

引用格式: 季刚, 余涛, 谭美. 基于马尔科夫过程的舰船维修船坞数量需求评估方法[J]. 中国舰船研究, 2022, 17(增刊 1): 37-42.

JI G, YU T, TAN M. Navy maintenance dock demand evaluation method based on Markov process[J]. Chinese Journal of Ship Research, 2022, 17(Supp 1): 37-42.

基于马尔科夫过程的舰船维修 船坞数量需求评估方法



扫码阅读全文

季刚¹, 余涛^{1,2}, 谭美^{*1}

1 武汉第二船舶设计研究所, 湖北 武汉 430205

2 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100091

摘要: [目的] 保障资源预测一直是舰船综合保障的重点和难点, 针对舰船维修船坞需求, 提出一种支持船坞数量需求评估的模型和方法。[方法] 基于马尔科夫过程, 通过分析舰船船坞使用系统的特征, 建立舰船维修船坞数量需求的马尔科夫数学模型和评价指标, 并通过案例分析验证评估方法的有效性。[结果] 案例分析表明, 评估模型较好反映了舰船维修需求和船坞数量对系统状态的影响, 评价指标反映的最优船坞数量与工程实际吻合性好。[结论] 研究表明, 提出的维修船坞数量需求评估模型能较好地反映物理过程和工程实际特点, 可为决策分析提供理论支持, 具有较好的实践意义。

关键词: 舰船装备; 保障; 船坞需求; 马尔科夫过程

中图分类号: U673.3

文献标志码: A

DOI: 10.19693/j.issn.1673-3185.02780

Navy maintenance dock demand evaluation method based on Markov process

JI Gang¹, YU Tao^{1,2}, TAN Mei^{*1}

1 Wuhan Second Ship Design and Research Institute, Wuhan 430205, China

2 School of Energy and Power Engineering, Beihang University, Beijing 100091, China

Abstract: [Objective] The prediction of supporting resources has always been a focus and difficulty of naval ship comprehensive support. In this paper, a prediction model and method are proposed for the support needs of naval ship maintenance docks. [Method] The Markov process is introduced and applied to the prediction of ship dock demand. By analyzing the system characteristics of ship dock use, a Markov forecasting model and evaluation index of dock demand are established, and the validity of the prediction method is verified by case analysis. [Results] The calculation example shows that the prediction model can better reflect the influence of ship maintenance intensity and the number of docks on the system state, and the optimal dock requirements reflected by the evaluation index are in good agreement with the actual engineering. [Conclusion] The prediction model of ship repair dock demand proposed in this paper can better reflect the physical process and engineering practice, and provide theoretical support for decision analysis, giving it good practical significance.

Key words: warship equipment; maintenance; dock demand; Markov process

0 引言

随着当前各国对海洋权益的重视和海运事业的发展, 未来一段时间内舰船数量将呈现井喷式增长, 科学合理地规划保障资源尤为重要^[1]。船

坞是舰船维修保障资源的主要内容, 是实施舰船维修的重要场所, 所有计划维修、重要的临抢修以及水线以下的维修作业, 均需要安排在船坞内进行^[2]。船坞的规划与建设需综合考虑选址、潮位、进出航道、配套设施、维修需求、安全保密以

收稿日期: 2022-01-20

修回日期: 2022-08-12

网络首发时间: 2023-01-02 15:08

作者简介: 季刚, 男, 1983年生, 硕士, 高级工程师

余涛, 男, 1987年生, 硕士, 高级工程师

谭美, 男, 1985年生, 硕士, 高级工程师

*通信作者: 谭美

及经济性等因素^[3-4]。科学预测未来船坞数量需求,避免资源不足与浪费,对保障能力建设规划、提升舰船保障能力和保障效率具有重要意义^[4]。

在舰船装备保障资源需求评估研究领域,国内常采用结构化、半结构化的定量分析法,或基于层次分析的综合评估法等^[5-11]。这些方法的缺点是其评估模型一般基于装备的可靠性信息、使用信息、大数据统计信息,或过于依赖专家的意见等,限制了工程应用范围。

