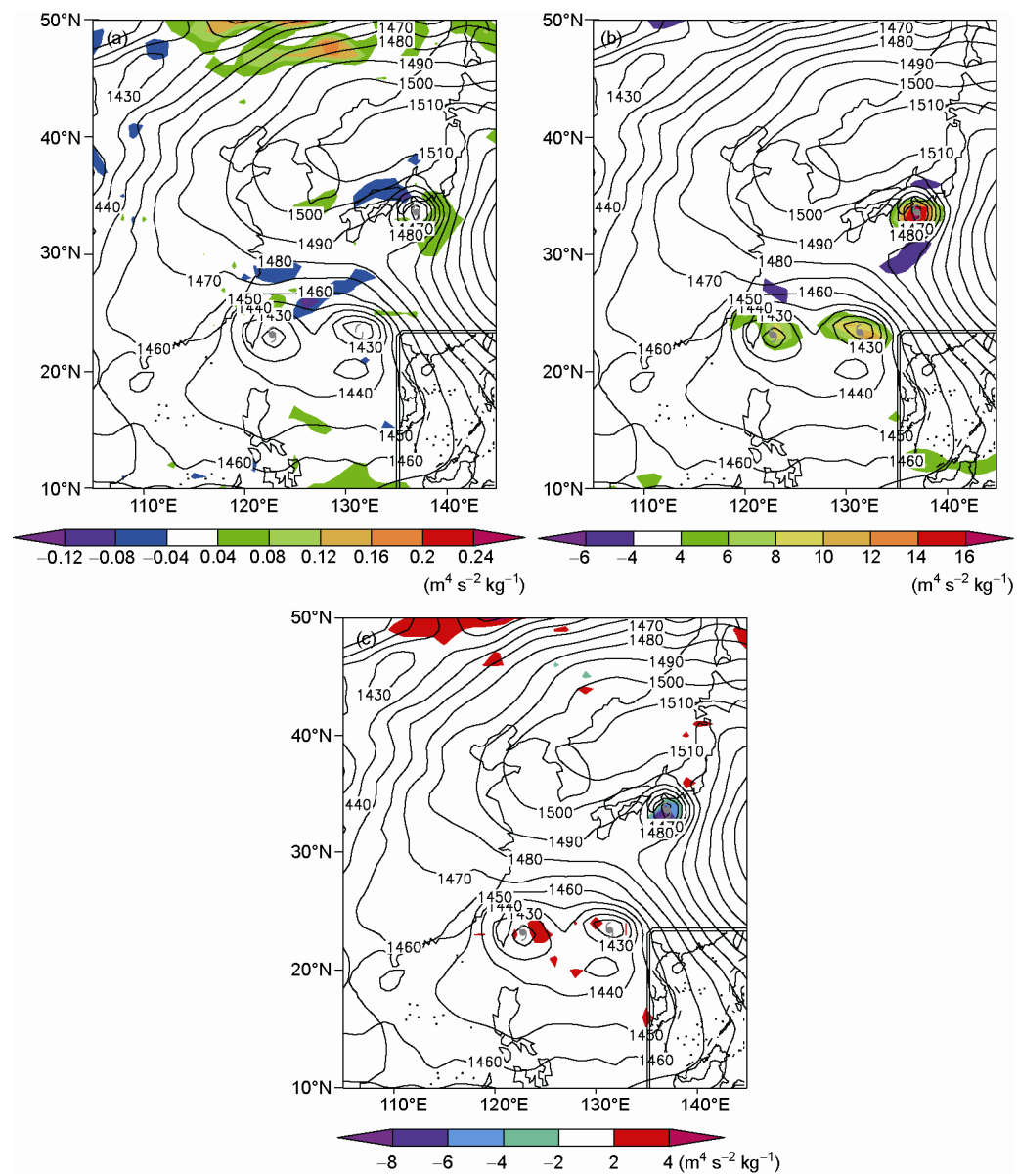


图 4 湿 ERI 方程(11)中各项与位势高度于 2006 年 8 月 8 日 12 时在 850 hPa 上的水平分布
(a) term a; (b) term b; (c) term c. 等值线示位势高度, 单位: dgpm

度等快速变化的因子以及水汽效应等因子, 因此能更完善的描述湿过程中强天气现象的“快流形”特征, 而传统的位涡或湿位涡对于大尺度的“慢流形”更为有效. 而且, 湿 ERI 包含水汽因子, 比干 ERI 在真实湿大气中有更为广泛的应用前景. 通过个例分析, 与湿位涡和干 ERI 相比, 这个守恒的不变量对于台风这类真实湿大气中的强天气过程是一个较好的诊断分

析工具. 进一步的计算分析表明, 在湿 ERI 中, 反映“快流形”性质的气压梯度、动能和位能梯度项起着决定性作用. 这也解释了为何只用位涡或湿位涡可能不足以捕捉台风. 从理论分析和实际个例计算, 突出了湿 ERI 在分析台风这类快速变化的强天气过程中的优势. 鉴于它的守恒性, 可以作为一个较好的示踪物来追踪台风.

