

一种横向扩散参量的计算方法

杜曙明 王彦昌 李宗恺

(南京大学大气科学系)

提 要

本文提出一种用大气边界层中湍流参量计算横向湍流扩散系数 K_Y 及横向 Lagrange 时间尺度 T_{LY} 的方法。其主要假定是 K_Y 及 T_{LY} 决定于横向湍谱参量 σ_v 和 λ_{mv} 。实例计算表明：采用本文给出的 T_{LY} 能得到与实测资料较为相符的结果。

众所周知，研究大气边界层中湍流扩散的理论不外以下三种：统计理论、相似理论和梯度输送理论。统计理论中的 Lagrange 时间尺度 T_L 和梯度输送理论中的湍流扩散系数 K 均为至关重要的参量。

迄今为止，在研究湍流扩散系数和拉氏时间尺度方面已经有了大量的工作，特别是自60年代后期以来取得了很多成果。Businger 等人^[1]用美国 Kansas 的实验资料验证了 Monin-Obukhov 的相似理论，Hanna^[2]提出了一种计算铅直方向上湍流扩散系数 K 、湍流运动学粘性系数 K_M 和湍流热传导系数 K_H 的方法，Kaimal^[3,4]在湍谱方面作了大量的工作。但这些工作大多限于铅直方向，对水平方向的研究目前还不多见。

在得到普遍应用的 Gauss 模式中，最重要的因子是扩散参数。对扩散参数也已有大量的研究工作。Pasquill 提出根据宏观气象条件(地面风、日照强度、云量)对稳定度分类的方法，并给出了每一稳定度级别下的烟云宽度和高度，并由 Gifford 换算成以 σ 表示的扩散参数曲线，Turner 对稳定度的分类方法作了改进，得出了现在广泛应用的 P—G—T 稳定度分类方法和扩散参数曲线。为能直接用湍流统计量计算扩散参数，Pasquill^[5]和 Draxler^[6]在泰勒公式的基础上分别用大量野外观测资料拟合出了 σ_y 和 σ_z 的计算公式。根据 Irwin^[7]的研究，Draxler 的结果是最令人满意的。但我们认为 Draxler 取 T_L 为常数是够严格的。

关于横向湍流扩散系数 K_Y 和横向 Lagrange 时间尺度 T_{LY} 的研究，目前所作的工作甚少，一般取它们为常数或按稳定度及源的不同取为几个离散的常数。作者认为上述考虑是欠缺的，因为 K_Y 和 T_{LY} 均为湍流参量，应由湍流结构决定。至于扩散参数，根据 Taylor 扩散定理，只要拉氏尺度和相关系数的形式给出，它就完全确定了，而拉氏时间

尺度具有第一位的重要性, 这就是本文研究的重点。

本文提出了一种推求横向湍流扩散系数 K_Y 和拉氏时间尺度 T_{LY} 的方法。计算结果表明本方法是正确的。

一、基本理论

为了研究横向湍流扩散系数 K_Y , 我们首先来看一下 K_Y 和哪些湍流参量的关系最为密切。从物理上考虑, 它应决定于湍流的特征, 也就是说由湍流的特征量——特征速度和特征尺度所决定。Hanna^[2]指出: 对于铅直方向而言, 这两个特征量分别为铅直向脉动速度标准差 σ_v 和铅直向脉动速度谱取极大值处的波长 λ_{mv} 。我们认为对于横向来说, 这两个特征量应为 σ_v 和 λ_{mv} , 即横向脉动速度标准差和横向脉动速度谱取极大值处的波长。这样, 有 $K_Y=f(\sigma_v, \lambda_{mv})$ 。应用量纲分析原理, 考虑上式中各参量的量纲, 用 $[L]$ 和 $[T]$ 分别表示长度和时间的量纲, 则 K_Y 的量纲为 $[L]^2[T]^{-1}$, σ_v 的量纲为 $[L][T]^{-1}$, λ_{mv} 的量纲为 $[L]$, 由 π 定理, 有

