



光程、Fermat原理与最小作用量原理之比较

谭康伯*, 梁昌洪, 史小卫

西安电子科技大学天线与微波技术国家重点实验室, 西安 710071

* E-mail: kbtan@mail.xidian.edu.cn

收稿日期: 2007-12-19; 接受日期: 2008-04-16

国家自然科学基金资助项目(批准号: 60601028)

摘要 通过左、右手坐标构架的对比提出了基于光程表示的广义折射率形式, 从而揭示了为二次形式所掩盖的折射率的符号. 进而对 Fermat 原理进行了推广, 由此得到了折射定律的一般表示. 在此基础上, 通过与 de Broglie 方法的类比, 并结合路径积分方法, 对作用量原理与 Fermat 原理进行了对比.

关键词

Fermat 原理
光程
作用量原理
路径积分

在电磁学领域, Fermat原理是一个重要的变分原理, 它是射线高频理论^[1]的基础. 自 20 世纪 90 年代以来, 郭弘^[2], 曹清^[3]和余卫龙等人^[4]在引入衍射射线的基础上结合Born和Wolf对于光学的电磁理论工作^[1], 通过定义不同的折射率对稳态光学系统中的 Fermat原理进行了一系列的推广, 这些工作均有益于推动了Fermat原理的理论发展. 在文献[4]中, 作者定义了新的折射率 $n_G = |\nabla L|$, 其中 L 为光学程函, 并以此为基础对光束的发散和聚焦进行了分析, 这些工作将有助于强光束传输及稳定性研究. 然而不难发现, 前面工作具有一个暗含的前提, 那就是在理想情况下对于电磁波传输问题, 前面工作所得到的广义折射率 n_G 非负值, 这样显然缩小了问题的讨论范围, 从而不能有效地将近期所出现左手媒质的负折射问题^[5]考虑在内. 2002 年, Veselago (Veselago V G. About the wording of Fermat's principle for light propagation in media with negative refraction index. arXiv:cond-mat/0203451, <http://arXiv.org>)以变分的角度为出发点, 论述了负折射率在理想左手媒质电磁波传播问题中的关键作用. 但是其工作未能对折射率与媒质的电参数之间的关系作更进一步讨论.

对于 Fermat原理, 普朗克在其著作中给出了不同角度的论述, 其中普朗克主要通过经典电磁理论分析了各向同性的均匀体光学, 晶体的光学及各向同性体的色散之后, Planck 简要论及了 Fermat 原理以及作用量关系, 在其后则集中对 Broglie 物质波的引入进行了介绍. 在微观领域并不存在媒质中的不同光子, 而且媒质这个概念也并不适合于微观领域, 有必要从宏观的角度将最小作用量原理与 Fermat 原理联系起来.

为了能使Fermat原理适用于更广泛媒质类型中的强电磁信号或光束的传输等问题, 在这里将重新考虑了左手和右手媒质的最初定义并对其进行了对比, 进而在此基础上结合波恩等人^[1]的工作对折射率进行了重新定义, 由此得到了可以同时适用于左、右手媒质的折射率, 进而得到了折射率可变稳态光学系统的推广Fermat原理. 下文中通过经典电磁理论所得到的广义折射率一般表述清楚地表明了媒质的电参数(介电常数、磁导率)与左、右手情况时折射率负、正特性间的关系. 另外采用推广的Fermat原理可以从理论上清晰地给出对应的折射定律一般表述, 从而可以对一般性问题进行了讨论. 通过与Broglie方法

的类比, 并结合路径积分方法, 对作用量原理与 Fermat 原理进行了对比.

1 广义折射率的导出

折射率是研究光或电磁波传播的重要特征参量. 早期, 折射率是在实验基础上获得的. 而后随着电磁理论的发展, 通过 Maxwell 理论使得折射率与媒质的电磁参数联系起来, 从而进一步揭示了折射率的物理本质. 为了定义一个同时适用左手和右手媒质的折射率一般形式, 首先有必要对左、右手媒质的定义进行一下对比. 在左手媒质中, 电场 $\mathbf{E}$ 、磁场 $\mathbf{H}$ 以及波矢量 $\mathbf{k}$ 共同构成左手系, 波矢量 $\mathbf{k}$ 与 $\mathbf{S}$ 方向相反; 而在右手媒质中电场 $\mathbf{E}$ 、磁场 $\mathbf{H}$ 以及波矢量 $\mathbf{k}$ 共同构成右手系, 波矢量 $\mathbf{k}$ 与 $\mathbf{S}$ 方向相同, 如图 1 所示.

