



论文

小天体伴飞的常推力控制[†]

龚胜平*, 李俊峰, 宝音贺西

清华大学航天航空学院, 北京 100084

*E-mail: gongsp@tsinghua.edu.cn

†李俊峰编委供稿

收稿日期: 2011-08-16; 接受日期: 2011-08-18; 网络出版日期: 2011-09-16

国家重点基础研究发展计划资助项目(编号: 2012CB720000)

摘要 小天体探测的轨道控制和保持非常重要. 深空探测中常采用推力大小不可变的小推力发动机进行轨道控制, 本文研究利用常推力实现小天体伴飞的控制方法. 同时考虑太阳和小天体的引力, 提出一种常推力实现伴飞位置保持的阈值控制方法, 当误差超过阈值时进行主动控制. 该控制方法实现探测器的位置保持需要控制周期长, 消耗推进剂少, 实现简单.

关键词 小天体, 伴飞, 常推力

PACS: 83.85.Vb, 02.30.Yy, 45.50.Pk

小天体探测分为飞越、绕飞或伴飞、登陆等. 通常情况下小天体的形状不是很规则且伴随着自旋, 对引力场和自旋状态比较清楚的小天体, 可以采用绕飞轨道或者定点悬浮对小天体进行近距离的观测. 如果对于小天体各种信息掌握较少, 可以采用较远距离的伴飞, 通过对小天体的伴飞初步确定小天体的参数, 为进一步近距离探测打下基础. 由于我国还未实施过小天体探测任务, 小天体的各种信息都是通过地面观察获取, 很难获得较准确的引力场模型和自旋状态. 因此, 通过一段时间的伴飞观测来获取小天体信息非常有必要. 国外 Scheeres 在小天体探测的动力学与控制方面作了大量的研究工作, 文献[1]考虑先将探测器置于一定距离的初始轨道, 初始轨道与目标轨道倾角一致, 通过两次脉冲将探测器变轨到一个高度为几公里的接近赤道的逆行稳定绕飞近圆轨道. 文献[2,3]研究了利用两次脉冲实现探测器登陆小天体,

第一次变轨降低探测器的近心点, 在近心点执行另外一次变轨使得探测器的速度与小天体自旋速度一致, 然后采用闭环控制实现探测器接近和着陆小天体表面. 国内对于小天体探测的研究相对较少, 对小天体轨道进行准确预报是小天体探测的前提, 刘林等人^[4]研究了小天体轨道长期演化的辛算法. 探测器接近小天体需要依赖深空自主导航技术, 很多学者研究了不同的深空自主导航算法, 张晓文等人^[5]研究了利用小天体实现光学导航的方法, 宁晓琳等人^[6]对深空导航方法进行了综述. 当探测器接近小天体后, 可以利用飞越、伴飞、绕飞和登陆等方式对小天体进行探测. 根据不同的探测方式, 需要了解小天体附近的动力学环境, 胡维多等人^[7]对小天体附近的动力学特性进行了分析和总结. 刘莹莹等人^[8]分析了各种摄动对绕飞小天体的探测器轨道的影响. 崔平远^[9], 崔祜涛^[10]研究了如何实现小天体的自主软着陆.

本文主要讨论小天体的伴飞轨道控制, 考虑利

引用格式: 龚胜平, 李俊峰, 宝音贺西. 小天体伴飞的常推力控制. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2011, 41: 1224-1229

Gong S P, Li J F, Baoyin H X. Utilization of constant low thrust for control of spacecraft near asteroid (in Chinese). Sci Sin Phys Mech Astron, 2011, 41: 1224-1229, doi: 10.1360/132011-907

用常推力实现探测器相对小天体位置的保持. 利用阈值控制的方法实现轨道保持, 当探测器与目标位置的偏差大于某个阈值, 则利用小推力将探测器控制到目标位置. 该方法需要用到探测器的相对位置和相对速度进行控制, 控制的精度和频率与给定的阈值有关.

