一种风驱动优化 Tsallis 相对熵的图像多阈值分割方法

李粉红[1]，卢 晶[1]，张志光[2]
（1. 商洛学院 数学与计算机应用学院，陕西 商洛 726000；2. 北京工业大学 信息与通信工程学院，北京 100124）

摘要：本文提出了一种风驱动优化 Tsallis 相对熵的图像多阈值分割算法。首先分析了 Tsallis 相对熵阈值分割原理，并将其推广到多阈值分割。利用高斯分布拟合分割后的图像直方图信息，利用 Tsallis 相对熵作为衡量最佳分割阈值的度量函数。将风驱动优化算法与 Tsallis 相对熵度量函数结合，求解 Tsallis 相对熵函数的最优解，提高阈值分割算法的速度。最后将所提算法与穷举法、粒子群算法做比较，并且与经典的 Otsu 算法和基于二维熵的多阈值分割法进行对比。实验结果表明所提算法速度快、准确性高能够用于图像的多阈值分割。

关键词：图像分割；Tsallis 相对熵；高斯分布；风驱动优化；粒子群
中文分类号：TP391.41 **文献标识码**：A **文章编号**：1001-8891(2020)10-0994-07

Fast Image Segmentation with Multilevel Threshold Based on Tsallis Relative Entropy and Wind-Driven Optimization Algorithm

LI Fenhong[1]，LU Jing[1]，ZHANG Zhiguang[2]
(1. *College of Mathematics and Computer Application*, *Shangluo University*, *Shangluo* 726000, *China*;
2. *School of Information and Communication Engineering*, *Beijing University of Technology*, *Beijing* 100124, *China*)

Abstract：This paper proposes a fast image-segmentation algorithm with a multilevel threshold based on the Tsallis relative entropy and wind-driven optimization algorithm. First, the principle of the Tsallis relative entropy is analyzed, and single threshold segmentation is extended to multilevel threshold segmentation. Then, a Gauss distribution is used to fit the image histogram information after segmentation, and the Tsallis relative entropy is used to determine the best segmentation threshold. To improve the speed of the threshold-segmentation algorithm, a wind-driven optimization algorithm is used to find the optimal solution of the Tsallis relative-entropy function. Finally, the proposed algorithm is compared with exhaustive and particle swarm optimization algorithms. The proposed algorithm is also compared with the Otsu algorithm and the multi threshold-segmentation method based on two-dimensional entropy. The experimental results show that the proposed algorithm can be used for multi-threshold segmentation of images with high speed and high accuracy.

Key words：image segmentation, Tsallis relative entropy, Gaussian distribution, wind driven optimization, particle swarm optimization

0 引言

图像分割被应用在各个领域，如医学图像，工业机器视觉，缺陷检测等。图像分割的主要目的是将图像中感兴趣的区域如图像中的前景等分割出来[1-5]。

图像阈值化的关键在于通过一定的准则找到最优阈值，并且通过最优阈值对图像进行分割。目前阈值分割方法多种多样，按照作用范围可以分为全局阈值法和局部阈值法；依据阈值选取准则可以分为：最大熵法，类间方差法，交叉熵法，最小误差法，模糊熵法等等。按照阈值个数可以分为单阈值分割方法和多阈值分割方法等。按照直方图维数来分，可以分为一维直方图法，二维直方图法等等[6-10]。

为了解决分割随着阈值的增加分割所需计算量成倍数增长即耗时长的问题。很多学者将分割方法与群智能优化算法相结合来提高图像的分割速度。目前常

收稿日期：2018-11-07；**修订日期**：2020-09-15.
作者简介：李粉红（1978-），女，陕西商州人，硕士，副教授，研究方向：应用数学、智能算法及应用、数据分析与处理，E-mail：lifenhong8327@126.com。
基金项目：陕西省科技厅项目（2020JM-630）；陕西省教育厅项目（17JK0240）；陕西省社科界重大理论与现实问题研究（2018Z168）。

见的用于图像分割的群智能算法的包括：粒子群、人工蜂群、遗传算法等等[11-14]。但由于这些算法有时会陷入局部最优导致分割不准确。

风驱动优化算法（wind driven optimization algorithm, WDO）是一种新型群智能算法，具有较强的全局寻优性能。本文将 Tsallis 相对熵单阈值分割推广到 Tsallis 多阈值分割并与风驱动算法结合，提出了一种新的图像多阈值分割方法。将多阈值的值作为空气粒子单元、将 Tsallis 相对熵函数作为风驱动算法的适应度函数对相对熵函数进行最优求解，最终获取分割图像的最优阈值。