马尔科夫理论是现代概率论随机过程的重要分支,广泛应用于通信、控制、社会科学等技术领域,具有良好的数学基础,至今仍为国内外学者研究的热点^[12-13]。马尔科夫过程方法基于运筹学中的排队论原理,用于随机事件概率分析,考虑事件可能存在的多个状态及转化,通过建立状态转移数学微分方程,为科学决策提供量化支持。舰船排队进坞维修的状态转化物理过程具有马尔科夫过程属性,本文拟探讨将马尔科夫过程方法应用于舰船维修船坞数量需求的评估,通过建立数学建模和案例分析,验证评估模型和方法的有效性,期望为船坞规划和发展提供理论支撑。

1 进坞维修流程物理模型

舰船在海上执行任务时,小故障由船员进行处理,遇到无法解决的故障时需返港进坞维修。若需返港维修的舰船多于船坞数量,将出现舰船排队待修的情况,直到某船坞腾空为止。可见,舰船的返港维修需求和船坞修复强度决定了待修舰船排队状态。在排队过程中,不断有舰船进坞和修后出坞,船坞占用或释放状态处于动态变化之中。

为建立船坞数量需求的评估数学模型,本文基于舰船维修的实际流程,定义了船坞维修物理模型,如图1所示,并将其称之为舰船船坞使用系统。

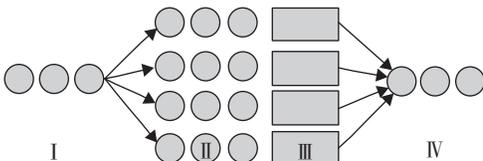


图1 船坞使用系统简化图

Fig. 1 Queuing model of docking system

由图1可见,模型由4个要素组成。样本需求(I)指从海上返回亟需维修的舰船,待修队列(II)指在码头排队等待进坞维修的舰船,维修通道(III)指配置的维修船坞,修后恢复(IV)指舰船完成维修后出坞。

例如,假设系统中有 m 艘舰船处于亟修状态(样本需求),而码头有 n 个船坞(维修通道),每艘舰船在任意时刻都可能返回维修。当 $m > n$ 时,即系统中舰船数量大于船坞数量,船坞被全部占用,部分舰船处于排队等待状态,直到其中一艘舰船完成维修后出坞。

2 船坞需求的马尔科夫预测模型

2.1 马尔科夫过程

马尔科夫过程主要考察系统各个状态之间的转移规律,在诸多领域中具有广泛的应用^[13]。本文探索将马尔科夫过程应用于舰船维修船坞最优数量方案评估。如前所述,马尔科夫过程是一种典型的随机过程,可以表述为:具有连续性和状态空间 $\psi = \{0, 1, 2, \dots, r\}$ 的随机过程 $\{X(t)\}$ 。假设在 s 时刻该过程的状态为 $X(s) = i$,那么在 $s+t$ 时刻状态为 j 的概率满足式(1)。

$$\begin{aligned} P[X(s+t) = j | X(s) = i, X(u) = x(u), 0 \leq u < s] = \\ P[X(s+t) = j | X(s) = i] \end{aligned} \quad (1)$$

式中: $\{X(u) = x(u), 0 \leq u < s\}$ 为该过程在时刻 s 以前的“历史”状态,其中 $X(u)$ 为 u 时刻的随机事件, $x(u)$ 为 u 时刻随机事件的某个具体状态。式(1)表示系统在时刻 s 以后的状态与时刻 s 以前的状态无关,具有该性质的随机过程 $X(t)$ 被称为具有马尔科夫性或“无后效性”、“无记忆性”。

2.2 船坞使用系统的马尔科夫模型建立

假设由 m 艘舰船和 n 个船坞维修通道组成的船坞使用系统中舰船数量大于维修通道数量($m > n$),那么系统可能会处于下列状态之一:

- 1) x_0 : 所有舰船在海上,船坞维修通道为空;
- 2) x_k : 有 k 艘舰船从海上返回船坞维修, $m-k$ 艘舰船在海上($1 \leq k \leq n$);
- 3) x_n : n 艘舰船从海上返回船坞维修,所有维修通道被占用;
- 4) x_m : 所有舰船返回船坞维修,其中 n 艘进行维修, $m-n$ 艘舰船处于排队等待状态。

