

基于邻边推理求隐藏元素的正等轴测图 3D 重建

袁 浩 卢章平

(江苏大学图形技术研究所, 镇江 212013)

摘 要 针对正等轴测图 3D 重建中的隐藏元素求解, 通过模拟人类的认知思维, 提出了基于邻边推理求隐藏元素的算法。隐藏元素的推理就是通过对正等轴测图中含有隐藏边的点进行推理, 根据其相邻边、过相邻点的边的方向和长度推理出可能的隐藏点集, 然后根据重合性及连边规则对可能的隐藏点集进一步求解, 得到隐藏元素的坐标信息和连边规则。深度推理算法就是用点的坐标信息和边的长度、角度信息推理每个点、边的深度。由 C++ 工具和 OpenGL 技术开发的 To3D 验证了上述算法, 证明该算法对平面立体的隐藏元素推理和重建十分有效。

关键词 计算机视觉 三维重建 草图识别 正等轴测图

中图法分类号: TP391.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2004)02-0178-06

Reason the Hidden Elements Based on Connected Edges to Reconstruct 3D Model from Isometric Drawing

YUAN Hao, LU Zhang-ping

(Institute of Graphic Technology, Jiangsu University, Zhenjiang 212013)

Abstract In 3D model reconstruction from isometric drawing, it's a key step to reason the hidden elements. This paper proposes an algorithm to reason the hidden elements of the isometric drawing based on connected edges. Reason the hidden information is to reason through analysing these vertexes that have hidden edges, reason the direction and the length of connected edges and the edges that go through connected vertexes. After reasoning, we get some possible vertexes. Validating them with superposition and the edge circuits, we get the correct hidden element's coordinates and those circuits information. Then a method is introduced to seek the lost depth information based on the vertex's coordinates and those circuits information of the edges, its matrix is also brought forward. A prototype system To3D is developed using C++ and OpenGL tools to validate this method, the test result proves it's effective to reconstruct plan solid.

Keywords computer vision, 3D reconstruction, distinguish from sketch, isometric drawing

1 引 言

将三维物体向投影面进行投影得到 2D 投影图, 这个过程是高维信息向低维信息转化的过程, 已有较为成熟的理论和方法, 求解较为容易。在此过程中, 部分信息由于投影变换而丢失, 若进行消隐, 则部分元素信息又被丢失。从 2D 图的平面信息和线性投影条件, 求解 3D 空间信息是从低维信息求高维信息的过程, 从数学推理角度看是不可能的, 但通过认知推理却可以实现丢失信息的恢复。人类在认知投影图时, 可以很容易地判断、推理出该投影图所表达的立体形状、结构和大小。其原因是人类有丰富

的经验, 在头脑中已经形成了关于一些约束关系的判定和识别, 比如平行、垂直、相交和交叉等性质的识别, 以及一些长度、角度等定量的判定。假如没有这些认知经验, 仅仅凭点、边信息是不可能推理出图样所表达的立体信息。但计算机没有认知经验, 仅有点、边的信息, 因此要让计算机“理解”投影图, 必须制定一些规则, 一些推理机制, 使得计算机能够“理解”投影图, 推理出对应的三维立体。

实现对投影图的理解, 实际上是信息的恢复过程, 也就是将在投影时丢失的一些信息恢复。对于没有消隐的投影图, 丢失的仅仅是深度信息, 但对于已消隐的投影图, 丢失的不仅仅是深度信息, 还有几何信息(由于遮挡导致一些几何元素的部分丢失或全

部丢失)。因此对于后者,信息的恢复实际上包括两部分,一部分是对丢失的几何元素进行推理求解;另一部分就是将深度信息进行推理求解。

3D 重建是一个范围很广的研究领域,包括基于多幅图样的 3D 重建、单幅图样的重建等,这里主要介绍和重点研究单幅图样的重建,早在 1963 年 Ivan Sutherland 的博士论文就对该问题进行了一定的研究;其后 Huffman 和 Clowes 提出的线标记法^[1,2],如图 1 所示,成为研究该领域的经典算法,Malik 将该算法的适用范围又作了拓展^[3];其他的方法还有:梯度空间法^[4]、交互式构造法^[5]、最小标准背离法^[6]、Digital Clay 系统^[7]、基本体识别法^[8~10]、知觉法、标签列表法、优化逼近法、基于模糊知识法等^[8,11,12]。图 2 为文献^[13]的重建方法。