1 Tsallis 相对熵多阈值图像分割原理

Tsallis 相对熵多阈值图像分割原理[3]如下：设 $I(x,y)$ 为待分割图像，图像的尺寸为 $m\times n$，图像的最大灰度级为 L，其中 $1\leqslant x\leqslant m$，$1\leqslant y\leqslant n$。图像中对应灰度级 i 的像素数目表示为 n_i，图像的灰度级直方图分布概率可以表示为 $H=\{h_i\,|\,i=1,2,\cdots,L\}$，其中 $h_i=n_i/(m\times n)$ 表示灰度级 i 在图像中出现的频率。设阈值个数为 N，第 j 个阈值的值为 t_j，N 个阈值将图像分为 $N+1$ 个区域：$A_1,A_2,\cdots,A_{N+1}$。

定义 A_1 到 A_{N+1} 的类概率为：

$$P_1=\sum_{i=1}^{t_1}h_i\ ,\quad P_j=\sum_{i=t_{j-1}}^{t_j}h_i\quad (2\leqslant j\leqslant N),$$

$$P_{N+1}=\sum_{i=t_N}^{L}h_i\qquad i=1,2,\ \cdots,L \tag{1}$$

其中 $P_1+P_2+\cdots+P_{N+1}=1$。同时定义 $A_1\sim A_{N+1}$ 的灰度级类均值为：

$$\mu_1=\sum_{i=1}^{t_1}ih_i/P_1\ ,\quad \mu_j=\sum_{i=t_{j-1}}^{t_j}ih_i/P_j\quad (2\leqslant j\leqslant N),$$

$$\mu_{N+1}=\sum_{i=t_N}^{L}ih_i/P_{N+1}\ ,\quad i=1,2,\ \cdots,L \tag{2}$$

定义 A_1 到 A_{N+1} 的灰度级类方差为：

$$\sigma_1^2=\sum_{i=1}^{t_1}(i-\mu_1)^2/P_1\ ,\quad \sigma_j^2=\sum_{i=t_{j-1}}^{t_j}(i-\mu_j)^2/P_j\quad (2\leqslant j\leqslant N)$$

$$\sigma_{N+1}^2=\sum_{i=t_N}^{L}(i-\mu_{N+1})^2/P_{N+1}\ ,\quad i=1,2,\ \cdots,L \tag{3}$$

灰度级 i 关于 A_1 到 A_{N+1} 的类概率为：

$$p_j^i=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_j}\exp[-\frac{(i-\mu_j)^2}{2\sigma_j^2}]\ ,$$

$$i=1,2,\ \cdots,L,\ j=1,2,\ \cdots N+1 \tag{4}$$

定义分割后图像灰度级的拟合高斯分布为：

$$R=\{r_i\,|\,r_i=P_1\cdot p_1^i+P_2\cdot p_2^i+\cdots+P_{N+1}\cdot p_{N+1}^i,i=1,2,\cdots,L\} \tag{5}$$

图像的阈值化准则即 Tsallis 相对熵函数：

$$J_{\mathrm{p}}(H\,|\,R)=\frac{1}{q-1}\{\sum_{i=1}^{L}[h_i(r_i/h_i)^q+r_i(h_i/r_i)^q]-2\} \tag{6}$$

在对图像进行分割时，如果能够找到 N 个分割阈值 $t_1,t_2,\cdots,t_N$，使式(6)值最小，则这些阈值为最优阈值，最佳分割阈值 T 的集合的获取函数为：

$$T=\arg\min_{1\leq t\leq L}[J_{\mathrm{p}}(H\,|\,R)] \tag{7}$$

2 基于 Tsallis 相对熵与风驱动优化的图像多阈值分割算法

为了改善基于 Tsallis 相对熵多阈值图像分割方法计算量大、速度慢的问题，本文引入风驱动优化算法求解 Tsallis 相对熵函数的最优解。

2.1 风驱动优化算法

风驱动优化算法（WDO）[15-16]是一种自然启发算法，是一种新型全局优化算法。其原理是模拟自然界中风的流动，即空气之间存在压差促使空气流动，最终达到平衡的过程。空气粒子达到平衡的最终位置值即为每个空气粒子的最优解。风驱动优化算法的原理如下：