因此,舰船船坞使用系统有 $m+1$ 个离散状态,系统处于其中某一种状态。系统中舰船进坞和出坞均会使状态发生改变。若不考虑同时有2艘舰船进出同一个船坞的这种极小概率事件,则系统紧后状态仅与本状态有关、与紧前状态无关,因此认为船坞使用系统状态变化具有马尔科夫属性,可应用马尔科夫状态转移微分方程建模反映系统的状态转移规律^[14-15]。

为了更好地理解系统状态变换的思想, 本文首先引入简化模型, 分析舰船可能存在的两种状态, 即舰船可能在海上 (x_0) 或者在维修基地 (x_1)。系统状态转化如图 2 所示。

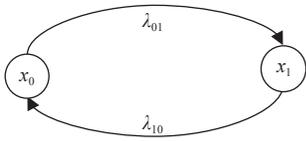


图 2 简化模型状态转移图

Fig. 2 Diagram of state transition for a simplified model

系统以强度 λ_{01} 从状态 x_0 变换到状态 x_1 , 或以强度 λ_{10} 从状态 x_1 变换到状态 x_0 , 因此系统状态概率变化满足如下方程:

$$\begin{cases} \frac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda_{01}P_0(t) + \lambda_{10}P_1(t) \\ \frac{dP_1(t)}{dt} = -\lambda_{10}P_1(t) + \lambda_{01}P_0(t) \end{cases} \quad (2)$$

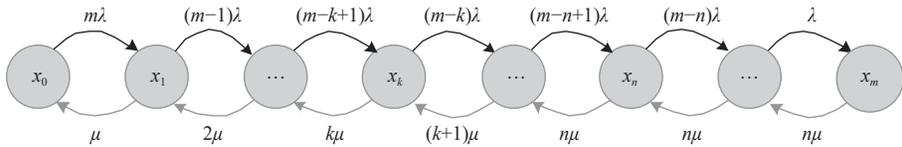


图 3 舰船进出坞状态转移关系图

Fig. 3 Diagram of ship docking/undocking state transition

假定系统中有 m 艘舰船, 每一艘舰船的维修需求强度恒定, 即 λ 为常数; 每一艘舰船可能在若干个维修通道中的任一通道得到维修, 每个通道中舰船的修复强度恒定为 μ , 即 μ 为常数。如图 3 所示, 系统从一个状态变换到另一个状态时, 从左向右看, 需要维修的舰船样本需求与舰船数量成比例, 从 $m\lambda$ 变换到 λ ; 从右向左看, 在 x_n 状态之前修复强度为 $n\mu$, 而在状态 x_n 到 x_0 之间, 修复强度则与占用的通道成比例, 从 $n\mu$ 变换到 μ 。

为了定量描述舰船船坞使用系统状态, 可用状态概率 P_i 表示系统处于状态 x_i 的概率:

$$P_i = P[X(t) = x_i], \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (5)$$

参考式(2)给出的分析方法, 结合系统状态转移图, 可构建如下系统状态转移方程:

$$\frac{dP_0}{dt} = -m\lambda P_0 + \mu P_1 \quad (6)$$

$$\frac{dP_k}{dt} = -[(m-k)\lambda + k\mu]P_k + (m-k+1)\lambda P_{k-1} + (k+1)\mu P_{k+1}, \quad k = 1, 2, \dots, n-1 \quad (7)$$

$$\frac{dP_n}{dt} = -[(m-n)\lambda + n\mu]P_n + (m-n+1)\lambda P_{n-1} + n\mu P_{n+1} \quad (8)$$

$$P_0(t=0) = 1, \quad P_1(t=0) = 0 \quad (9)$$

式中: $P_0(t=0) = 1$, 表示 $t=0$ 时刻有 1 艘船时, 船坞空 (P_0) 的状态概率为 1; $P_1(t=0) = 0$, 表示 $t=0$, 船坞有 1 艘船 (P_1) 的状态概率为 0。方程组描述的是非稳定工况, 为了得到稳定工况, 可取系统方程对时间的微分并令其为 0, 则方程组可用式(4)表达:

$$\begin{cases} -\lambda_{01}P_0 + \lambda_{10}P_1 = 0 \\ -\lambda_{10}P_1 + \lambda_{01}P_0 = 0 \\ \sum_{i=0,1} P_i = 1 \end{cases} \quad (4)$$