在对左、右手媒质定义的对比中, 可以发现, 左手系和右手系表示了一组完全相对的概念. 因此在左、右手系的对比中, 应该确立一个参考标准, 而功率流显然是可以被采用的. 考虑到 Born 和 Wolf 工作^[1]中光线方程的形式, 并注意曹清^[3]、余卫龙等人^[4]学者工作中有关折射率的物理意义, 于是就可以定义如下形式的折射率

$$n_G = \nabla L \cdot \hat{n}, \quad (1)$$

其中 $\hat{n}$ 为平均功率流的方向, 程函 L 为位置 $\mathbf{r}$ 的函数. 该形式通过功率流与等相位面之间的方向对比, 可以进一步刻画了媒质系统中相位传输与能量传输间的内在联系.

下面将对前面所定义的广义折射率具体形式进行推导. 在通常情况下, 为了有效传输, 光学或电磁系统总是尽可能的工作在趋近于理想的情况下, 因此在具体理论分析中, 可以按照理想情况来考虑. 在时域 Maxwell 方程组的基础上, 对于各向同性媒质中

的电磁场量采用如下的复矢量形式

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} [\mathbf{F}_0(\mathbf{r}, \omega) e^{j\omega t} + \text{c.c.}], \quad (2)$$

其中 $\mathbf{F}_0$ 为相应场量的复振幅矢量, j 为虚数单位, c.c. 为前面项的复共轭. 考虑到本构关系, 则可以得到如下形式的频域 Maxwell 方程组

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{H}_0 = j\omega \epsilon \mathbf{E}_0, \\ \nabla \times \mathbf{E}_0 = -j\omega \mu \mathbf{H}_0, \\ \nabla \cdot (\epsilon \mathbf{E}_0) = 0, \\ \nabla \cdot (\mu \mathbf{H}_0) = 0. \end{cases} \quad (3)$$

除了时谐因子为 $e^{j\omega t}$ 以外, 上式中的符号与文献[8]相一致. 考虑上面方程组中的第二方程, 则时间平均 Poynting 矢量可以表示为

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{j}{4\omega\mu} [\mathbf{E}_0^* \times (\nabla \times \mathbf{E}_0) - \mathbf{E}_0 \times (\nabla \times \mathbf{E}_0^*)]. \quad (4)$$

对于电磁场的传输问题, 所以如果考虑一般性传输情况, 则线极化传输场中的电场复矢量 $\mathbf{E}_0$ 可以表示为

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{r}, \omega) = \mathbf{e}(\mathbf{r}) e^{-j\omega L(\mathbf{r})/c}, \quad (5)$$

其中 c 为真空中的光速, $\mathbf{e}$ 为位置的实函数. 由于讨论电磁传输问题, 因此凋落波, 衰减等情况并不属于上面模型的分析范围, 本文主要针对媒质的电参数同时为正或同时为负的情况. 如果将(5)式代入(3)式中的第三式^[4], 考虑到无耗条件, 于是在消去指数项的基础上分离关系式中的实部和虚部, 就可以得到 $\nabla L \cdot \mathbf{e} = 0$, 同时考虑到如下矢量关系式

$$\nabla \times (\mathbf{e} e^{-j\omega L/c}) = (\nabla \times \mathbf{e} - j \frac{\omega}{c} \nabla L \times \mathbf{e}) e^{-j\omega L/c}, \quad (6)$$