一个由 N 个空气单元、D 维搜索空间组成的空气种群可以表示为如下矩阵：

$$\boldsymbol{P}(N,D)=\begin{bmatrix} p_{11} & \cdots & p_{1D} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{N1} & \cdots & p_{ND} \end{bmatrix} \tag{8}$$

每个空气粒子 p 有两个特征分别为空气粒子的速度、和空气粒子的位置。空气粒子的速度矩阵为 $\boldsymbol{U}$ 和位置矩阵 $\boldsymbol{X}$ 分别为：

$$\boldsymbol{U}=\begin{bmatrix} u^k{}_{11} & \cdots & u^k{}_{1D} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u^k{}_{N1} & \cdots & u^k{}_{11} \end{bmatrix},\quad \boldsymbol{X}=\begin{bmatrix} x^k{}_{11} & \cdots & x^k{}_{1D} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x^k{}_{N1} & \cdots & x^k{}_{11} \end{bmatrix} \tag{9}$$

其中 $1\leqslant k\leqslant \mathrm{IT}$，IT 为最大迭代次数。风驱动优化算法的适应函数为 Tsallis 相对熵：

$$\mathrm{fitness}=J_{\mathrm{p}}(H\,|\,R)=\frac{1}{q-1}\{\sum_{i=1}^{L}[h_i(r_i/h_i)^q+r_i(h_i/r_i)^q]-2\} \tag{10}$$

风驱动优化算法将影响大气运动的力：摩擦力、气压梯度压力、重力和科氏力带入牛顿第二定律结合理想气体状态方程得出速度更新方程。空气粒子速度和位置根据方程(11)、(12)更新：

$$u_{id}^{k+1}=(1-\alpha)u_{id}^k-gx_{id}^k+[\mathrm{RT}\,|\,\frac{1}{j}-1\,|\,(x_{\mathrm{gbest}}-x_{id}^k)]+(\frac{cu_{i\mathrm{otherdim}}^k}{j}) \tag{11}$$

$$x_{id}^{k+1}=x_{id}^k+(u_{id}^{k+1}\Delta t) \tag{12}$$

式(11)中：Δt 为时间；i 为粒子；d 为维度，j 为压力值的一个升序排列，$j=1$ 表示压力最小值。α为摩擦系数，g 为重力加速度；RT 为气压梯度影响系数；c 为科氏力影响系数。x_{gbest} 为全局最优解，$u^{k}_{\text{iother dim}}$ 为第 i 个粒子在第 k 次迭代中除 d 维以外的其他任意一维度速度。此速度的加入，增强了空气粒子的相互合作与信息分享，也避免陷入局部最优，增强了算法的稳健性。

2.2 基于 Tsallis 相对熵与风驱动优化算法的图像多阈值分割

基于 Tsallis 相对熵与风驱动优化算法的图像多阈值分割算法的流程如图 1 所示。

主要步骤如下：

步骤 1：输入待分割图像，根据设定阈值个数、随机初始化空气粒子数量、最大迭代步数，相应参数；

步骤 2：根据 Tsallis 相对熵函数计算各个空气粒子的适应度值，并且排序；

步骤 3：对每个空气粒子位置与其个体历史最优位置比较，记录个体历史最优位置；

步骤 4：对每个空气粒子与总体历史最佳位置比较，记录总体最优位置；

步骤 5：根据式(11)、(12)对空气粒子速度和位置进行更新；

步骤 6：是否达到结束条件，如果达到则结束否则继续循环；

步骤 7：将获得的阈值对图像进行分割得到分割后的最终图像。

3 实验结果与分析

为了验证本文所提方法在图像分割上的效果与计算速度优越性，本文算法在 Matlab 2014a，Windows7、处理器主频为 2.2 GHz，内存 2 G 的测试平台上运行。