$$K_Y = B \sigma_v \lambda_{mv} \quad (1)$$

其中 B 为一无量纲的待定系数。

如何确定 B 呢? 我们引入Taylor扩散公式

$$\sigma_y^2 = 2 \sigma_v^2 \int_0^T \int_0^t R_{LY}(\tau) d\tau dt$$

当 T 很大时, 有 $\sigma_y^2 = 2 \sigma_v^2 T_{LY} T$

其中 T_{LY} 为横向 Lagrange 时间尺度, $T_{LY} = \int_0^{\infty} R_{LY}(\tau) d\tau$, 依扩散理论中 K_Y 的定义, 有

$$K_Y = \lim_{T \rightarrow \infty} d\left(\frac{1}{2} \sigma_y^2\right)/dT = \sigma_v^2 T_{LY} \quad (2)$$

联立(1)、(2), 得

$$T_{LY} = B \lambda_{mv} / \sigma_v \quad (3)$$

给定拉氏相关系数 $R_{LY}(\tau)$ 的形式, 并利用(3)可得出横向扩散参数 σ_y , 用它和由实测资料拟合得出的 σ_y 相比较, 令两者相差最小即可求得 B 。

Pasquill和Smith^[8]给出了几个拉氏相关系数或拉氏湍谱的表达式

$$F_L(n) = 4T_L(1 + 4nT_L)^{-2} \quad (4)$$

$$F_L(n) = 4T_L(1 + 6nT_L)^{-5/3} \quad (5)$$

$$R_L(\tau) = (1 + \tau/T_L)^{-2} \quad (6)$$

并指出, (4)式只适用于描述高频谱, (5)适用于描述固定点的 Euler 观测, (6)是Phillips和Panofsky^[9]分析了大量实测资料后得出的, 这些资料几乎包括了所有尺度湍流的作用, 故在计算扩散参数时用(6)是恰当的。另外, 还有一个常用的拉氏相关系数

$$R_L(\tau) = \exp\left(-\frac{\tau}{T_L}\right) \quad (7)$$

对它作Fourier变换, 得 $F_L(n) \sim n^{-2}$ 。根据湍流理论, $F_L(n) \sim n^{-2}$ 只能用于高频谱, 因而不能用(7)计算扩散参数。因此, 我们选用(6)来计算横向扩散参数 σ_y 。

把(6)代入Taylor公式, 积分可得

$$\sigma_y^2 = 2\sigma_v^2 T_{LY}^2 \left[\frac{T}{T_{LY}} - \ln\left(1 + \frac{T}{T_{LY}}\right) \right] \quad (8)$$

Draxler^[5]分析了大量野外观测资料, 提出了如下的扩散参数计算公式

$$\text{对高架源, 有 } \sigma_y = \sigma_v T / [1 + 0.9(T/1000)^{\frac{1}{2}}]$$

$$\text{对地面源, 有 } \sigma_y = \sigma_v T / [1 + 0.9(T/300)^{\frac{1}{2}}] \quad (\text{对不稳定层结})$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_y &= \sigma_v T / [1 + 0.9(T/300)^{\frac{1}{2}}] \quad (T \leq 550s) \\ \sigma_y &= \sigma_v T / (1 + 28T^{-\frac{1}{2}}) \quad (T > 550s) \end{aligned} \right\} (\text{对稳定层结})$$

把(3)代入(8)可得出 σ_y 的理论计算公式, 用它和实测的扩散参数拟合得到系数B进一步由(1)和(3)得出 K_y 和 T_{LY} 。

Draxler在拟合扩散参数计算公式时, 只按源高及层结稳定与否把观测资料分为四部分, 在每一部分中, 他的公式对大量资料的平均是符合的, 但对个例计算误差很大。我们在确定B时, 用了很多个例的气象参数值(u_* 、 L 、 z_i 等)及源高, 以期减小B的误差。