以及三矢量叉乘的矢量公式, 通过一定的运算, 可以得到理想条件下稳态传输系统中的时间平均 Poynting 矢量

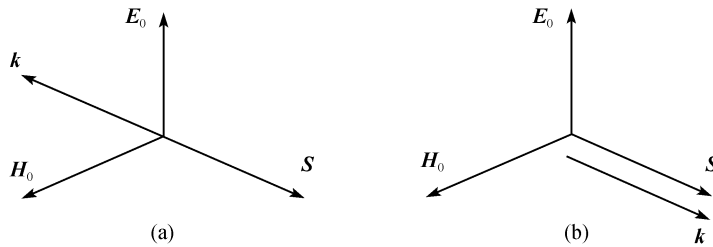


图 1 左、右媒质定义对比

(a) 左手媒质中的波矢量与 Poynting 矢量; (b) 右手媒质中的波矢量与 Poynting 矢量

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{|\mathbf{e}|^2 \nabla L}{2c\mu} \quad (7)$$

类似的, 也可以通过磁场 $\mathbf{H}_0 = \mathbf{h}e^{-j\omega L/c}$ 来表示, 其中 $\mathbf{h}$ 与(6)式中的 $\mathbf{e}$ 相对应, 为空间位置的函数, 于是 Poynting 矢量也可以表示为 $|\mathbf{h}|^2 \nabla L / (2c\epsilon)$. 在得到 Poynting 矢量后, 考虑前面题设条件, 就可以进一步推得定义(1)式中所对应的单位矢量 $\hat{n}$, 其形式如下

$$\hat{n} = \frac{\langle \mathbf{S} \rangle}{|\langle \mathbf{S} \rangle|} = \frac{|\epsilon| \nabla L}{\epsilon |\nabla L|} = \frac{|\mu| \nabla L}{\mu |\nabla L|}, \quad (8)$$

将其代入(1)式中, 就可以得到广义折射率的一般形式

$$n_G = \frac{|\epsilon|}{\epsilon} |\nabla L| = \frac{|\mu|}{\mu} |\nabla L|, \quad (9)$$

从(9)式中可以方便的看到, 折射率的正负是由介电常数和磁导率的符号所确定的. 为了获得(9)式的具体表示, 我们可以从 Maxwell 方程组出发, 通过计算和化简, 可以得到如下形式的 Helmholtz 方程

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}_0 - \omega^2 \epsilon \mu \mathbf{E}_0 = 0. \quad (10)$$

同理也可以采用磁场表示, 由于考虑到过程的简化, 这里不再给出相应的形式. 为了得到 $|\nabla L|$ 的具体表示, 将(6)式代入(10)式中, 同时考虑如下矢量关系

$$\nabla \cdot (a \mathbf{f} e^{-j\omega L/c}) = (a \nabla \cdot \mathbf{f} + \mathbf{f} \cdot \nabla a - j a \frac{\omega}{c} \nabla L \cdot \mathbf{f}) e^{-j\omega L/c} \quad (11)$$

和 Maxwell 方程组, 通过分离相应的实部和虚部以及一定的矢量运算和化简, 于是得到

$$|\nabla L|^2 = c^2 \epsilon \mu + c^2 \frac{(\mathbf{e} \cdot \nabla^2 \mathbf{e}) + \nabla \ln |\epsilon| \cdot (\mathbf{e} \cdot \nabla \mathbf{e}) + \mathbf{e} \cdot [(\mathbf{e} \cdot \nabla) \nabla \ln |\epsilon|]}{\omega^2 |\mathbf{e}|^2}, \quad (12)$$

在上式中, 用到了数学关系 $\nabla \ln |a| = \nabla a / a$, ($a \in \mathbb{R}$). 由于上式表示的是矢量模值的平方, 因此(12)式为正定实函数. 于是考虑到矢量分析中有关矢量模值的定义并将相应的模值代入(9)式中, 就可以得到广义折射率的具体形式

$$n_G = \frac{|\epsilon|}{\epsilon} \left\{ c^2 \epsilon \mu + c^2 \frac{(\mathbf{e} \cdot \nabla^2 \mathbf{e}) + \nabla \ln |\epsilon| \cdot (\mathbf{e} \cdot \nabla \mathbf{e}) + \mathbf{e} \cdot [(\mathbf{e} \cdot \nabla) \nabla \ln |\epsilon|]}{\omega^2 |\mathbf{e}|^2} \right\}^{1/2}$$

$$= \frac{|\mu|}{\mu} \left\{ c^2 \epsilon \mu + c^2 \frac{(\mathbf{e} \cdot \nabla^2 \mathbf{e}) + \nabla \ln |\epsilon| \cdot (\mathbf{e} \cdot \nabla \mathbf{e}) + \mathbf{e} \cdot [(\mathbf{e} \cdot \nabla) \nabla \ln |\epsilon|]}{\omega^2 |\mathbf{e}|^2} \right\}^{1/2}, \quad (13)$$