参考文献

- 李英, 段旭. 2000. 湿位涡在云南冰雹天气分析中的应用. 应用气象学报, 11: 242–248
- 刘还珠, 张绍晴. 1996. 湿位涡与锋面强降水天气的三维结构. 应用气象学报, 7: 275–284
- 寿绍文, 李耀辉, 范可. 2001. 暴雨中尺度气旋发展的等熵面位涡分析. 气象学报, 59: 560–568
- 吴国雄, 蔡雅萍, 唐晓菁. 1995. 湿位涡和倾斜涡度发展. 气象学报, 53: 387–405
- Cao Z, Cho H. 1995. Generation of moist vorticity in extratropical cyclones. J Atmos Sci, 52: 3263–3281
- Cao Z H, Zhang D L. 2005. Sensitivity of cyclone tracks to the initial moisture distribution: A moist potential vorticity perspective. Adv Atmos Sci, 22: 807–830
- Cho H, Cao Z. 1998. Generation of moist vorticity in extratropical cyclones. Part II: Sensitivity to moisture distribution. J Atmos Sci, 55: 595–610
- Davis C A, Emanuel K A. 1991. Potential vorticity diagnostics of cyclogenesis. Mon Weather Rev, 119: 1929–1953
- Ertel H. 1942. Ein neuer hydrodynamischer wirbelsatz. Meteorol Z Braunschweigs, 6: 277–281
- Ertel H. 1960. Relacion entre la derivada individual y una cierta divergencia espacial en hidrodinamica. Gerlands Beitr Geophys, 69: 357–361
- Ertel H, Rossby C G. 1949. A new conservation-theorem of hydrodynamics. Pure Appl Geophys, 14: 189–193
- Gao S T, Cui X P, Zhou Y S, et al. 2005. A modeling study of moist and dynamic vorticity vectors associated with 2D tropical convection. J Geophys Res, 110: D17104
- Gao S T, Lei T, Zhou Y S. 2002. Moist potential vorticity anomaly with heat and mass forcings in torrential rain system. Chin Phys Lett, 19: 878–880
- Gao S T, Li X F, Tao W K, et al. 2007. Convective and moist vorticity vectors associated with tropical oceanic convection: A three-dimensional cloud-resolving model simulation. J Geophys Res, 112: D01105
- Hertenstein R F, Schubert W H. 1991. Potential vorticity anomalies associated with squall lines. Mon Weather Rev, 119: 1663–1672
- Hoskins B J, Berrisford P. 1988. A potential vorticity perspective of the storm of 15–16 October 1987. Mon Weather Rev, 43: 122–129
- Hoskins B J, McIntyre M E, Robertson A W. 1985. On the use and significations of isentropic potential-vorticity maps. Q J R Meteorol Soc, 111: 877–946
- Montgomery M T, Farrell B F. 1993. Tropical cyclone formation. J Atmos Sci, 50: 285–310
- Robinson W A. 1989. On the structure of potential vorticity in baroclinic instability. Tellus Ser A-Dyn Meteorol Oceanol, 41: 275–284
- Rossby C G. 1936. Dynamics of steady ocean currents in the light of experimental fluid mechanics. Papers Phys Oceanography and Meteorology, 5: 1–43
- Shapiro M A. 1974. A multiple structured frontal zone-jet stream system as revealed by meteorologically instrumented aircraft. Mon Weather Rev, 102: 244–253
- Thorpe A J. 1985. Diagnosis of balanced vortex structure using potential vorticity. J Atmos Sci, 42: 397–406
- Thorpe A J. 1990. Frontogenesis at the boundary between air masses of different potential vorticity. Q J R Meteorol Soc, 116: 561–572
- Xu Q. 1992. Formation and evolution of frontal rainbands and geostrophic potential vorticity anomalies. J Atmos Sci, 49: 629–648
- Zdunkowski W, Bott A. 2003. Dynamics of the Atmosphere: A Course in Theoretical Meteorology. Cambridge: Cambridge University Press. 717