求解式(4)可以得到系统的状态概率, 然后利用其结果进行评价指标计算分析。参照上述简化模型系统状态转移分析方法, 对于 m 艘舰船和 n 个船坞维修通道组成的船坞使用系统, 可建立如图 3 所示的状态转移图, 其中 k 表示系统内有 k 艘船在坞维修。

$$\begin{aligned} \frac{dP_{n+z}}{dt} = & -[(m-n-z)\lambda + n\mu]P_{n+z} + \\ & (m-n-z+1)\lambda P_{n+z-1} + n\mu P_{n+z+1}, \\ & z = 1, 2, \dots, (m-n-1) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\frac{dP_m}{dt} = -n\mu P_m + \lambda P_{m-1} \quad (10)$$

$$\sum_{k=0}^n P_k + \sum_{z=1}^{m-n} P_{n+z} = 1 \quad (11)$$

式中, P_k 为 k 艘船需进坞维修的状态概率。式(7)中, $k = 1, 2, \dots, n-1$; P_n 为 n 艘船需进坞维修的状态概率, 此时船坞刚好全部被占用; 当有更多船需进坞维修时的系统状态概率为 P_{n+z} 。对于式(9), P_{n+z} 为 P_m 之前的状态, 即 $n+z$ 的最大值为 $m-1$, 故 z 的最大值为 $m-n-1$; 当所有舰船回港维修时, 系统状态为 P_m , 存在式(10)所示关系。

在初始时刻, 系统中的所有维修通道都是空的, 所以微分方程的初始条件为

$$P_0(t=0) = 1, \quad P_k(t=0) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (12)$$

式(12)给出了所有状态概率, 即 $P_0(t), P_1(t), \dots, P_k(t), \dots, P_n(t)$ 。系统状态概率是时间的函数, 在分析过程中, 通常采用状态概率的极限值表示, 即 $P_0, P_1, \dots, P_k, \dots, P_n$ 。

所有通道空闲时的状态概率可由式(13)确定:

$$P_0 = \left[\sum_{k=0}^n \frac{m!}{k!(m-k)!} \rho^k + \sum_{k=n+1}^m \frac{m! \rho^k}{n^{k-n} \cdot n!(m-k)!} \right]^{-1} \quad (13)$$

式中, $\rho = \lambda/\mu$ 。

当船坞使用系统中有 k 艘舰船处于维修状态时, 其概率为

$$P_k = \frac{m!}{k!(m-k)!} \rho^k P_0, \quad 1 \leq k \leq n \quad (14)$$

2.3 评价指标

为了对舰船船坞使用系统的过程特性进行定量分析, 定义如下评价指标:

- 1) 待维修的舰船平均数 $M_0 = \sum_{k=n+1}^m (k-n)P_k$;
- 2) 舰船等待服务系数 $K_{np} = \frac{M_0}{m}$;
- 3) 平均维修和待维修舰船数 $M_{0\delta} = \sum_{k=1}^m kP_k$;
- 4) 平均占用维修通道数 $N_3 = \sum_{k=1}^n kP_k + \sum_{k=n+1}^m (k-n)P_k$;
- 5) 维修通道占用系数 $K_3 = \frac{N_3}{n}$;
- 6) 维修通道平均空闲数 $N_{cb} = \sum_{k=1}^n (n-k)P_k$;
- 7) 维修通道空闲系数 $K'_{np} = \frac{N_{cb}}{n}$ 。

结合系统状态概率, 按如下分析流程, 对船坞指标进行计算分析, 通过评价指标反映最优船坞数量, 为科学决策提供量化支持:

- 1) 基于用装单位对舰船数量使用情况, 结合装备的进坞维修和修复强度估计, 给出舰船数量 m 、维修需求强度 λ 和修复强度 μ , 并假设系列船坞数量为 n ;
- 2) 建立马尔科夫预测分析模型, 对一系列连续船坞数量进行系统建模和计算;
- 3) 评估不同船坞数量下的评价指标特征, 为决策分析提供量化支持。