二、 σ_v 和 λ_{mv} 的经验结果

Wynngaard^[10]根据数值模拟的结果, 指出在近地层中对稳定层结有

$$\sigma_v^2 = 1.75u_*^2$$

近地层中的实测资料表明上式与实际情况符合很好。Panofsky等人^[11]认为在不稳定层结条件下的近地层中, $\sigma_v = u_* (12 - 0.5 \frac{z_i}{L})^{\frac{1}{2}}$ 能给出令人满意的结果, 其中 z_i 为混合层高度。

Pasquill和Smith^[8]分析了全边界层中的实测资料, 给出了适用于整个边界层的关系式。

对于稳定层结, 有

$$\sigma_v^2 = \begin{cases} 6u_*^2 \left[1 - 3\frac{z}{z_i} + 2\left(\frac{z}{z_i}\right)^2 \right] & (z \leq 0.2z_i) \\ 3.75u_*^2 \left(1 - \frac{z}{z_i} \right) & (z > 0.2z_i) \end{cases}$$

对于不稳定层结, 有

$$\sigma_v = 0.6 w_*$$

其中 $w_* = \left[\frac{g}{T} (\overline{w'\theta'})_0 z_i \right]^{\frac{1}{2}}$, 为对流条件下的速度尺度。

Kaimal 等人^[12]根据在美国 Minnesota 所作的对流边界层观测, 指出 $\lambda_{mv} = 1.5 z_i$ 。
对稳定层结, 现比较公认的结果为^[13]:

$$\lambda_{mv} = 0.7 z_i \left(\frac{z}{z_i} \right)^{\frac{1}{2}}$$

综上所述。只要给出了摩擦速度 u_* 、稳定度参数 $M-O$ 长度 L 和边界层高度 z_i 就可求出 σ_v 和 λ_{mv} 。

三、计算结果与讨论

计算得出的系数 B 如表 1 所示。

表 1 B 值与层结状况及层次的关系

层次	层 结	
	不 稳 定	稳 定
近 地 层	0.085	0.448
Ekman 层	0.15	1.5

在确定 B 时, 会出现这样的问题: 取 $B = B_1$, 在近源处误差较小, 在远离源处误差较大; 取 $B = B_2$ 则情形相反。怎样处理这个问题呢? 我们认为不应该简单地取 B_1, B_2 的算术平均去回避它, 而应与实际上的需要联系起来作统一的考虑。对近地面源, 主要是考虑近源处的扩散, 故应取 B_1 ; 而对高架源应主要考虑离源较远

处的污染, 因而取 B_2 是合适的。

从理论上说, 在各种条件下 B 应为一普通常数, 但由于我们选用的 σ_v 和 λ_{mv} 在不同的条件下有不同的表达式, 且无衔接关系, 故这里的 B 不是普适的。其另一个可能原因是使用 π 定理时略去了可能起重要作用的一些主定量 (如 σ_w, λ_{mz} 等), 但在使用 π 定理时增加主定量的个数会使导出的结果为一元或多元的未知函数, 这实际上没有解决我们所希望解决的问题。

把上节给出的 σ_v 和 λ_{mv} 代入 (1) 和 (3), 可得出 K_Y 和 T_{LY} 的表达式如下

近地层中稳定层结:

$$K_Y = 0.408 u_* \sqrt{z z_i}, \quad T_{LY} = 0.242 \sqrt{z z_i} / u_*$$

近地层中不稳定层结:

$$K_Y = 0.1275 z_i u_* \left(12 - 0.5 \frac{z_i}{L} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad T_{LY} = 0.1275 z_i / u_* \left(12 - 0.5 \frac{z_i}{L} \right)^{\frac{1}{3}}$$

Ekman层中稳定层结:

$$K_Y = 1.05 \sqrt{z z_i} \left[3.75 u_*^2 \left(1 - \frac{z}{z_i} \right) \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad T_{LY} = 1.05 \sqrt{z z_i} / \left[3.75 u_*^2 \left(1 - \frac{z}{z_i} \right) \right]^{-\frac{1}{2}}$$