在上式中, 大括号内的表示式对应于矢量的模值, 因此无论媒质的电参数正负如何, 显然根据数学分析中平方根的定义, 该表达式应非负. 而折射率的正负完全由表达式 $|a|/a$, ($a = \epsilon, \mu$) 决定. 在(13)式除了包含媒质的电参数信息(即系统信息)外, 还含有电磁信号的幅度信息. 对于空间可微的连续媒质, (13)式给出了媒质折射率的一般形式.

2 Fermat 原理的推广

Fermat 原理有过多种表述, 但在光学和电磁学中, 一般采用 Fermat 原理的光程表示. 通过前面所得到的折射率, 就可以通过如下的变分形式给出推广后所得的 Fermat 原理

$$\delta \int_A^B n_G ds = 0, \quad (14)$$

其中 n_G 为(1)式所定义的广义折射率. 该折射率可以同时适用于左手和右手媒质, 因此上面的 Fermat 原理被推广为可以适用于左、右手混合的稳态光或电磁传输系统的形式.

通常的射线光学理论^[1,7,8]是以电磁场传播的射线理论为基础, 在高频近似的前提下对相关电磁问题进行分析. 因此如果考虑几何光学问题, 则在高频条件下可以由(13)式得到下面更为简单的折射率表示式

$$n_G = \frac{|\epsilon|}{\epsilon} (c^2 \epsilon \mu)^{1/2} = \frac{|\mu|}{\mu} (c^2 \epsilon \mu)^{1/2}, \quad (15)$$

值得指出的是, 上式中的括号标识出运算的次序, 因此, 无论媒质的电参数的符号如何, 均有 $(c^2 \epsilon \mu)^{1/2} > 0$. 这一结论与该根式表示程函梯度模值的这一物理意义相一致. 对于理想均匀各向同性左手媒质 ($\epsilon = -1, \mu = -1$), 其电参数为常数, 于是可推导得到媒质的折射率 $n_G = (c^2 \epsilon \mu)^{1/2} |\epsilon| / \epsilon = (c^2 \epsilon \mu)^{1/2} |\mu| / \mu = -c < 0$. 该结果清楚的表明了左手媒质折射率中负号的物理意义.

上面从Fermat原理出发简便的得到负折射的结果. 接下来将对本文所定义的广义折射率进行更一般性的讨论. 在此定义相应的衍射射线^[2~4], 于是根据矢量恒等式 $\nabla \times (\nabla L) = \mathbf{0}$ 并考虑广义折射率的定义式 (1), 就可以得到折射率所满足的关系: $\nabla \times (n_G \hat{n}) = \mathbf{0}$. 由于微分形式不能有效的处理分界面 T 处的突变问题, 因此仿照电磁场中处理边界条件的方法, 利用折射率所满足关系的Stokes积分形式

$$\int (\nabla \times n_G \hat{n}) \cdot \mathbf{b} ds = \int n_G \hat{n} \cdot \mathbf{dr} = 0, \quad (16)$$

其中积分路径为 $P_1 Q_1 Q_2 P_2$, 取极限 $\delta h = P_1 Q_1 = P_2 Q_2 \rightarrow 0$, 就可以得到折射定律的一般表示形式

$$\hat{n}_{12} \times (n_{G2} \hat{n}_2 - n_{G1} \hat{n}_1) = 0, \quad (17)$$

式中 $\hat{n}_{12}$ 是界面的单位法线, 由第一媒质指向第二媒质. 当两种媒质分别为左、右手媒质时, 通过射线的几何关系由上式即可得到负折射的结果. 事实上, 在上面的分析过程中并未考虑媒质的具体情况, 因此该分析过程以及由此所得的结果具有一般性.