3.1 本文算法对复杂图像的多阈值分割

本文对 Camera、Lenna、Baboon、Lake 这几幅经典图像进行分割。分别对图像进行单阈值、双阈值、三阈值、四阈值的分割。风驱动优化算法的相关参数设置如下：空气粒子数量为 30，最大迭代次数为 50 次，空气粒子速度最大为 3，RT 的值为 3，g 的值为 0.3、c 的值为 0.4，α的值为 0.4。Tsallis 相对熵中 q 的值为 0.8。本文算法对各图像的分割结果如图 2 所示，从上往下依次为：Camera、Lenna、Baboon、Lake，从左往右依次为：原始图像、单阈值分割图像、双阈值分割图像、三阈值分割图像。

从图 2 中可以看出，本文算法的分割效果良好，能够对复杂图像进行多阈值分割，分割出来的部分边缘清晰，从图 2(d)Lake 中可以看到，随着阈值的增加，天空、云、树，湖这几者被有效地分割出来，且分割出来的部分边缘清晰，目标完整。

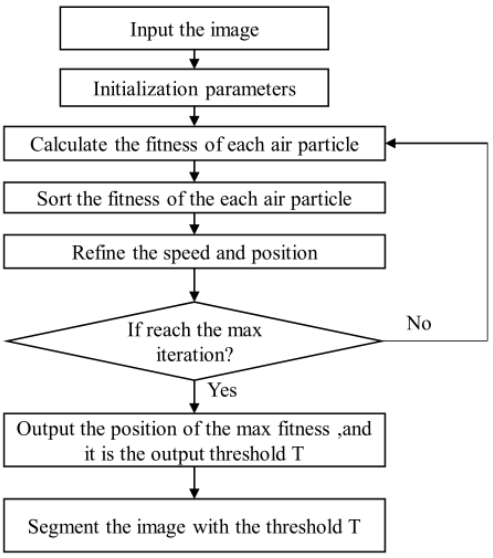
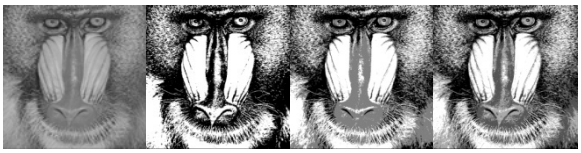


图 1 本文算法流程图 Fig.1 The algorithm flow chart

(a) Camera

(b) Lena



(c) Baboon

(d) Lake

图 2 本文算法对各经典图像的分割结果

Fig.2 Results of multi-threshold segmentation figure based on proposed algorithm

3.2 穷举算法、粒子群算法、本文算法对比分析

为了验证本文算法的优越性，将上述 4 幅图像，分别用穷举法、粒子群法和本文算法进行三阈值分割。穷举法采用穷举的搜索模式来寻找函数的最优值。为了使参数对比更加客观，粒子群和风驱动算法的种群

数量，最大速度，迭代次数均设置为一致。具体的参数设置：粒子群算法的参数设定如下：种群数量为 30，学习因子 $c_1=c_2=2$，最大速度为 3、最大迭代次数为 50。风驱动优化算法的参数设定如下：空气粒子数量为 30，最大迭代次数为 50 次，空气粒子速度最大为 3，RT 的值为 3，g 的值为 0.3、c 的值为 0.4，α的值为 0.4。为了更好地评价本文方法，采用信噪比准则定量分析算法性能。信噪比表达式为：

$$\mathrm{PSNR}=20\times\lg\left(\frac{255}{\mathrm{RMSE}}\right)(\mathrm{dB}) \tag{13}$$

其中均方根误差（root mean square error，RMSE）：

$$\mathrm{RMSE}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N}(I(i,j)-\hat{I}(i,j))^2}{MN}} \tag{14}$$

式中：$I(i,j)$和 $\hat{I}(i,j)$ 分别表示尺寸为 $M\times N$ 的原始图像和分割后的图像。用 3 种方法对 4 幅图像分割后的计算时间和 PSNR 数据如表 1 所示。

从表 1 中可以看出，本文算法单阈值分割比穷举法快约 10 倍，双阈值分割比穷举法快约 2000 倍，三阈值时比穷举法快约 25000 倍。总体上，本文算法相对于 PSO（particle swarm optimization）相对熵算法快约 1.4 倍。从 PSNR 值来看，PSO 相对熵算法的 PSNR 值最低，本文算法的 PSNR 值大于 PSO 相对熵算法，最接近于穷举法。可见本文算法的分割效果较好，计算时间更短。风驱动算法与 PSO 算法的区别是[17]：风驱动算法的速度更新方程中添加了附加条件（如重力和地球自转偏向力），算法更加稳定可靠，具有实际的物理意义，且寻优效率高、收敛速度较快，还可以通过微调系数达到不同的优化拓扑结构。