Ekman层中不稳定层结:

$$K_Y = 0.135 z_i w_* , \quad T_{LY} = 0.375 z_i / w_*$$

由上述公式可以看出, 在稳定层结条件下 K_Y 和 T_{LY} 随稳定度及高度变化。我们认为, K_Y 和 T_{LY} 为表征湍流扩散强弱的量, 因而它们应由湍流结构所确定, 而湍流结构又可以由稳定度参数及高度表示出来。在讨论大气边界层中扩散问题时, K_Y 和 T_{LY} 应取在被扩散烟团所在位置处的值, 这是因为我们所讨论的扩散实际上是携带污染物的气块与其环境混合的过程。综上所述, 稳定层结下 K_Y 、 T_{LY} 不仅随稳定度变化, 也随高度变化。

在不稳定层结(对流条件)下, K_Y 和 T_{LY} 与高度无关而只随稳定度变化。其原因是显然的: 在对流条件下, 横向湍流特征量 σ_y 和 λ_{mv} 在整个边界层中趋于均匀, 它们只决定于稳定度因子而与高度无关, 故由它们导出的 K_Y 、 T_{LY} 也是与高度无关的。

应该指出, 在近地层和 Ekman 层的交界面上 K_Y 和 T_{LY} 都没有很好地衔接起来, 这给实际应用带来了困难。对此我们提出如下的衔接原则: 在近地层的下 2/3 部分用近地层公式, 在 Ekman 层的上 2/3 部分用 Ekman 层公式, 其余部分则用两层公式分别乘以权重因子相加得出相应的公式。很显然, 这两个权重因子应为高度的函数。在近地层的上 1/3 部分, 近地层公式的权重因子较大, Ekman 层公式的权重因子较小; 在 Ekman 层的下 1/3 部分情况刚好相反。很容易看出, $A_1 = (z_s + \frac{1}{3} z_i - z) / (z_s + \frac{1}{3} z_i - \frac{2}{3} z_s)$ 和 $A_2 = 1 - A_1$ 为一对权重因子, 即在衔接区域内, 有

$$K_Y = A_1 (K_Y)_{\text{近地层}} + A_2 (K_Y)_{\text{Ekman层}}, \quad T_{LY} = A_1 (T_{LY})_{\text{近地层}} + A_2 (T_{LY})_{\text{Ekman层}}$$

要说明的是, 当计算横向扩散参数时, 利用我们的 T_{LY} 给出的 σ_y 是随高度变化的, 而在 Gauss 烟流模式中, σ_y 不应随高度变化。处理这个问题最简单也是最直接的方法就是在铅直方向上在烟流范围内作平均(对地面源在近地层内求平均、对高架源在源与地面之间作平均也是可以的, 但这样会降低 σ_y 的精度)。

由前面得出的近地层中 T_{LY} 的表示式, 我们用 Monte-Carlo 随机扩散模式模拟了近地层中地面源的扩散过程*, 并与 Prairie-Grass 计划^[14]的资料作了对比, 结果表明, 考虑 T_{LY} 随稳定度及高度变化比取 T_{LY} 为某一常数能使模拟的结果有一定的改善。

模式中选 Monin-Obukhov 长度 L 为稳定度参数, 其计算方法如下。

利用近地层的风、温平均观测值, 先计算梯度 Richardson 数 R_i :

$$R_i = \frac{g}{T} \left(\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \right) / \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2$$

由于在近地层内平均风、温随高度呈对数变化, 故式中各微分均化为对数微分, 然后再

* 杜黎明, 一个近地层中的三维随机扩散模式, 南京大学研究生毕业论文, 1986。

用差分来近似, 这样, 在 z_1 、 z_2 高度之间这一层中 R_i 由

$$R_i(\sqrt{z_1 z_2}) = \frac{g}{T} \left[\frac{(T_2 - T_1)}{\sqrt{z_1 z_2} \ln(z_2/z_1)} + \Gamma_d \right] \times \sqrt{z_1 z_2} [\ln(z_2/z_1)/(U_2 - U_1)^2]$$