Fermat 原理表示了等相位面的传播. 重要的是 Fermat 原理在本质上与 Hamilton 原理相关. 因此, 左手现象的存在使得我们有必要重新认识等作用量面的传输问题. 上面的工作表明, 等作用量面的传输方向与功率流相关, 其本身具有相对意义. 前面理论分析基于经典电动力学, 与简单的定义 $a < 0$, $b < 0$, $\sqrt{ab} < 0$ 不同. 而且前面的推广对于进一步研究复杂射线传输系统(包括慢波等系统)中强电磁信号的传输有一定的理论意义.

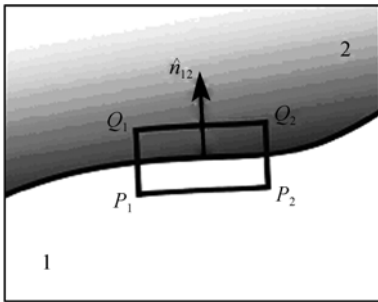


图2 一般媒质分界面上处理方法的示意图

3 Fermat 原理与最小作用量原理之对比

在这一部分中, 将以前面所得广义折射率为基

础, 借鉴de Broglie处理物质波时的方法^[7,9] (Kirilyuk P. 75 Years of Matter Wave: Louis de Broglie and Renaissance of the Causally Complete Knowledge. arXiv: quant-ph/9911107, <http://arXiv.org>), 对简单媒质中 Fermat原理与最小作用量原理进行类比. 设工作频率为 f_0 , 若定义真空中或介质中的媒质为 n_G . 考虑高频情况, Fermat原理可以表示为如下形式

$$\delta \int n_G ds = 0 \Leftrightarrow \delta \int \frac{c}{v_p} ds = 0, \quad (18)$$

其中 v_p 为相速度. 由于这里所考虑媒质的电磁特性为宏观特性. 因此, 定义一种与波相缔合的宏观粒子态. 设待定常数 α , 采用类似于 de Broglie 的能量守恒形式, 可以得到如下两个关系式

$$m_0 c^2 = \alpha f_0, \quad (19)$$

$$m v_a^2 = \alpha f_0, \quad (20)$$

其中 m_0 和 m 分别表示真空和媒质类质量. 为了下面表述的方便, 在此可以定义一种称为粒子态的类比质量. 首先, 定义参量 $c' = c/n_G$, 则粒子态速度可以表示为 $v_a = (c')^2 / v_p$. 将其代入(20)式, 同时与(19)式进行对比, 则可以得到

$$m = m_0 (n_G)^2, \quad (21)$$

若以符号 $E = \alpha f_0$ 表示, 则最小作用量原理的形式为

$$\delta \int m v_a ds = \delta \int \frac{E}{v_a} ds = \delta \int \frac{\alpha f_0}{c} n ds. \quad (22)$$

在上式中令, $\alpha f_0 / c = \text{Const}$, 其中 Const 为一待确定的常量. 则(22)式中最右边等于(18)式. 由此可以得到常数 $\alpha = \lambda_0 \text{Const}$, 其中 λ_0 为自由空间中频率为 f_0 的电磁波的波长. 而波长 λ 则为

$$\lambda = \frac{\alpha}{m v_a}, \quad (23)$$

上式与量子力学中物质波的定义形式相类似. 真空中的类质量为 $m_0 = \text{Const} / c$. 于是媒质中粒子态的类质量为

$$m = \frac{(n_G)^2 \text{Const}}{c}. \quad (24)$$

从结果上看, 上面定义是非负的. 由此, Fermat 原理与最小作用量原理得到了一定的统一. 在非色散情况下, 我们可以认为 v_a 等于群速度, 也等于相速度.

在一般情况下, 我们则仍然认为 v_a 直接对应于相速度 v_p . 由此可以总结为, Fermat 原理中的速度对应相速度或等作用量面传播速度. 于是 Fermat 原理与最小作用量原理在宏观上就得到了一定的统一.

