利用改进的方势阱集团模型研究偶偶核的 α 衰变

董文娟¹, 王震¹, 柏栋¹, 任中洲^{1,2*}

1. 同济大学物理科学与工程学院, 上海 200092;

2. 同济大学先进微结构材料教育部重点实验室, 上海 200092

* 联系人, E-mail: zren@tongji.edu.cn

2020-10-20 收稿, 2020-12-31 修回, 2020-12-31 接受, 2021-01-04 网络版发表

国家自然科学基金(12035011, 11535004, 11905103, 11947211, 11975167, 11761161001, 11565010, 11961141003, 12022517)、国家重点研发计划(2018YFA0404403)、中央高校基本科研业务费专项(同济大学)、中国博士后科学基金(2019M660095, 2020T130478)和澳门科学技术发展基金(0048/2020/A1, 008/2017/AFJ)资助

摘要 方势阱集团模型是研究原子核 α 衰变的一个理论模型, 具有形式简洁、计算方便等优点, 可以较好地解释一些偶偶核的 α 衰变实验数据. 方势阱集团模型假设不同的偶偶核具有相同的势阱深度, 这只是真实 α -子核相互作用的粗糙近似. 我们改进了方势阱集团模型, 在保留其优点的同时, 进一步合理计入势阱深度对原子核质量数和质子数的依赖. 利用改进的方势阱集团模型, 研究了中等质量区、重核区和超重核区115个偶偶核的 α 衰变性质. 结果显示, 改进的方势阱集团模型给出的偶偶核 α 衰变半衰期理论值与实验值均方根偏差值为0.2223, 相比方势阱集团模型下降了36%, 尤其对于中等质量区 $N=Z=50$ 附近的核素, 由改进的方势阱集团模型计算的结果与实验值符合很好, 说明改进的方势阱集团模型可以更好地解释 α 衰变半衰期实验数据. 此外, 我们还利用改进的方势阱集团模型预言了重核区与超重核区一些未知核素的 α 衰变半衰期, 相关理论结果对偶偶核 α 衰变的实验和理论研究具有一定的参考价值.

关键词 α 衰变, 偶偶核, 集团模型, 方势阱势

α 衰变是一些不稳定原子核的主要衰变模式之一, 在原子核物理的建立和发展中发挥着重要作用^[1~6]. 1928年, Gamow^[7]、Gurney和Condon^[8]提出, 可以利用量子隧穿效应解释原子核的 α 衰变, 这是量子力学在原子核尺度上的首次应用, 具有里程碑式的意义. 为了更好地解释 α 衰变, 理论家们提出了一些新的理论模型和方法, 如Viola-Seaborg公式^[9,10]、新Geiger-Nuttall定律^[11]、液滴模型^[12]、集团模型^[13~15]、集团构型壳模型^[16,17]、密度依赖的集团模型^[18,19]、多道集团模型^[5]、四核子波函数模型^[20]、四核子模型^[21]、亲和势模型^[22]等, 取得了一些初步结果. 这些理论工作不仅有助于加深对 α 衰变的理解, 还对鉴别重核区和超重核区

新核素和新元素有重要意义^[23~27]. 最近, 中国科学院兰州近代物理研究所甘再国研究员及其合作者^[28~30]发现了镱元素的一些新同位素, 并系统研究了幻数 $N=126$ 的可靠性. 在相关研究中, α 衰变的理论计算发挥了重要作用^[31,32]. 近年来, 实验研究发现, 在 $N=Z=50$ 附近的一些新核素会发生 α 衰变, 如¹⁰⁴Te、¹⁰⁸Xe等^[33]. 对这些新核素的 α 衰变进行理论研究是当前原子核物理的热点课题, 我们在这方面也取得了一些初步研究成果^[34].

方势阱集团模型(square-well cluster model, SW)是研究原子核 α 衰变的一个理论模型, 具有形式简洁、计算方便等优点, 可以较好地解释重核区的一些偶偶核 α 衰变实验数据^[13]. 在方势阱集团模型中, α 粒子与子核

引用格式: 董文娟, 王震, 柏栋, 等. 利用改进的方势阱集团模型研究偶偶核的 α 衰变. 科学通报, 2021, 66: 3581–3589

Dong W J, Wang Z, Bai D, et al. Theoretical studies on α decays of even-even nuclei with the improved square-well cluster model (in Chinese). Chin Sci Bull, 2021, 66: 3581–3589, doi: [10.1360/TB-2020-1353](https://doi.org/10.1360/TB-2020-1353)

之间的相互作用势由方势阱+表面电荷库仑势给出,不同的原子核具有相同的势阱深度,势阱宽度通过 α 衰变能实验数据确定.然而,这只是真实 α -子核相互作用的一种粗糙近似,具有显著的局限性.理论研究表明,对不同原子核,真实 α -子核相互作用通常各不相同^[35].例如,双折叠势^[36]等更加真实的核势模型预言,不同原子核的 α -子核势的势阱深度一般是不同的.针对这种情况,我们进一步改进方势阱集团模型,在保留其优点的同时,对势能项进行改进,合理计入势阱深度随原子核质量数和质子数的变化,并利用中等质量区、重核区和超重核区偶偶核的 α 衰变实验数据确定有关参数.结果显示,相比方势阱集团模型,改进的方势阱集团模型(improved square-well cluster model, ISW)可以更好地解释偶偶核的 α 衰变实验数据.