给出, 其中 $\sqrt{z_1 z_2}$ 为 z_1 、 z_2 的几何平均, Γ_d 为干绝热递减率, 取为 0.0098K/m 。再利用 R_i 与 M-O 长度 L 的关系

$$L = \sqrt{z_1 z_2} (1 - 5R_i)/R_i \quad (R_i \geq 0), \quad L = \sqrt{z_1 z_2} / R_i \quad (R_i < 0)$$

可求出 L 。因 L 不应随高度变化, 故将几个高度上的 L 作算术平均, 这样就得到了我们所需要的稳定度参数 L 。

选用 Prairie-Grass 计划的第 18 组观测, 用近地面 ($0.25 \sim 16\text{m}$) 的七层平均风、温观测值, 可计算出 $L = 35.8\text{m}$ 。另由探空资料可定出边界高度 $z_i = 300\text{m}$ 。

由稳定层结条件下的 Businger-Dyer 公式 $\sigma_m = 1 + 5 \frac{z}{L}$

$$\text{积分可得} \quad \bar{u} = \frac{u_*}{\chi} \left[\ln\left(\frac{z}{z_0}\right) + 5 \frac{z}{L} \right]$$

$$\text{从而有} \quad u_* = \chi \bar{u} / \left[\ln\left(\frac{z}{z_0}\right) + 5 \frac{z}{L} \right]$$

用前面得到的 L , 并取 $z_0 = 0.03\text{m}$, 很容易得出 $u_* = 0.303\text{m/s}$ 。

使用随机扩散模式, 我们模拟了 Prairie-Grass 计划的 No. 18 观测。模式的输入参数为 $L = 35.8\text{m}$, $u_* = 0.303\text{m/s}$, $z_0 = 0.03\text{m}$ 。实测与计算结果如图 1—3 给出。图中 X 轴取为平均风方向, 图中曲线上所标数字为 $(c/Q) \times 10^3$ (c 为浓度, Q 为源强)。

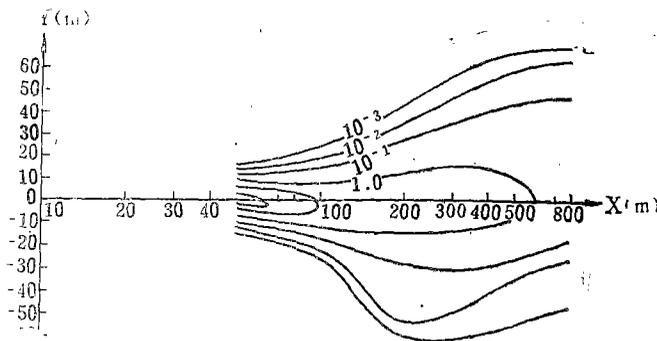


图 1 实测的地面浓度分布

从图上可以清楚地看出, 图 1、2 的基本特征是相同的, 而图 3 和图 1 有较大的差别, 这主要表现在图 3 中横向扩散过大。很显然, 这是由于 T_{LY} 的选取不当所致。取 T_{LY} 为常数既不能反映出层结状况, 也不能体现出地面对湍流尺度的限制作用, 故这样的模