在相应的问题中, 能量是一个重要的量. 能量与相位的区分是十分必要的, 即使在理想情况下也应如此. 让我们考虑进一步的情况. 值得指出的是, 作用量的运动通过作用量面的运动来描述. 从经典电磁理论^[12]可以知道, 相速度与能速度之间存在这样的关系 $|v_p| \parallel v_e| = c^2/n^2$. 在该关系中为了不致在后面产生误会, 因此为相速度和能速度分别加上了模值符号. 而该式又可以表示为

$$|v_p| \parallel v_e| n_G = \frac{c^2}{n_G}. \quad (25)$$

在上面等式两边同时除以折射率的模值. 则可以得到

$$|v_p| \parallel v_e| \frac{n_G}{|n_G|} = \frac{c^2}{n_G |n_G|}, \quad (26)$$

考虑到广义折射率的定义式 $n_G = \nabla L \cdot \hat{n}$, 其中 L 为光程, $\hat{n}$ 为平均功率的传输方向. 如果 ∇L 和 $\hat{n}$ 两者方向平行. 则折射率为

$$\frac{n_G}{|n_G|} = \frac{\nabla L}{|\nabla L|} \cdot \hat{n}. \quad (27)$$

将其代入(26)式中, 则可以得到

$$\left(|v_p| \frac{\nabla L}{|\nabla L|} \right) \cdot (|v_e| \hat{n}) = \frac{c^2}{n_G |n_G|}. \quad (28)$$

上面的矢量关系可以表示为如下简单的标量形式

$$v_p v_e = \frac{c^2}{n_G |n_G|}, \quad (29)$$

于是能速可以表示为

$$v_e = \frac{c}{|n_G|} = \frac{n_G}{|n_G|} v_p. \quad (30)$$

通过上式, 可以容易的得到 $v_e = |v_e|$, 即能速非负. 如果进一步考虑粒子态速度与相速度的关系, 则粒子态速度可以表示为

$$v_a = \frac{|n_G|}{n_G} v_e, \quad (31)$$

将其代入前面的最小作用量原理的表达式中, 则可

以得到如下形式的变分原理

$$\delta \int m \left(\frac{|n_G|}{n_G} v_e \right) ds = 0, \quad (32)$$

在分析力学中, 可以知道对于理想系统作用量与能量相关的. 上面的分析与传统作用量理论相兼容. Fermat 原理表明了等相位面的传输. 一个直接的问题是 Fermat 原理与 Hamilton 原理在物理本质上相联系, 而后者在其他领域有着极其重要的作用. 左手现象的出现为我们提供了重新认识等作用量面传输所能进行对比的对象. 这里的工作表明, 等作用量面的传输方向与功率流相关. 而前面所定义的广义折射率与程函方程相符合. 值得注意的是, de Broglie 在物理本质上将 Fermat 原理与最小作用量原理进行了统一. 然而在其理论中, 等作用量面速度与相速度一致. 对于电磁媒质, 宏观的电磁现象需要经典电磁理论. 为了区别能速和等作用量面速度, 这里采用了与 de Broglie 相类别的方法. 采用所定义的广义折射率, 使得 Fermat 原理与最小作用量原理在宏观的层面上取得了一定的一致.

4 基于路径积分的待定参数确定

前面的分析得到了一些结果, 但在上一部分中有一个细微问题仍有待解决, 即在上一部分中常量 Const 尚未确定. 对此, 下面部分将处理该问题. 首先, 换一个不同的角度来考虑. 从分析力学出发, 可以定义如下形式的 Lagrange 量为

$$L = \frac{1}{2} m v_a^2, \quad (33)$$

其中 m 为波的粒子态类质量, 该量包含了媒质和场所构成的电磁系统的相关信息. 为了进一步讨论的方便, 接下来不妨考虑一维的简单情况, 设坐标参量为 $\mathbf{r} = z\hat{z}$. 于是就可以定义一个表征宏观电磁系统的状态量 $\Psi(z, t)$, 该状态量的变化特性可以通过下面关系来表述

$$\Psi(z, t + \Delta t) = C \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left\{ j \varepsilon \left[\frac{k_0 m}{2} \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \right] \right\} \Psi(z_0, t) dz_0, \quad (34)$$