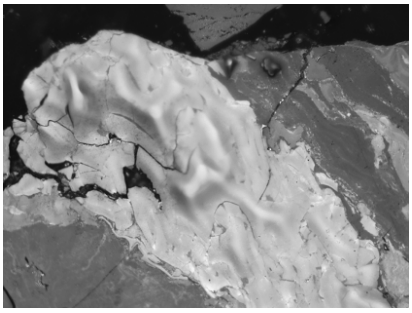
3.3 Otsu、二维熵法、本文算法对比

为了验证本文算法的优越性，将获得煤岩图像、火焰图像、红外图像作为实验对象，分别用 Otsu、二维熵法[13]和本文算法进行单阈值分割。其煤岩图像的分割结果如图 3 所示，火焰图像的分割结果如图 4 所示，红外图像的分割结果如图 5 所示。利用区域内部均匀性测度评价分割的好坏、均匀测度值越高，分割质量越好。3 种算法的对比数据如表 2 所示。

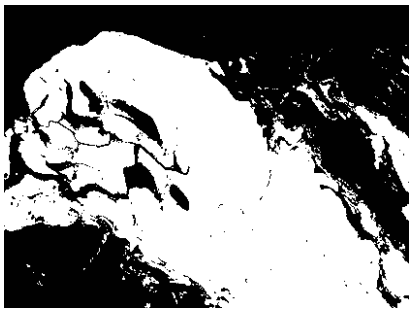
表 1 三种方法的 PSNR 和计算时间对比

Table 1 PSNR and computation time values of three methods

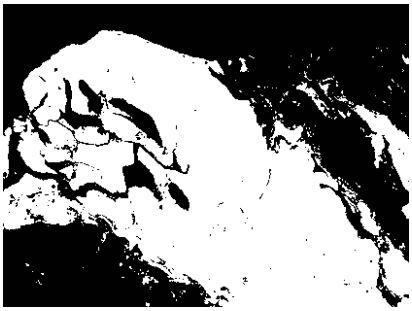
Images	Number of threshold	Exhaustive method		PSO-Tsallis method		Proposed method	
		PSNR/dB	Time /s	PSNR/dB	Time /s	PSNR/dB	Time /s
Camera 256×256	1	9.1611	4.56	9.1611	0.67	9.1611	0.45
	2	13.232	1165.45	13.192	0.72	13.209	0.48
	3	19.543	16789.35	19.413	0.73	19.541	0.49
Lenna 512×512	1	8.9778	12.34	8.9778	1.13	8.9778	0.87
	2	12.897	2267.55	12.678	1.21	12.879	0.89
	3	19.765	25123.43	19.567	1.24	19.756	0.93
Baboon 512×512	1	9.0558	12.56	9.0558	1.12	9.0558	0.91
	2	12.912	2356.23	12.89	1.21	12.908	0.92
	3	19.878	25789.45	19.789	1.22	19.867	0.92
Lake 512×512	1	9.0858	12.45	9.0858	1.17	9.0858	0.9
	2	11.987	2312.34	11.906	1.21	11.986	0.93
	3	12.854	25463.12	12.812	1.23	12.853	0.94