1 探测器的轨道动力学

探测器在伴飞段会受到太阳引力、小行星引力和其它行星的引力作用. 伴飞时距小天体的距离较远, 小天体可以作为质点处理. 通常情况下, 行星的引力与太阳的引力相比是小量, 本文不考虑其他行星对探测器的引力作用. 建立探测器相对小天体运动的动力学方程, 以小行星为主星建立旋转坐标系, y 轴沿小行星的速度方向, z 轴垂直于小行星的轨道平面沿角速度方向, x 与 y 轴和 z 轴形成右手坐标系. 探测器相对小行星的位置用 r 表示, 如图 1 所示. 则在轨道坐标系 $oxyz$ 下, 探测器的动力学方程可以表示为

$$\ddot{\mathbf{r}} + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r} = \Delta \mathbf{F}_{\text{sun}} + \mathbf{F}_{\text{ast}}, \quad (1)$$

其中: $\boldsymbol{\omega}$ 为坐标系的角速度, $\dot{\boldsymbol{\omega}}$ 为坐标系的角加速度, $\Delta \mathbf{F}_{\text{sun}}$ 为太阳对探测器和小天体的引力差, \mathbf{F}_{ast} 为小行星的引力项, 表达式分别为

$$\Delta \mathbf{F}_{\text{sun}} = -\frac{\mu_s}{|\mathbf{R}_{\text{ast}} + \mathbf{r}|^3} (\mathbf{R}_{\text{ast}} + \mathbf{r}) + \frac{\mu_s}{|\mathbf{R}_{\text{ast}}|^3} \mathbf{R}_{\text{ast}}, \quad (2)$$

$$\mathbf{F}_{\text{ast}} = -\frac{\mu_A}{|\mathbf{R}_{\text{ast}}|^3} \mathbf{R}_{\text{ast}} - \frac{\mu_A}{|\mathbf{r}|^3} \mathbf{r}, \quad (3)$$

其中: μ_s 为太阳引力常数, μ_A 为小行星的引力常数, \mathbf{R}_{ast} 为小行星相对太阳的矢径, 给定时刻, 根据小行星的真近点角可以得到小行星距太阳的距离.

实际上方程描述的希尔限制性三体问题, 如果小行星的轨道为圆轨道, 即 $\dot{\boldsymbol{\omega}} = 0$, 对方程右端进行

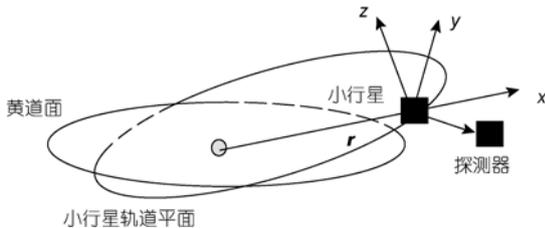


图 1 小天体的轨道坐标系定义
Figure 1 Definition of the orbital frame.

线性化, 则上述方程可以简化为

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\omega \dot{y} - 3\omega^2 x = -\frac{\mu_A}{r^3} x, \\ \ddot{y} + 2\omega \dot{x} = -\frac{\mu_A}{r^3} y, \\ \ddot{z} + \omega^2 z = -\frac{\mu_A}{r^3} z. \end{cases} \quad (4)$$

方程存在两个平衡点, 对应限制性三体问题中经典的 L_1 和 L_2 点, 平衡点的坐标可以表示为

$$\left[\pm \left(\frac{\mu_A}{3\omega^2} \right)^{\frac{1}{3}} \quad 0 \quad 0 \right]. \quad (5)$$

这意味着在离小行星的距离在 $\left(\frac{\mu_A}{3\omega^2} \right)^{\frac{1}{3}}$ 附近时, 太阳与小行星的引力作用效果相当, 两者都不能忽略.