1 理论模型

方势阱集团模型是研究原子核 α 衰变的重要理论模型.它假设 α 集团首先以一定的概率在子核表面形成,然后在库仑势垒内围绕子核运动,随后通过量子隧穿效应逃逸到原子核外.在半经典近似下, α 集团的运动轨道可以通过Wildermuth条件确定^[37].定义一个主量子数:

$$G = 2n + L, \quad (1)$$

式中, n 为径向波函数的节点数, L 为轨道角动量.由于核子间泡利不相容原理的限制,对于中重核,主量子数 G 一般取18~24.同时,由于壳效应的影响,每当质子数或中子数从下方跨越主壳层时, G 的取值便会增加2.在方势阱集团模型中, α -子核相互作用势 $V(r)$ 由方势阱+表面库仑势给出:

$$V(r) = \begin{cases} -V_{\text{Nucl}} + \frac{2(Z-2)e^2}{R} & (r < R) \\ \frac{2(Z-2)e^2}{r} & (r \geq R) \end{cases}, \quad (2)$$

式中, Z 表示母核电荷数, V_{Nucl} 表示势阱深度, R 为势阱宽度.方势阱集团模型假定不同原子核的势阱深度均取相同值 $V_{\text{Nucl}}=134$ MeV,该数值是通过拟合重核区偶偶核 α 衰变实验数据确定的.这只是真实 α -子核相互作用势的一个粗糙近似.

α -子核相互作用势对精确计算偶偶核的 α 衰变半衰期很重要.一般而言,更真实的 α -子核相互作用势有助于更准确地计算 α 衰变半衰期.双折叠势等模型表明,真实 α -子核相互作用势与原子核的质量数、质子数等

因素密切相关,因此不同原子核的势阱深度一般是不同的.相比方势阱集团模型,利用真实 α -子核相互作用势进行计算一般需要更复杂的数值计算程序,计算量也更大.一些方法仅适用于双满壳层附近的原子核,不易推广到更一般的原子核.因此,改进方势阱集团模型在保留其形式简洁、计算方便等优点的同时,进一步合理地计入真实 α -子核相互作用势的特征,是有物理意义的研究.用式(3)来刻画方势阱深度对原子核质量数和质子数的依赖关系:

$$V_{\text{Nucl}}(A, Z) = a + bA + cZ + dA^2 + eAZ, \quad (3)$$

式中, a, b, c, d, e 为待定参数,其数值可通过拟合不同质量区偶偶核的 α 衰变半衰期实验值确定.一般而言,真实 α -子核相互作用势对原子核质量数和质子数等物理量的依赖关系是非常复杂的.式(3)给出的表达式是一个近似的参数化描述,是对方势阱集团模型中常数势阱深度的一般推广.我们后续的数值计算表明,相比方势阱集团模型,在改进的方势阱模型中,式(3)给出的 α 衰变半衰期可以更好地符合实验数据,说明该表达式在物理上具有一定的合理性.

α 集团在母核内部的运动可近似通过半经典方法Bohr-Sommerfeld量子化条件确定:

$$\int_0^R dr \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2} [Q - V(r)]} = (2n+1)\frac{\pi}{2} = (G+1)\frac{\pi}{2}, \quad (4)$$

式中, Q 表示 α 衰变能; $\mu = \frac{m_\alpha m_d}{m_\alpha + m_d}$ 表示 α 集团(α -cluster)和子核(daughter nuclei)的两体约化质量,其中, m_α 表示 α 集团的质量, m_d 表示子核的质量.由于偶偶核基态、 α 集团和子核自旋均为0,因此轨道角动量取 $L=0$,进而主量子数满足 $G=2n$.与方势阱集团模型类似,势阱宽度 R 可以通过 α 衰变能确定,满足

$$R = \frac{2\mu C + \pi \hbar (G+1) \sqrt{2\mu(Q + V_{\text{Nucl}})}}{4\mu(Q + V_{\text{Nucl}})}, \quad (5)$$

式中, $C = 2(Z-2)e^2$.