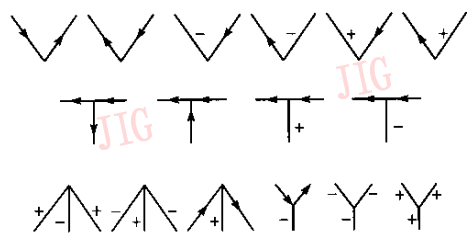


图 1 线标记法

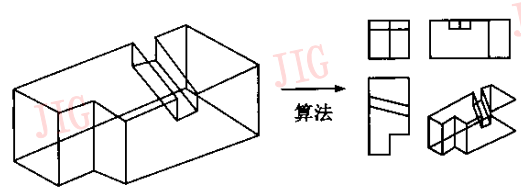


图 2 用优化逼近法等得到的结果

但以上的研究大多数都有一个假设,就是投影图是没有消隐的,因此这种投影图很难在工程设计中应用,因为有设计经验的人都知道,设计人员在概念设计时往往绘制消隐的投影图,如图 3 所示。

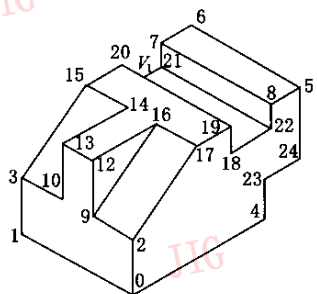


图 3 去除了隐藏线的立体图

另一方面,如果所有的棱线都显示出来,会出现大量图线相交,容易出现二义性,引起模糊理解。而

隐藏后的立体图则不存在这些问题,但隐藏后的投影图丢失的信息更多,要恢复这些丢失的信息较难,有关这方面的研究较少,能看的资料就是 Fisher 的研究^[14]和线标记法,Fisher 将物体表面之间的相互遮挡归纳为 3 种情况,得到了处理遮挡问题的 3 个原则,而线标记法仅对点、边做了解释,没有深究如何求解隐藏元素问题。

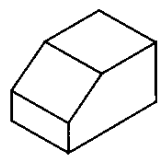
针对该问题,提出了基于邻边推理求隐藏元素的算法。以图 3 为例,该图不仅隐藏了点和边,还有部分结构发生了隐藏,用邻边推理算法不仅可求解通常隐藏的点和边,还可通过多次推理求解部分结构的隐藏,较好地解决了隐藏元素的恢复问题,为 3D 重建迈出了非常关键的一步。

2 隐藏元素的推理与重建

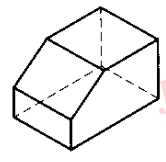
2.1 假设

基本假设:

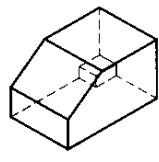
- (1)研究的图样是单个实体的投影,且实体是连续不间断的实体。
- (2)立体图是经过图线归整、校正、约束关系校正等处理过的正规矢量图样。
- (3)立体图是正等轴测图,或是较为接近正等轴测图。在设计领域,特别是产品设计领域,设计人员在产品概念设计阶段绘制的设计草图绝大部分是正等轴测图或较为接近正等轴测图,这是本文选择研究对象为正等轴测图的重要原因。
- (4)隐藏部分结构、形状为常规情况,为最优解,也就是人们在推理隐藏部分的形状时,最容易、最可能想到的结构。隐藏部分形状结构实际上是不唯一的,如图 4 所示。



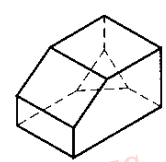
(a) 轴测图



(b) 常规推理



(c) 其他可能情况



(d) 其他可能情况

图 4 隐藏推理的不唯一性

为了推理隐藏部分,得到正确解,只考虑常规情况,而不去探究其他可能或特殊情况。

2.2 定义和点的分类

在三维空间中的一般意义,点具有较多属性,就几何属性而言,有三维坐标信息、点的有效性信息、连边规则、和相邻点连边的角度和长度等,点用一个结构表示为

```
struct vertex
```

```
{
```

```
double x;
```

```
double y;
```

```
double z;
```

```
int VertexEA; //若为 0,正常点;为 1,有两条边过该点;为 2,只有一条边过该点;为 3,无效点
```

```
int connectver[3]; //和哪一点相连;
```

```
double angle[3]; //相邻三边角度;
```

```
double length[3]; //相邻三边长度;
```

```
};
```

当点投影到了投影平面上,这些信息就有可能丢失,或部分丢失,有的点可能仅具有以上属性中的一部分。根据丢失的多少,将点进行分类:

(1)三维点 信息完备,具有以上的所有信息。这类点是三维建模所需的点,是真正意义上的三维点,本文中的原型系统对点处理的最终结果就是要得到这种类型的点。

(2)二维点 信息相对完备,具有以上的大部分信息,唯一不完备的信息是坐标,其没有深度 Z 信息。如图 5 中,点 0、2、9 等绝大多数的点都是这种情况,它只需要将深度 Z 恢复就可以了。

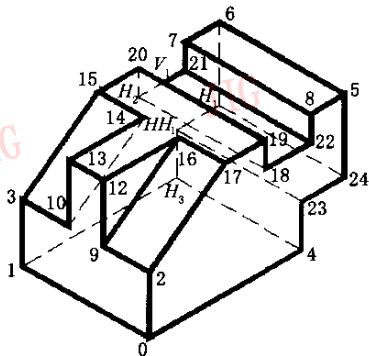


图 5 点的分类

(3)虚交点 和“二维点”非常类似,具有“二维点”的所有属性,但这种点不是立体上的交点,而是由于投影关系产生的投影交点,现定义为“虚交点”。如

图 5 中的 V_1 点,它实际上是边 $21 \rightarrow H_2$ 和 $20 \rightarrow 19$ 由于投影关系产生的交点,在立体上不存在,应为无效点。这类点在推理时应首先检测出来(根据连边夹角是否有互补角测试),然后将该点设为无效,并将该点所在边的另外一个端点设为度数为 2 的点,还要记录下这条边的方向,隐藏边的方向由该方向确定。

(4)边隐藏点 丢失的是点的连边规则、长度和角度信息,以及该连边的长度、角度。如图 5 中,点 10 与 14 就属于这种情况。实际上隐藏的只是一条边 $14 \rightarrow 10$,或者说是两点之间的拓扑关系(连边规则),没有元素信息的丢失,因此它的推理仅是连边规则的推理求解。

(5)一维隐藏点 丢失的是点的坐标信息、连边规则、长度和角度信息,但相邻点存在。如图 5 中,点 H_1 、 H_2 、 H_3 就是这种类型。这种类型在隐藏中最为常见,推理也相对容易。它在投影时丢失的是整个点的空间坐标信息和拓扑结构,因此在恢复时,既要恢复它的拓扑关系,也要恢复它的坐标信息。

(6)二维隐藏点 丢失的是点的所有信息以及该点相邻点的信息。如图 5 中,点 HH_1 属于该类型。它比“点隐藏”类型丢失的信息更多,除了丢失整个点的空间坐标信息和拓扑结构之外,相邻点也隐藏了,这种点的推理有一定难度。

(7)三维隐藏点(结构隐藏) 如图 6 中,前方为凸台,后方隐藏部分到底是什么结构,常见情况有两种,即最优解不唯一,这时推理结果为两个,可用交互的方法进行选择。对于其他“隐藏结构”最优解可能还不止两个。

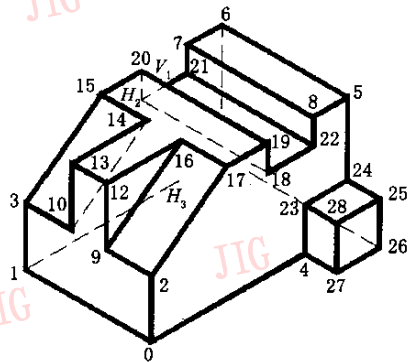


图 6 点的分类(结构隐藏)

2.3 基于相邻边推理求隐藏元素

边推理规则:在立体图样中,设点为 $Vertex$, 某一点 $Vertex[n]$ 度数为 $VertexEA[n]$, 则

$VertexEA[n] \geq 2$, 必存在过 $Vertex[n]$ 的一条边隐藏。边的方向和长度由该点相邻点所在边决定。

如图5中,以点1为例。由于该点的度数为2,该点所在边必有一条隐藏。该边的方向和长度由相邻点所在的边决定,即由点0和3所在的边决定,由于点0和3所在的边都有3条 $0 \rightarrow 1$ 、 $0 \rightarrow 4$ 、 $0 \rightarrow 2$ 、和 $3 \rightarrow 1$ 、 $3 \rightarrow 10$ 、 $3 \rightarrow 15$,但只能是其中一条。显然过点0的两条边 $0 \rightarrow 1$ 、 $0 \rightarrow 2$ 不可能,因为点1已经有该方向了,所以只能是边 $0 \rightarrow 4$;过点3的两条边 $3 \rightarrow 1$ 、 $3 \rightarrow 10$ 不可能,因为点1已经有该方向了,所以只能是边 $3 \rightarrow 15$ 。这样就可以推理出过点1的隐藏边的方向和长度有两种可能:平行且相等于边 $0 \rightarrow 4$ 、边 $3 \rightarrow 15$ 。显然隐藏边只可能有一条,所以下面还要对以上推理结果进一步求解。