2 小推力控制律设计

利用常推力进行轨道保持, 控制思路非常简单, 当探测器偏离目标位置的偏差小于给定阈值时, 不进行主动控制, 只当探测器偏离目标位置超过误差阈值时进行主动控制, 主动控制的目标是使得探测器回到目标位置且速度误差为零. 当探测器到达目标位置后, 关闭发动机, 随着时间的推移, 探测器会偏离平衡位置, 当位置误差达到某个值时, 重新开启发动机进行控制使得探测器回到目标位置, 如此反复即可实现整个过程中的轨道保持. 设控制力为 \mathbf{F}_c , 受控方程可以表示为

$$\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F}_{\text{known}} + \mathbf{F}_c, \quad (6)$$

其中:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{\text{known}} = & -\frac{\mu_A}{|\mathbf{r}|^3} \mathbf{r} - 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}} - \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \\ & - \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r} + \Delta \mathbf{F}_{\text{sun}} + \mathbf{F}_{\text{ast}}, \end{aligned}$$

设单位向量 $\mathbf{e}_c = \frac{a\dot{\mathbf{r}} + b(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)}{|a\dot{\mathbf{r}} + b(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)|}$, 其中 a, b 正常数, κ 为常数, 将控制律写成如下形式

$$\mathbf{F}_c = -\mathbf{F}_{\text{know}} - \kappa \mathbf{e}_c. \quad (7)$$

将控制律代入动力学方程(6)可以得到

$$\ddot{\mathbf{r}} + \kappa \frac{a\dot{\mathbf{r}} + b(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)}{|a\dot{\mathbf{r}} + b(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)|} = 0. \quad (8)$$

方程的特征值都为负数的条件为

$$\kappa \cdot b > 0. \quad (9)$$

由控制律的形式, 两边求模 $|\mathbf{F}_c| = |-\mathbf{F}_{\text{know}} - \kappa \mathbf{e}_c|$, 然后平方可以得到

$$F_c^2 = F_{\text{know}}^2 + 2(\mathbf{F}_{\text{know}} \cdot \mathbf{e}_c)\kappa + \kappa^2. \quad (10)$$

可以解得常数

$$\kappa = -(\mathbf{F}_{\text{know}} \cdot \mathbf{e}_c) \pm \sqrt{(\mathbf{F}_{\text{know}} \cdot \mathbf{e}_c)^2 + (F_c^2 - F_{\text{know}}^2)}. \quad (11)$$

由于采用的小推力的量级通常有 $F_c \gg F_k$, 对于 1996FG3, F_k 的量级为 $1 \times 10^{-7} \text{ m/s}^2$, 而对于 80 mN 的小推力, 1000 kg 的探测器, F_c 为 $8 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$. 因此, κ 的取值通常为正值, 且有

$$\kappa \approx F_c. \quad (12)$$

受控方程可以表示为

$$\ddot{\mathbf{r}} + a_v \dot{\mathbf{r}} + a_r(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) = 0, \quad (13)$$

其中

$$a_v = \frac{\kappa a}{|\mathbf{a}\dot{\mathbf{r}} + b(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)|}, \quad a_r = \frac{\kappa b}{|\mathbf{a}\dot{\mathbf{r}} + b(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)|}.$$

可以取 $b > 0$, 则有 $a_r > 0$, 所以受控方程的特征值都小于零. 当探测器位于平衡位置附近时, 探测器会很快收敛至平衡位置, 此时有

$$|\mathbf{a}\dot{\mathbf{r}} + b(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)| = 0. \quad (14)$$

此时, 单位向量 \mathbf{e}_c 出现奇异, 控制律无法描述. 通过简单的分析发现如果继续采用常推力进行控制, 则探测器肯定会偏离平衡位置. 在平衡位置, 如果受到外力的合力为 $-\mathbf{F}_{\text{know}}$ 时, 则探测器能保持在平衡位置, 如果合力不为 $-\mathbf{F}_{\text{know}}$, 则探测器将会偏离平衡位置. 然而探测器受到的外力为 \mathbf{F}_c , 且在平衡位置处控制力的大小远大于引力相关项, 即 $F_c \gg F_k$, 所以探测器无法平衡. 既然无法平衡, 当探测器到达平衡位置附近后, 可以将发动机关闭, 此时在引力的作用下, 探测器会偏离平衡位置, 但是由于引力作用的效果较小, 离开平衡位置的速度较慢. 可以设置一个阈值, 当探测器偏离平衡位置超过该阈值时, 则重新启动发动机, 进行主动控制, 根据上述控制律可知探测器会很快回到平衡位置, 如此递推可以进行轨道保持, 并且轨道保持的精度由阈值确定, 阈值越小则精度越高, 但是阈值越小发动机开关机的次数越多, 每次开关机之间的时间间隔越短.