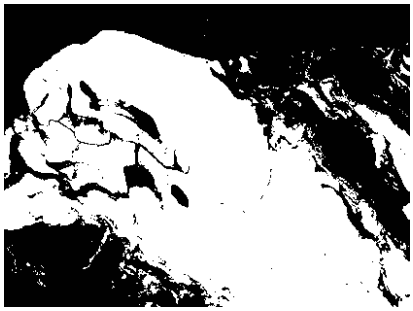
(a) 原始图 (a) Original image



(b) Otsu 算法 (b) Otsu algorithm



(c) 二维熵法 (c) Two-dimensional entropy algorithm



(d) 本文算法 (d) The proposed algorithm

图3 煤岩图像的单阈值分割 Fig.3 Single threshold segmentation of coal -rock image

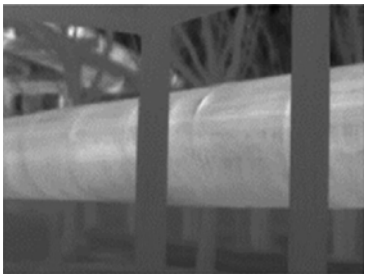
(a) 原始图像 (a) Original image

(b) Otsu 算法 (b) Otsu algorithm

(c) 二维熵法 (c) Two-dimensional entropy algorithm

(d)本文算法 (d) The proposed algorithm

图4 火焰图像的单阈值分割 Fig.4 Single threshold segmentation of flame image



(a) 原始图像 (a) Original image

(b) Otsu 算法 (b) Otsu algorithm

(c) 二维熵法 (c) Two-dimensional entropy algorithm

(d)本文算法 (d) The proposed algorithm

图5 红外图像的单阈值分割 Fig.5 Single threshold segmentation of Infrared image

表 2 图像单阈值分割数据对比表

Table 2 Image of one threshold segmentation contrast table

Images	OTSU			Two-dimensional entropy [13]			Proposed method		
	Threshold	UM	Time /s	Threshold	UM	Time /s	Threshold	UM	Time /s
coal -rock image 312×418	(127,127)	0.879	0.48	(130,133)	0.856	2.12	(122,125)	0.889	0.51
flame image 587×700	(79,79)	0.765	1.11	(81,83)	0.744	3.12	(63,65)	0.786	1.13
Infrared image 580×780	(106,106)	0.789	1.23	(108,107)	0.751	3.54	(100,102)	0.790	1.21

分割结果相邻分割区域之间的对比度越大越好，而每一个分割区域内部一致性越高越好，这就是所谓的区域内部均匀性，均匀测度值测量计算如下所示：

$$\mathrm{UM}=1-\frac{1}{C}\sum_{i}\{\sum_{(x,y\in R_i)}[f(x,y)-\frac{1}{A_i}\sum_{(x,y\in R_i)}f(x,y)]^2\} \quad (15)$$

式中：A_i 表示分割区域 R_i 的大小（面积）；C 表示归一化系数。

从图 4 中，可以明显看到本文算法分割火焰时，分割得到的火焰更加完整，其他两种算法分割效果略逊于本文算法的分割结果。从图 5 中可以看到，本文算法分割得到的管道更加完整，内部均匀性也较前两种算法更好。从表 2 中均匀测度值来看，本文算法的均匀测度值均大于 OTSU 算法和二维熵算法，表明本文的分割算法分割效果较好。在单阈值分割情况下，本文算法的运行时间与 OTSU 算法的运行时间基本相近，但二维熵法的运行时间比本文算法的运行时间长了 4 倍左右。可以看出，本文算法在速度上仍然优于二维熵法。由此可以看出，本文算法在分割效果和分割时间上均具有一定的优势。

4 结论

本文提出了一种基于 Tsallis 相对熵与风驱动优化算法的图像多阈值分割算法。首先将 Tsallis 相对熵的单阈值分割推广到 Tsallis 相对熵的多阈值分割，然后将 Tsallis 相对熵与风驱动优化算法相结合，改善了多阈值分割中、计算量大、计算速度慢的问题。最后将提出的算法与穷举法、粒子群算法进行比较，实验结果表明，基于 Tsallis 相对熵的多阈值分割，图像分割效果较好、边缘清晰。同时本文算法相比穷举法快了约 2500 万倍、相比粒子群算法快了约 1.4 倍。本文算法相对于粒子群算法、收敛速度更快，收敛成功率更高。同时本文算法相对经典的 OTSU 算法和基于二维熵的多阈值分割算法在分割效果和时间上均具有一定的优势。因此本文提出的算法能够应用于复杂图像的多阈值分割。

参考文献：

[1] 于洋, 孔琳, 虞闯. 自适应粒子群集优化二维 OTSU 的图像阈值分割算法[J]. **电子测量与仪器学报**, 2017, **31**(6): 827-832
YU Yang, KONG Lin, YU Chuang. Image threshold segmentation algorithm based on adaptive particle swarm optimization of two dimensional OTSU[J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2017, **31**(6): 827-832

[2] 马英辉, 吴一全. 基于二维 Renyi 交叉熵的刀具磨损图像分割[J]. **电子测量与仪器学报**, 2016, **30**(12): 1869-1876.
MA Yinghui, WU Yiquan. Image segmentation for tool wear based on 2D Renyi cross entropy[J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2016, **30**(12): 1869-1876.