点推理规则:通过边推理规则得到的边,其另一端点,若是几何体上一点,则该点必定在其他边推理中至少再出现一次。

由于在第5个假设中假定每一点的度数都为3,因此推理得到的边的另一端点若是立体上一点,则该点所在的边必然还有隐藏,也就是在其他的隐藏边推理中,该点必然还会出现。

以图5中的 H_3 点的推理为例,在边推理中通过点1的推理得到两条边平行且相等于边 $0 \rightarrow 4$ 、边 $3 \rightarrow 15$;通过对点4的推理得到一条边平行且相等于边 $0 \rightarrow 1$ 。这样 H_3 就会出现两次,为立体上一点;而在平行且相等于边 $3 \rightarrow 15$ 的边上的端点只出现一次,可将其视为无效点。这样就可以实现点的归一,使点的求解有唯一解。

以上两条规则是整个隐藏推理的基础,对于各种类型隐藏的推理都是以此为推理规则进行的。

(1)“虚交点”的测定及处理 在推理之前,所有的图样点数据均为“二维点”类型,在这些“二维点”中可能存在“虚交点”。因此,对点数据应首先进行测定,找到“虚交点”。测定方法可以通过对每一点的“角度”(与相邻点连边的角度)属性测定,若发现存在互补角,则该点必定为“虚交点”。将该点设为无效点,修改无效点相邻3点的连边规则和点的度数。以图5中点 V_1 为例,测试后判定该点为“虚交点”,将该点设为无效点,然后将点19设为度数为2的点,该方向“角度”仍然保留,它必是隐藏边的角度,将其连边中的 V_1 设为空(与隐藏点相连),点20连边中的 V_1 设为21,点21连边中的 V_1 设为20。

(2)“边隐藏点”的推理 对于这种类型实际上

只要推理出连边规则即可。如图5中,点10与14之间的连线。按照“边推理规则”,通过点10的推理得到两条边平行且相等于边 $3 \rightarrow 15$ 、边 $13 \rightarrow 14$;通过点14的推理得到两条边平行且相等于边 $15 \rightarrow 3$ 、边 $14 \rightarrow 13$ 。利用“点推理规则”也不能将其归一,所以求得的隐藏点仅仅相互比较出现次数是不够的,还要和原图中的点比较,若发现在原图中也有这一点,且该点度数为2,则该隐藏点必然是有效的,其隐藏的一条边正好是在边推理中得到的隐藏边。需要强调的是要测试原图中点的度数是否为2,这一点非常有必要,因为推理得到的点中极有可能会和原图中的点是重点点。

(3)“一维隐藏点”的推理 对于这种类型的点既要推理出隐藏点坐标还要推理出连边规则。首先用“边推理规则”对度数为2的点进行推理,求得点的解集,然后对解集中的点进行有效性测试。在解集中测试是否有重合点,若重合,则把首先出现的设为有效点,其余的设为无效点,并记录无效点进行边推理时的点,它是有效隐藏点的相邻点,得到连边规则。如图5中点 H_1 、 H_2 、 H_3 都是这种类型的点。以点 H_3 为例,点18、20、21的度数为2,这些点所在边必有一条隐藏。下面进行推理:

点18:相邻点所在的边有效的是 $19 \rightarrow 20$ 、 $22 \rightarrow 21$,可推理出两个隐藏点;

点20:相邻点所在的边有效的是 $19 \rightarrow 18$ 、 $15 \rightarrow 3$,可推理出两个隐藏点;

点21:相邻点所在的边有效的是 $21 \rightarrow V_1$ 、 $8 \rightarrow 22$,可推理出一个隐藏点。有效边有两个却只推理出一个隐藏点,这是由于点21比较特殊,它是由于“虚交点” V_1 引起的度数下降(3变为2),隐藏边的方向已确定,就是 $21 \rightarrow V_1$,所以只需要边 $8 \rightarrow 22$ 的长度,就可推理出隐藏边(点)。