3 案例分析

在最优任务决策中, 通过改变维修通道数量选择最优方案。假设舰船母港有 8 艘舰船需要维修保障, 分别计算用于舰船维修的船坞数量为 $n=1, 2, 3, 4$ 。统计每艘舰船两次入坞维修的时间间隔, 假定有 200 天, 120 天和 90 天这 3 种情况, 也即单位时间内舰船进坞维修的强度分别为 $\lambda_1=0.005, \lambda_2=0.008$ 和 $\lambda_3=0.011$ 。同时, 假定单个船坞维修时间为 45 天, 即单位时间内船坞的修复强度 $\mu=0.022$ 。

案例分析以舰船船坞使用系统 ($m=8, n=1$) 为例, 系统状态转移方程组可表示为:

$$\begin{cases} -8\lambda P_0 + \mu P_1 = 0 \\ -(7\lambda + \mu) P_1 + \mu P_2 + 8\lambda P_0 = 0 \\ -(6\lambda + \mu) P_2 + \mu P_3 + 7\lambda P_1 = 0 \\ -(5\lambda + \mu) P_3 + \mu P_4 + 6\lambda P_2 = 0 \\ -(4\lambda + \mu) P_4 + \mu P_5 + 5\lambda P_3 = 0 \\ -(3\lambda + \mu) P_5 + \mu P_6 + 4\lambda P_4 = 0 \\ -(2\lambda + \mu) P_6 + \mu P_7 + 3\lambda P_5 = 0 \\ -(\lambda + \mu) P_7 + \mu P_8 + 2\lambda P_6 = 0 \\ -\mu P_8 + \lambda P_7 = 0 \\ \sum_{j=1}^8 P_j = 1 \end{cases} \quad (15)$$

分别代入参数 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 和 μ , 通过 Matlab 程序计算概率 P_i 。同理, 假设 $n=2, 3, 4$, 求解相应系统状态方程, 可得出各离散状态概率下, 不同舰船维修需求强度 λ 、不同船坞数量 n 条件下的系统概率分布曲线, 如图 4~图 6 所示。

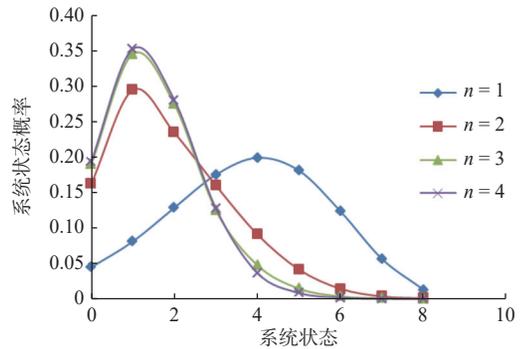


图4 船坞使用系统概率分布 ($\lambda=0.005$)
Fig. 4 Docking system state probability ($\lambda=0.005$)

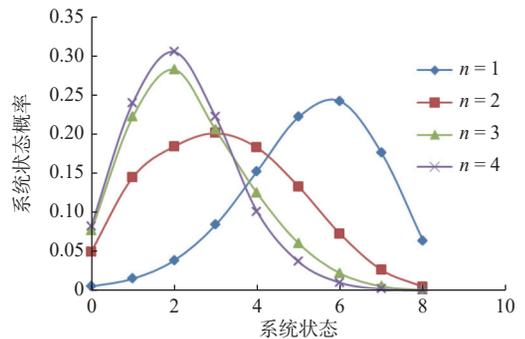


图5 船坞使用系统概率分布 ($\lambda=0.008$)
Fig. 5 Docking system state probability ($\lambda=0.008$)

由图 4~图 6 可知, 大量和少量舰船在船坞排队维修的系统状态概率均较小, 系统最大概率取决于船坞和舰船数量。船坞数量越多, 系统最大概率状态对应的待修舰船数量越小, 反映了船坞数量增加对减少舰船排队等待检修的概率, 与船坞实际使用情况一致, 说明马尔科夫船坞需求预测模型适用性好。

根据前文所述的评价指标, 可对舰船船坞使用系统进行定量分析, 结果如表 1 所示。

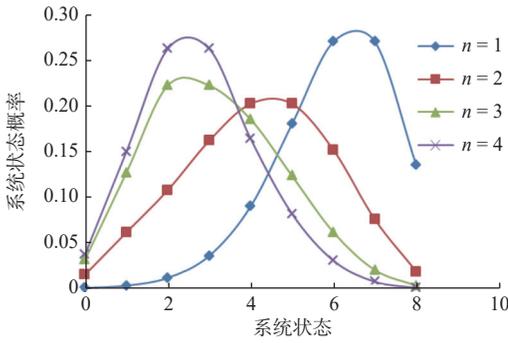


图6 船坞使用系统概率分布 ($\lambda=0.011$)