[3] 聂方彦, 李建奇, 张平凤, 等. 一种基于 Tsallis 相对熵的图像分割阈值选取方法[J]. **激光与光电子学进展**, 2017, **54**(7): 137-144.
NIE Fangyan, LI Jianqi, ZHANG Pingfeng, et al. A threshold selection method for image segmentation based on Tsallis relative entropy[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2017, **54**(7): 137-144.

[4] 夏平, 刘小妹, 雷帮军, 等. 基于复小波域树结构化 MRF 模型的声纳图像分割[J]. **仪器仪表学报**, 2016, **37**(4): 895-903.
XIA Ping, LIU Xiaomei, LEI Bangjun, et al. Sonar image segmentation based on tree-structured MRF model in complex-wavelet domain[J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2016, **37**(4): 895-903.

[5] 刘琼, 史诺. 基于 Lab 和 YUV 颜色空间的农田图像分割方法[J]. **国外电子测量技术**, 2015, **34**(4): 39-41,57.
LIU Qiong, SHI Nuo. Farmland image segmentation based on Lab and YUV color spaces[J]. *Foreign Electronic Measurement Technology*, 2015,

34(4): 39-41, 57.

[6] TIAN Y, LI J, YU S, et al. Learning complementary saliency priors for foreground object segmentation in complex scenes[J]. *International Journal of Computer Vision*, 2015, **111**(2): 153-170.

[7] Dirami A, Hammouche K, Diaf M, et al. Fast multilevel thresholding for image segmentation through a multiphase level set method[J]. *Signal Processing*, 2013, **93**(1): 139-153.

[8] ZHANG X, XU C, LI M, et al. Sparse and low-rank coupling image segmentation model via nonconvex regularization[J]. *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 2015, **29**(2): 1555004.

[9] Sarkar S, Das S, Chaudhuri S S. A multilevel color image thresholding scheme based on minimum cross entropy and differential evolution[J]. *Pattern Recognition Letters*, 2015, **54**: 27-35.

[10] ZHANG J, LI H, TANG Z, et al. An improved quantum-inspired genetic algorithm for image multilevel thresholding segmentation[J/OL]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014: https:// www.hindawi.com/ journals/mpe/2014/295402/fig1/.

[11] LI Y, JIAO L, SHANG R, et al. Dynamic-context cooperative quantum-behaved particle swarm optimization based on multilevel thresholding applied to medical image segmentation[J]. *Information Sciences*, 2015, **294**: 408-422.

[12] Ghamisi P, Benediktsson J A. Feature selection based on hybridization of genetic algorithm and particle swarm optimization[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2015, **12**(2): 309-313.

[13] 陈恺, 陈芳, 戴敏, 等. 基于萤火虫算法的二维熵多阈值快速图像分割[J]. 光学精密工程, 2014, **22**(2): 517-523.
CHEN Kai, CHEN Fang, DAI Min, et al. Fast image segmentation with multilevel threshold of two-dimensional entropy based on firefly algorithm[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2014, **22**(2):517-523.

[14] Bhandari A K, Singh V K, Kumar A, et al. Cuckoo search algorithm and wind driven optimization based study of satellite image segmentation for multilevel thresholding using Kapur's entropy[J]. *Expert Systems with Applications*, 2014, **41**(7): 3538-3560.

[15] 任作琳, 张儒剑, 田雨波. 风驱动优化算法[J]. 江苏科技大学学报: 自然科学版, 2015, **29**(2): 153-158.
REN Zuolin, ZHANG Ruijian, TIAN Yubo. Wind driven optimization algorithm[J]. *Journal of Jiangsu University of Science and Technology*: Natural Science Edition, 2015, **29**(2): 153-158.

[16] 田栋, 曹中清, 陈彬彬, 等. 基于目标跟踪的风驱动优化粒子滤波算法研究[J]. 微电子学与计算机, 2017(5): 30-34.
TIAN Dong, CAO Zhongqing, CHEN Binbin, et al. Research on wind driven optimization particle filter algorithm based on target tracking[J]. *Microelectronics and Computer*, 2017(5): 30-34.

[17] 张天能. 基于风驱动算法及小波神经网络的有限元模型修正研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2018.
ZHANG TianNeng. Finite Element Model Updating Based on Wind Driven Optimization and Wavelet Neural Network[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2018.