3 仿真算例

本文以一颗近地小行星为例计算小天体的伴飞控制, 小行星的名称为 1996FG3, 2008 年 5 月 14 日小行星的轨道根数如表 1 所示, 小行星的质量约为 $2.1 \times 10^{12} \text{ kg}$.

尽管小行星的轨道偏心率不为零, 仍然可以利用(5)式进行小行星引力场的有效范围进行估算, 估算的有效距离约为 111 km. 本文考虑在小行星速度方向进行跟飞, 假设参考的跟飞距离为 70 km, 参考相对位置和相对速度如表 2, 此时, 太阳和小行星的引力都不能忽略, 利用上述讨论的动力学模型比较合适.

上述算法中非常关键的参数是控制阈值, 不同的控制阈值意味着探测器离目标位置的最大误差不同. 另外, 阈值的选择会影响控制频率、每次控制发动机工作的时间以及总燃料消耗等. 表 3 给出了各参数随控制阈值变化的情况, 其中 Δr_0 表示阈值, Δm_{100} 为平均 100 天时间内消耗的燃料, T_{span} 为两次控制之间的平均时间间隔, T_{thrust} 为每次发动机的平均开机时间, γ_{max} 为控制过程中探测器小行星连线方向与探测器速度方向的最大夹角. 消耗的质量随阈值的增加而增加, 控制时间间隔随阈值的增加而增加, 发动机每次工作时间随阈值的增加而增加, 探测器小行星连线与小行星速度方向的最大夹角随阈值的增加而增加. 所以, 随着阈值的增加, 偏离平衡位置的最大误差增加, 发动机开机次数减少, 每次发动机工作时间增加.

算例: 相对距离 $\Delta r_0 = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| = 2 \text{ km}$ 进行主动控制, 即阈值为 2 km. 该算例考虑探测器的初值时刻在目标位置附近, 如果初始时刻不在目标位置附近, 可以利用一次脉冲将探测器控制到目标位置. 如图 2 给出了相对距离和相对速度随时间变化的情况, 相对距离将始终在给定阈值范围内变化. 探测器偏离 x 轴(垂直速度方向)的误差不超过 600 m, 偏离速度方向误差不超过 2 km, 速度误差不超过 0.5 m/s. 图 3 中 γ 为小行星与探测器连线方向与小行星速度方向的夹角(小行星与探测器的速度方向几乎重合), 因此, 只要保持视线方向与探测器速度一致, 如果相机的视角大于 0.5° , 则可以保证小行星总在视线范围内. 探测器的质量为 1000 kg, 小推力的大小为 80 mN, 总伴飞时间为 87.6007 d, 发动机总开机时间为 6.2771 d, 比冲按照 1600 s 计算, 则需要消耗推进剂 2.7117 kg,

表1 小行星的轨道根数

Table 1 Classical orbital elements of asteroid

	a (AU)	e	i ($^\circ$)	Ω ($^\circ$)	ω (rad)	f ($^\circ$)
初始轨道	1.05426998	0.3498901	1.990362	299.8817	23.9238	328.8244