Fig. 6 Docking system state probability ($\lambda=0.011$)

分析平均待维修舰船数 M_0 可知, 不同维修船坞数量和待维修舰船数量条件下, 评估指标对比如图 7 所示。

表 1 船坞使用系统评价指标
Table 1 Docking system evaluation indexes

n	λ	指标					
		M_0	K_{np}	$M_{0\delta}$	K_3	N_{cb}	K'_{np}
1	0.005	2.84	0.355	3.795	2.920	0.044	0.044
	0.008	4.27	0.534	5.264	4.285	0.005	0.005
	0.011	5.003	0.625	6.002	5.006	0.001	0.001
2	0.005	0.539	0.067	1.921	0.982	0.751	0.375
	0.008	1.417	0.177	3.172	1.312	0.340	0.170
	0.011	2.278	0.285	4.185	1.627	0.139	0.070
3	0.005	0.088	0.011	1.553	0.452	1.704	0.568
	0.008	0.336	0.042	2.380	0.580	1.369	0.456
	0.011	0.719	0.090	3.146	0.641	0.955	0.318
4	0.005	0.012	0.001	1.491	0.363	2.249	0.562
	0.008	0.063	0.008	2.18	0.496	2.368	0.592
	0.011	0.171	0.021	2.781	0.573	2.179	0.545

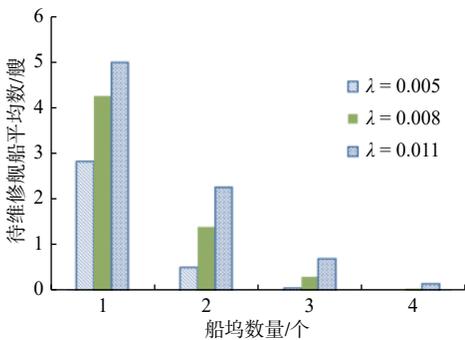


图 7 待维修舰船平均数指标

Fig. 7 Mean value of docking queue state vessels

由图 7 可见, 当船坞数量为 3 以及排队待维修的舰船平均数小于 1 时, 对舰船执行任务的影响最小且没有造成保障资源的大量浪费, 故可认为最优的维修船坞需求数量为 3。同样, 对其他评价指标进行分析评判, 得到了类似结论。基于

工程经验, 认为本文预测结果与工程实际相吻合, 可为决策提供有效的理论支撑。

4 结 语

本文将马尔科夫过程特点应用于舰船维修船坞最优数量评估, 通过分析舰船船坞维修过程, 应用马尔科夫过程的数学性质, 建立了舰船船坞数量评估模型和评价指标体系。案例分析表明, 本文建立的数学模型分析结论与实际情况吻合性好, 对船坞设施建设规划的决策分析有一定指导价值。

由于在国内舰船综合保障领域对马尔科夫过程方法的研究较少, 本文对该方法的理解和应用研究尚浅。例如, 模型对计划维修与临抢修差异性考虑不足, 评价指标标准不够完善, 有必要对评估模型或评价指标等作进一步深入研究。期望本研究能够起到抛砖引玉的作用, 引导该领域科研人员深入探究, 丰富我国舰船装备技术保障数学理论, 更好地指导工程实践。

参考文献:

- [1] 罗忠, 朱晓军, 张志华. 舰船装备保障系统规划模型研究 [J]. *中国工程科学*, 2015, 17(5): 51–57,70.
LUO Z, ZHU X J, ZHANG Z H. Study on the planning model of warship equipment support system[J]. *Strategic Study of CAE*, 2015, 17(5): 51–57,70 (in Chinese).
- [2] 朱石坚, 俞翔, 刘勇. 舰船装备保障理论创新与实践 [M]. 北京: 科学出版社, 2017.
ZHU S J, YU X, LIU Y. Theoretical innovation and practice of warship equipment support[M]. Beijing: Science Press, 2017 (in Chinese).
- [3] 姚路, 刘之萌. 舰船维修项目资源配置建模与优化技术 [J]. *海军工程大学学报*, 2021, 33(4): 95–100.
YAO L, LIU Z M. Modeling and optimizing resource allocation of ship maintenance project[J]. *Journal of Naval University of Engineering*, 2021, 33(4): 95–100 (in Chinese).
- [4] 陈悦. 船政船坞建设考略 [J]. *中国港口*, 2018, 6(增刊 1): 56–64.
CHEN Y. A study on the foochow arsenal and docks[J]. *China Ports*, 2018, 6(Supp 1): 56–64 (in Chinese).
- [5] 程信达, 刘炎, 李天匀, 等. 强化学习模式下舰船多状态退化系统的维修策略 [J]. *中国舰船研究*, 2021, 16(6): 45–51.
CHENG J D, LIU Y, LI T Y, et al. Maintenance strategy of ship multi-state deterioration system under reinforcement learning mode[J]. *Chinese Journal of Ship Research*, 2021, 16(6): 45–51 (in Chinese).

- [6] ZHENG R, MAKIS V. Optimal condition-based maintenance with general repair and two dependent failure modes[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2020, 141: 106322.
- [7] CHAKRABORTTY R K, ABBASI A, RYAN M J. Multi-mode resource-constrained project scheduling using modified variable neighborhood search heuristic[J]. *International Transactions in Operational Research*, 2020, 27(1): 138–167.
- [8] 曹书栋, 俞翔, 董宝莹, 等. 舰船装备技术状态评估机制探析 [J]. *海军工程大学学报 (综合版)*, 2019, 16(4): 77–81.
CAO S D, YU X, DONG B Y, et al. Analysis on evaluation mechanism of ship equipment technology status[J]. *Journal of Naval University of Engineering*, 2019, 16(4): 77–81 (in Chinese).
- [9] 徐林, 葛伟. 基于模糊综合评判法的舰船装备保障能力评估 [J]. *舰船电子工程*, 2016, 36(2): 106–109.
XU L, GE W. Evaluation of warship equipment support capability based on fuzzy comprehensive evaluation method[J]. *Ship Electronic Engineering*, 2016, 36(2): 106–109 (in Chinese).
- [10] 朱石坚. 基于层次分析法的引进装备保障战略决策 [J]. *海军工程大学学报*, 2015, 27(5): 63–70.
ZHU S J. Support strategy decision of importing equipment based on analytic hierarchy process[J]. *Journal of Naval University of Engineering*, 2015, 27(5): 63–70 (in Chinese).
- [11] 朱石坚. 舰船装备保障资源需求半结构化预测方法 [J]. *海军工程大学学报*, 2015, 27(4): 54–59.
ZHU S J. Semi-structural prediction method study on support resources demand of warship equipment[J]. *Journal of Naval University of Engineering*, 2015, 27(4): 54–59 (in Chinese).
- [12] 张慧芳, 李基锐. 基于马尔科夫链的舰船装备维修预测模型 [J]. *舰船科学技术*, 2021, 43(20): 220–222.
ZHANG H F, LI J R. Research on ship equipment maintenance prediction model based on Markov chain[J]. *Ship Science and Technology*, 2021, 43(20): 220–222 (in Chinese).
- [13] 陈雯. 齐次马尔科夫链的相关研究及其应用 [D]. 成都: 四川师范大学, 2021.
CHEN W. Related research and application of homogeneous Markov chains[D]. Chengdu: Sichuan Normal University, 2021 (in Chinese).
- [14] 陈帅, 董从林, 毛树华, 等. 基于灰色马尔科夫过程的船舶推进轴系可靠性分析 [J]. *船舶工程*, 2015, 37(3): 40–43.
CHEN S, DONG C L, MAO S H, et al. Reliability model of marine propulsion shafting based on gray Markov process[J]. *Ship Engineering*, 2015, 37(3): 40–43 (in Chinese).
- [15] 徐海平. 海军某船厂船坞改扩建工程经济评价研究 [D]. 上海: 上海海运学院, 2003.
XU H P. Study on the economic evaluation about the extension project of a certain navy yard's dock[D]. Shanghai: Shanghai Maritime University, 2003 (in Chinese).