拟结果与实测结果不会相符得很好。

采用不同的 T_{LY} 计算出的浓度铅直分布也很不相同,这也说明 T_{LY} 的选取对浓度场计算的影响很大。

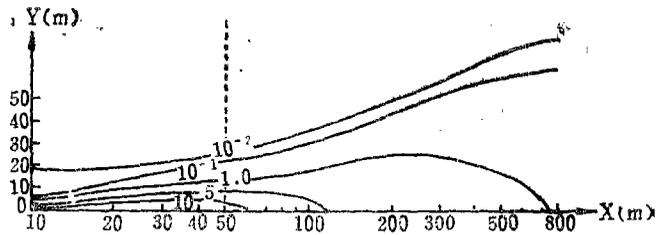


图2 取本文的 T_{LY} 建立模式计算得出的地面浓度分布

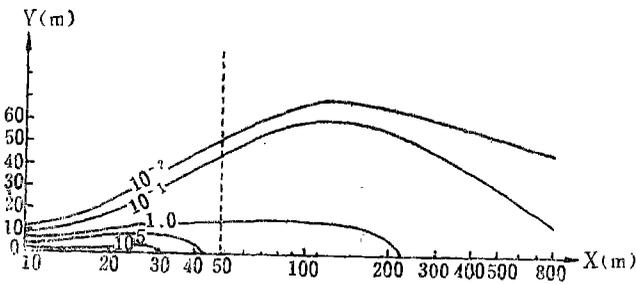


图3 取 T_{LY} 为常数建立模式计算得出的地面浓度分布

综上所述,可以得出这样的结论:我们提出的计算横向湍流扩散系数 K_Y 及Lagrange时间尺度 T_{LY} 的方法是合理的、正确的,单从物理意义上讲就比目前普遍采用的取它们为常数的作法有明显的改进,随机扩散模式的实例计算也说明是如此。因而,把它们用于计算污染物在大气边界层中的扩散规律是合适的。

参 考 文 献

- [1] Businger, J. A., et al., Flux-profile relationships in the atmospheric surface layer, J. A. S., Vol. 23 (1971), 181-189.
- [2] Hanna, S. R., A method of estimating vertical eddy transport in PBL using characteristics of the vertical velocity spectrum, J. A. S., Vol. 25 (1968), 1026-1033.
- [3] Kaimal, J. C., Turbulent spectra, length scales and structure parameters in the stable surface layer, B. L. M., Vol. 4 (1973), 289-309.
- [4] Kaimal, J. C., Horizontal velocity spectra in the unstable surface layer, J. A. S., Vol. 35 (1978), 12-24.
- [5] Pasquill, F., Atmospheric dispersion parameters in Gaussian plume modeling: part, possible requirements for change in the Turner workbook values, USEPA Res. Pap., Epa-600/4-76-036b, 1976.
- [6] Draxler, R. R., Determination of atmospheric diffusion parameters, Atmos. Envir.-

- on., Vol. 10 (1976), 99-105.
- [7] Irwin, J. S., Estimating plume dispersion—A comparison of several sigma schemes. J.C.A.M., Vol. 22 (1983), 92-114.
- [8] Pasquill, F. and Smith, F. B., Atmospheric diffusion (3rd ed.) Ellis Horwood Ltd., 123-125, 1983.
- [9] Phillips, P. and Panofsky, H. A., A re-examination of lateral dispersion from continuous sources, Atmos. Environ., Vol. 16 (1982), 1851-1860.
- [10] Wyngaard, J. C., Modeling the planetary boundary layer—Extension to the stable case, B.L.M., Vol. 9 (1975), 441-460.
- [11] Panofsky, H. A. et al., The characteristics of turbulent velocity components in the surface layer under convective conditions, B.L.M., Vol. 11 (1977), 355-361.
- [12] Kaimal, J. C. et al., Turbulent structure in the convective boundary layer, J. A. S., Vol. 33 (1976), 2152-2169.
- [13] Hanna, S. R. et al., Handbook of atmospheric diffusion, USDE, 1982.
- [14] Barad, M. L. (ed), Project prairie grass, Geophys. Res. Pap., No. 59 (Vol. 1), 1958.

A METHOD OF CALCULATING LATERAL DISPERSION PARAMETERS

Du Shuming

Wang Yanchang* Li Zongkai*

ABSTRACT

In this paper, a method of calculating lateral turbulent diffusivity K_Y and Lagrangian time scale T_{LY} by using the parameters in the atmospheric boundary is suggested. Our main hypothesis is that K_Y and T_{LY} are dependent upon the characteristics of the lateral turbulent spectrum σ_v and λ_{mv} . It is shown by model computation that the simulation results using T_{LY} presented here are in good agreement with the observational data.

* Department of Atmospheric Science, Nanjing University