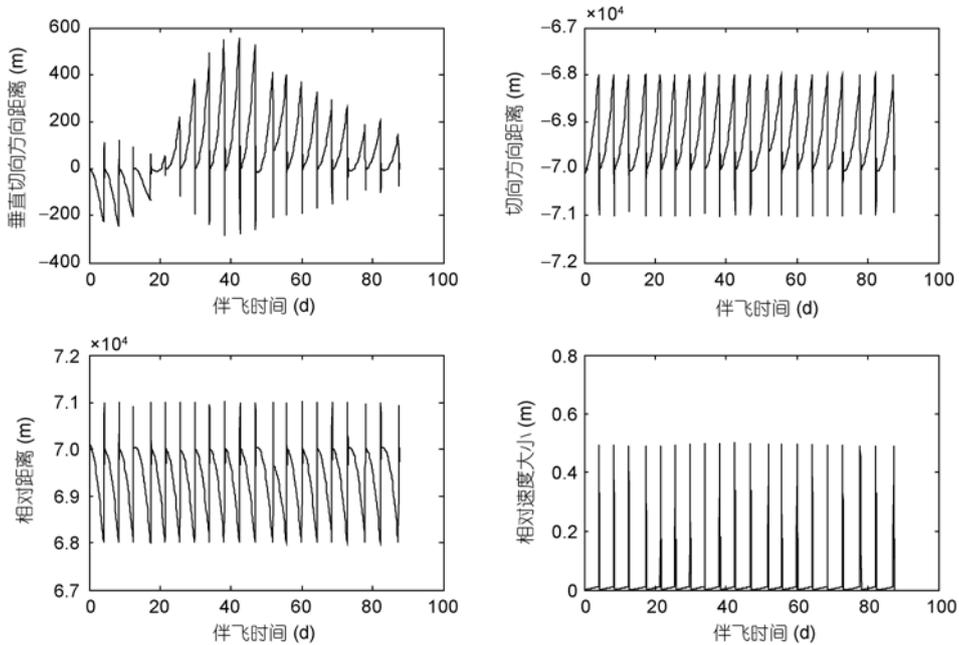


图2 相对距离和速度随时间变化情况

Figure 2 The relative position and velocity variation.

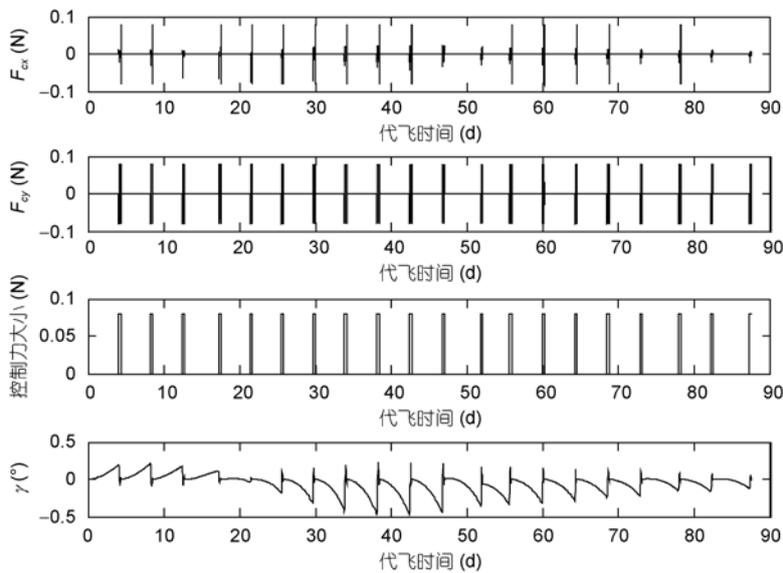


图3 控制力和视角随时间变化情况

Figure 3 The control force and view angle variation.

表 2 伴飞的参考位置

Table 2 Reference position of the accompany flight

	x (m)	y (m)	z (m)	\dot{x} (m/s)	\dot{y} (m/s)	\dot{z} (m/s)
参考伴飞位置	0	-70000	0	0	0	0

表 3 参数随控制阈值变化情况

Table 3 Parameters change with the threshold

Δr_0 (km)	Δm_{100} (kg)	T_{span} (d)	T_{thrust} (h)	γ_{max} (deg)
1	2.0769	4.3028	4.9647	0.2013
3	3.7667	6.7400	14.1041	0.7477
5	4.3661	9.0912	22.0517	1.3694
7	4.4918	11.7220	29.2515	1.9286
9	5.6174	12.7422	39.7654	2.6726

平均每 100 天消耗 3.0956 kg, 开机时间占整个伴飞时间的 7.1656%, 伴飞 87.6007 d 时间内开机 20 次, 开机频率约为 4 天开机 1 次, 每次开机时间约为 7.5325 h.

4 结论

本文考虑小天体和太阳的引力, 研究了利用常

小推力实现小天体的伴飞控制. 当探测器偏离平衡位置超过给定阈值时, 利用常小推力使得探测器回到目标位置, 当探测器回到目标位置后关闭发动机. 研究表明该控制方法能保证位置误差总在阈值范围内, 控制代价、控制间隔和每次发动机工作时间随着阈值的增加而增加, 控制的频率随阈值的增加而减少.