由此可推理出5个隐藏点,再用“点推理规则”进行隐藏点的有效性验证,可得到 H_3 。

(4)“二维隐藏点”的推理 这种类型的隐藏丢失的信息相对较多,恢复也相对较难。它丢失的既有点的坐标信息和拓扑结构,也有相邻点的坐标关系和拓扑关系,所以对它的推理不可能直接得到。但通过对相邻点的推理求解,将其变为已知点,则该类型的点可转化为“点隐藏”类型的点。因此要对点做多次度数检测和多次推理,次数由度数为2且相邻点的数量 n 确定; $n-1$ 。比如图5中,点 HH_1 是通过点4、23、24 3个度数为2且相邻的点推理,推理次

数为 $3-1=2$ 次。同样,图7中12至18点的推理次数:2至8共7个度数为2且相邻的点, $7-1=6$ 次。

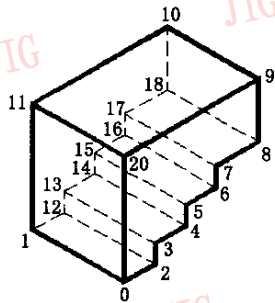


图7 二维隐藏点

经过上述隐藏推理,可得到丢失的连边规则、隐藏点的坐标信息和连边规则,也就是经过这些推理得到了“二维点”类型的点,这些点和原图中的“二维点”共同组成“二维点”集。“二维点”仍然信息不完备,缺少深度信息(在屏幕坐标系中就是 Z),因此下面的三维重建实际上就是深度信息的恢复推理。

3 3D 重建

经过隐藏元素推理之后,正等轴测图的点和连边规则已完备,唯一缺少的是深度信息。下面介绍在研究中深度推理的一种方法。

从轴测投影理论得知,在正等轴测图中,物体的长度在投影图中并没有变化。这样就可以把投影图中的线段长度作为物体实际长度来计算各点的3D坐标。

在投影图上建立如图8所示的屏幕坐标系。

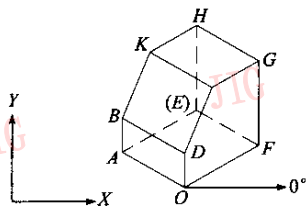


图8 在正等轴测图中建立屏幕坐标系

各点2D坐标已知,要求出各点的 Z 坐标。

$$\begin{cases} z_A = z_O + OA \times |\cos \alpha_{OA}| \\ z_B = z_A + AB \times |\cos \alpha_{AB}| \\ \dots \end{cases}$$

其中, z_P 表示 P 点的 Z 坐标, α 为各直线按逆时针方向的角度, 0° 为 X 轴方向。

上式也可写为

$$\begin{cases} z_A = z_O + |x_A - x_O| \\ z_B = z_A + |x_B - x_A| \\ \dots \end{cases}$$

需要说明的是上述推理得到的 Z 坐标和原 X 、 Y 坐标共同构成了点的“三维”坐标,它和真正的三维点仍然有区别,用这些“三维”点构成的立体,边与边之间产生了错切和旋转,所以上述推理得到的点集要进行错切变换和旋转变换。

首先沿 Y 轴含 Z 错切变换,然后绕 Y 轴旋转变换,最后沿 X 轴含 Z 错切,变换矩阵为

$$T_{\text{ISO}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & i & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ h & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4 实例

基于以上算法和推理,用 VC++ 开发工具和 OpenGL 技术开发了一个原型系统 To3D,系统界面如图9所示。

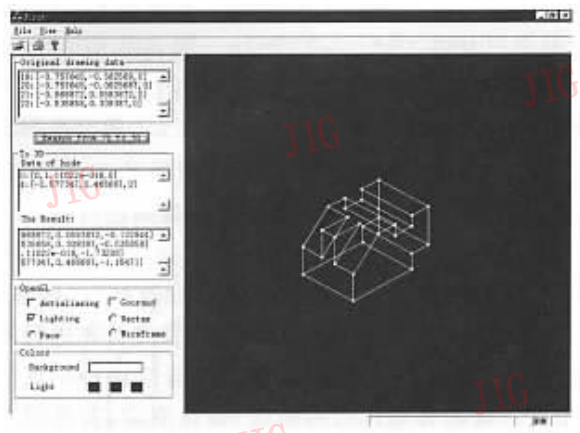


图9 原型系统

下面是系统的算法和推理部分过程

原始图样点数据→点数据的初始化(连边规则、有效性、度数、角度和长度)→虚交点的判定和处理→度数为2点的测定及个数、连边测定并记录→隐藏点推理(点坐标、连边规则等)→隐藏点有效性验证(连边规则、重合性等)→所有点的有效性验证(连边规