其中 $z = z_0 - \Delta z$. 按照与的量子路径积分相类似的处理方法^[13], 则可以得到如下的 Schrödinger 方程

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{1}{2k_0 m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}. \quad (35)$$

其中值得指出的是无论 dt 为正或为负并不影响整个 Schrödinger 方程的推导过程. 对于 $\Psi(z, t)$ 本身可以进行变量分离的情况, 则可表示为 $\Psi(z, t) = \psi(z) f(t)$. 如果问题为时谐形式, 按照量子力学中对定态问题的考虑^[12,13], 将其代入 $\Psi(z, t)$ 中, 方程两边同时约去时谐因子, 于是就可以得到

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + 2k_0 m \omega \psi = 0, \quad (36)$$

在此将前一部分中所得的 m 表示式代入, 则有

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + 2\text{Const} \frac{k_0 \omega (n_G)^2}{c} \psi = 0. \quad (37)$$

通过两式的对比, 显然当 $\text{Const} = 1/2$ 时, 上式即为 Helmholtz 方程

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{k_0 \omega (n_G)^2}{c} \psi = 0, \quad (38)$$

则由此也可以确定, $m = (n_G)^2 / (2c)$, 前面所定义的状态参量即为电磁场量. 而上面所得的这一结果表

明了前面所建立的整个理论分析的一致性. 在此值得注意的是, 通过上面的分析已经可以清脆的看到这里的作用量原理和 Fermat 原理反映的是波的相位特性, 而在实际认识中应将相位与能量分开来考虑.

5 结论

本文通过左手和右手媒质概念的对比, 以功率流为参考基准, 定义了新的折射率一般表示形式. 通过结合经典电磁理论, 在保持数学上平方根定义的情况下进一步得到了广义折射率的具体形式, 从而使得相应的 Fermat 原理可以适用于左、右手混合系统. 从折射率的表达式中可以清楚的看到, 媒质的电参数介电常数和磁导率同时为负即会导致媒质的折射率为负, 由此呈现出左手特性. 此外, 对高频情况进行了讨论. 通过与 de Broglie 方法的类比, 将作用量原理与 Fermat 原理进行了对比, 从而使媒质中的两种形式得到了统一. 由于在前面的对比分析中有一个待定常数需要确定, 为此采用路径积分方法结合 Helmholtz 方程最终确定了该常数, 从而使 Fermat 原理的推广构成了相对完整的形式.

致谢 作者感谢东南大学崔铁军教授与西安电子科技大学史小卫教授有益的讨论, 同时感谢审稿专家的建设性意见.

参考文献

- 1 波恩 M, 沃尔夫 E (杨葭孙译). 光学原理. 北京: 科学出版社, 1978
- 2 郭弘, 邓锡铭. Fermat 原理及稳态光束传输的微分几何研究. 中国科学 A 辑: 数学 物理学 天文学, 1995, 25(3): 273—279
- 3 曹清, 邓锡铭, 郭弘. 对 Fermat 原理的一个推广. 中国科学 A 辑: 数学 物理学 天文学, 1996, 26(5): 437—442
- 4 余卫龙, 吴深尚, 胡巍. Fermat 原理的进一步推广. 中国科学 A 辑: 数学 物理学 天文学, 1999, 29(7): 667—672
- 5 Pendry J B, Smith D R. Reversing light: Negative refraction. Phys Today, 2004, 57(2): 37—44 [\[DOI\]](#)
- 6 普朗克 M (钟闻译). 理论物理学导引(第四卷)光学. 北京: 高等教育出版社, 1959
- 7 汪茂光. 几何绕射理论. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1994
- 8 Guenther R D. Modern Optics. New York: John Wiley & Sons, 1990
- 9 许良. 最小作用量原理与物理学的发展. 成都: 四川教育出版社, 2001
- 10 Jackson J D. Classical Electrodynamics. 3rd ed. New York: Wiley, 1999
- 11 曾谨言. 量子力学(卷 II). 北京: 科学出版社, 1995
- 12 周世勋. 量子力学教程. 北京: 人民教育出版社, 1981
- 13 曾谨言. 量子力学(上册). 北京: 科学出版社, 1981