参考文献

- Scheeres D J, Williams B G, Miller J K. Evaluation of the Dynamic Environment of an Asteroid: Application to 433 Eros. AAS Paper 99-158, 1999 AAS/AIAA Spaceflight Mechanics Meeting, Breckenridge, Colorado, February 1999
- Scheeres D J. Interactions Between Ground-Based and Autonomous Navigation for Precision Landing at Small Solar-System Bodies. The Telecommunications and Data Acquisition Progress Report 42-132, Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, California, February 15, 1998. 1-12
- Scheeres D J, Ostro S J, Hudson R S. Issues of Landing on Near Earth Asteroids. Space 96 Conference, Albuquerque, New Mexico, June 1996
- Liu L, Ji J H, Liao X H. The numerical methods of the research in the orbital evolution of the asteroids. Chin J Comput Phys, 2001, 18(2): 185-188 [刘林, 季江徽, 廖新浩. 小行星轨道演化研究中的数值方法. 计算物理, 2001, 18(2): 185-188]
- Zhang X W, Wang D Y, Huang X Y. Study on the selection of the beacon asteroids in autonomous optical navigation for interplanetary exploration (in Chinese). J Astronaut, 2009, 30(3): 947-952 [张晓文, 王大轶, 黄翔宇. 深空自主光学导航观测小行星选取方法研究. 宇航学报, 2009, 30(3): 947-952]
- Ning X L, Wu W R, Fang J C. Survey of autonomous celestial navigation for deep space explorers (in Chinese). Aerospace China, 2010, 7: 34-37 [宁晓琳, 吴伟仁, 房建成. 深空探测器自主天文导航技术综述. 中国航天, 2010, 7: 34-37]
- Hu W D, Scheeres D J, Xiang K H. The characteristics of near asteroid orbital dynamics and its implication to mission analysis (in Chinese). Prog Astron, 2009, 2: 152-166 [胡维多, Scheeres D J, 向开恒. 飞行器近小行星轨道动力学的特点及研究意义. 天文学进展, 2009, 2: 152-166]
- Liu Y Y, Liu R, Zhou J. Research on orbit of spacecraft circling planetoid influenced by dragging force (in Chinese). Flight Dyn, 2008, 26(3): 44-48 [刘莹莹, 刘睿, 周军. 摄动力对绕飞小行星航天器轨道的影响. 飞行力学, 2008, 26(3): 44-48]
- Cui P Y, Qiao D, Cui H T, et al. Target selection and transfer trajectories design for exploring asteroid mission (in Chinese). Sci China Tech Sci, 2010, 53: 1150-1158 [崔平远, 乔栋, 崔祐涛, 等. 小行星探测目标选择与转移轨道方案设计. 中国科学: 技术科学, 2010, 40(6):

677–685]

- 10 Cui H T, Shi X Y, Cui P Y, et al. Line-of-sight guidance for adhesion asteroid (in Chinese). *Chin J Space Sci*, 2002, 22(3): 256–260 [崔祐涛, 史雪岩, 崔平远, 等. 附着小行星的视线制导规律. *空间科学学报*, 2002, 22(3): 256–260]

Utilization of constant low thrust for control of spacecraft near asteroid

GONG ShengPing^{*}, LI JunFeng & BAOYIN HeXi

School of Aerospace, Tsinghua University, Beijing 100084, China

The control of spacecraft near the asteroid is very important for asteroid exploration. Low thruster is always used in deep space exploration and the thrust magnitude is usually constant. This paper investigates the control method of spacecraft near asteroid using constant low thrust. Considering the gravity of the Sun and asteroid, a threshold control method is proposed for station-keeping of the spacecraft. The controller is triggered when the position error is greater than the threshold. The method has a long control period and low propellant consumption and is feasible for engineering practice.

asteroid, accompany flight, constant low thrust

PACS: 83.85.Vb, 02.30.Yy, 45.50.Pk

doi: 10.1360/132011-907