则)→3D 推理→错切变换和旋转变换→线框模型生成。图 10 为用原型系统推理计算出的一个实例。

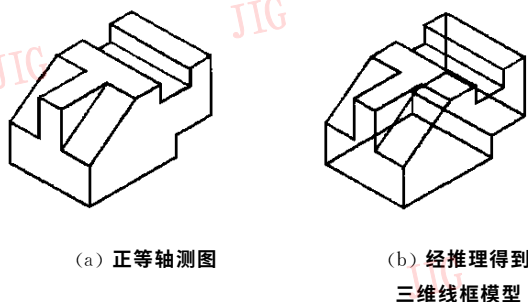


图 10 实例

5 结 论

基于邻边推理求隐藏元素的算法通过模拟人类的认知思维,较好地解决了隐藏元素的推理和 3D 重建,使得在产品设计领域的计算机辅助概念设计更加趋于可行,为今后设计全过程实现计算机辅助设计作了一定的理论积累;解决了去除隐藏线的正等轴测图的 3D 重建;同时由于立足于研究去除了隐藏线的正等轴测图,因此避免了由于隐藏线和其他图线之间产生的大量交点及交点处理问题,从而减少了大量线性方程的求交运算,提高了处理速度,减少了计算误差,提高了最终点数据的精度。但该方法仍然有许多方面有待改进,比如该方法仅适用于平面立体,对于曲面立体尚无较好办法,国外有些方法可解决基本曲面立体,但也仅限于特殊位置的基本曲面(垂直于轴测投影面);本文目前仅停留在点的度数等于 3 的平面立体。

总之,本文尝试对去除了隐藏线的轴测图进行 3D 重建,取得了一定进展,提出了基于邻边推理求隐藏元素的方法,解决了大多数平面立体的 3D 重建,开发了一个 To3D 原型系统,对提出的方法进行了验证。而任意度数的平面立体的 3D 重建,对带有曲线、曲面的立体重建等问题,将是今后要研究的方向和目标。

参 考 文 献

- Huffman D A. Impossible objects as nonsense sentences [J]. Machine Intelligence, 1971, 6(2): 295~323.
- Clowes M B. On seeing things [J]. Artificial Intelligence, 1971, 2(1): 79~112.
- Malik J. Interpreting line drawing of curved objects [J]. International Journal of Computer Vision, 1987, 2(1): 73~103.

- Mackworth A K. Interpreting pictures of polyhedral scenes [J]. Artificial Intelligence, 1973, 4(1): 121~137.
- Lamb D, Bandopadhyay A. Interpreting a 3D from a single view [J]. In: Proceedings of Visualization 90, 1990: 59~66.
- Marill T. Emulating the human interpretation of line-drawings as three-dimensional objects [J]. International Journal of Computer Vision, 1991, 6(2): 147~161.
- Mark D. Gross, Ellen Yi-Luen Do. Drawing on the back of an Envelope: a framework for interacting with application programs by freehand drawing [J]. Computer & Graphics, 2000, 24(2): 835~849.
- Lipson H, Shpitalni M. A new interface for conceptual design based on object reconstruction from a single freehand sketch [J]. Annals of the CIRP, 1995, 44(1): 133~136.
- Wang W, Grinstein G. A polyhedral object's CSG-Rep reconstruction from a single 2D line drawing [A]. In: Proceeding of 1989 SPIE Intelligent Robots and Computer Vision III: Algorithms and Techniques [C], Boston, USA, 1989, 1192: 230~238.
- Wang W, Grinstein G. A survey of 3D solid reconstruction from 2D projection line drawings [J]. Computer Graphics, 1993, 12(2): 137~15.
- Lipson H, Shpitalni M. Optimisation-based reconstruction of a 3D object from a single freehand line drawing [J]. Computer-Aided Design, 1996, 28(8): 651~663.
- Lipson H. Computer Aided 3D Sketching for conceptual design [D]. Israel, Haifa: The Israel Institute of Technology, 1998: 37~47.
- Fisher R B. From surfaces to objects [J]. John Wiley and Sons, 1989, 2(1): 120~124.



袁 浩 1975 年生, 讲师, 2003 年获江苏大学工学硕士学位。研究方向为计算机图形学和计算机辅助工业设计。



卢章平 1958 年生, 教授, 1982 年获镇江农机学院学士学位, 现为江苏大学再读博士生。主要研究方向为计算机图形学和工程信息可视化等。