利用WKB近似, α 衰变宽度 Γ 可表示为

$$\Gamma = \frac{P \hbar^2 K}{2\mu R} \exp \left[-2 \int_R^{C/Q} k(r) dr \right], \quad (6)$$

式中, P 为 α 集团预形成因子,本文取 $P=1$; K 和 $k(r)$ 分别表示势阱区和势垒区的波数:

$$K = \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2} \left(Q + V_{\text{Nucl}} - \frac{C}{R} \right)}, \quad k(r) = \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2} \left(\frac{C}{r} - Q \right)}. \quad (7)$$

α 衰变半衰期可以表示为

$$T_{1/2} = \frac{\hbar \ln 2}{T} = \frac{2 \ln 2 \mu R}{P \hbar K} \exp \left[2 \int_R^{C/Q} k(r) dr \right]. \quad (8)$$

2 结果与讨论

通过拟合不同质量区偶偶核 α 衰变半衰期的最新实验数据,我们确定了 a, b, c, d, e 参数的取值,具体结果参见表1.图1给出了改进的方势阱集团模型的势阱深度在不同质量区随质子数 Z 和中子数 N 变化的等高线图.

利用表1中参数值,我们系统研究了 $N=Z=50$ 区域附

近、重核区($84 \leq Z \leq 104, 186 \leq A \leq 258$)和超重核区($106 \leq Z \leq 118, 260 \leq A \leq 294$)偶偶核的 α 衰变,利用方势阱集团模型和改进的方势阱集团模型计算了这些核素的 α 衰变半衰期,并与实验数据进行比较,具体计算结果参见表2.在计算中,原子核质量、 α 衰变能和 α 衰变半衰期的实验值取自文献[38~40].结果表明,在改进的方势阱集团模型中,不同原子核的方势阱深度取值在100~160 MeV变动,与方势阱集团模型固定势阱深度的做法有区别.此外,方势阱集团模型中势阱深度参数通过拟合重核区偶偶核 α 衰变实验数据确定.我们进一步考虑了中等质量区和超重核区的最新实验数据,

表 1 不同质量区改进的方势阱集团模型参数 a, b, c, d, e 的取值(单位: MeV)

Table 1 The parameters a, b, c, d, e of the improved square-well cluster model in different mass regions (unit: MeV)

质量区	a	b	c	d	e
重核区	706.1	1.742	-16.65	-0.01792	0.07108
超重核区	411.0	4.023	-14.93	-0.02029	0.05916
$N=Z=50$ 附近	-3902	94.04	-38.40	-0.5220	0.3547

图 1 (网络版彩色)改进的方势阱集团模型势阱深度在重核区(a)、超重核区(b)和中等质量区(c)随质子数 Z 和中子数 N 的变化图

Figure 1 (Color online) The potential depth in the improved square-well cluster model versus the neutron number N and the proton number Z for the heavy nuclei (a), the superheavy nuclei (b) and the medium-mass nuclei (c)

表 2 重核及超重核区域偶偶核 α 衰变半衰期实验值与计算值的对比^{a)}Table 2 The comparison between the theoretical α -decay half-lives and the experimental data for heavy and superheavy even-even nuclei

核素	$Q(\text{MeV})$	$T_{1/2}^{\text{Expt}}(\text{s})$	$T_{1/2}^{\text{SW}}(\text{s})$	$T_{1/2}^{\text{ISW}}(\text{s})$	核素	$Q(\text{MeV})$	$T_{1/2}^{\text{Expt}}(\text{s})$	$T_{1/2}^{\text{SW}}(\text{s})$	$T_{1/2}^{\text{ISW}}(\text{s})$
$84 \leq Z \leq 104, 186 \leq A \leq 258$					^{202}Ra	7.88	4.10×10^{-3}	2.74×10^{-2}	8.72×10^{-3}
^{186}Po	8.50	3.40×10^{-5}	1.55×10^{-5}	3.60×10^{-6}	^{204}Ra	7.64	6.00×10^{-2}	1.60×10^{-1}	6.12×10^{-2}
^{190}Po	7.69	2.46×10^{-3}	2.78×10^{-3}	1.04×10^{-3}	^{206}Ra	7.42	2.40×10^{-1}	8.71×10^{-1}	3.94×10^{-1}
^{192}Po	7.32	3.22×10^{-2}	4.18×10^{-2}	1.92×10^{-2}	^{208}Ra	7.27	1.27×10^0	2.70×10^0	1.42×10^0
^{194}Po	6.99	3.92×10^{-1}	5.71×10^{-1}	3.19×10^{-1}	^{210}Ra	7.15	4.17×10^0	7.33×10^0	4.38×10^0
^{196}Po	6.66	5.56×10^0	9.26×10^0	6.18×10^0	^{212}Ra	7.03	1.53×10^1	2.00×10^1	1.34×10^1
^{198}Po	6.31	1.85×10^2	2.27×10^2	1.79×10^2	^{214}Ra	7.27	2.44×10^0	2.77×10^0	2.04×10^0
^{200}Po	5.98	6.22×10^3	6.05×10^3	5.50×10^3	^{216}Ra	9.53	1.82×10^{-7}	1.38×10^{-7}	1.11×10^{-7}
^{202}Po	5.70	1.39×10^5	1.27×10^5	1.31×10^5	^{218}Ra	8.55	2.52×10^{-5}	3.34×10^{-5}	2.82×10^{-5}
^{204}Po	5.48	1.89×10^6	1.56×10^6	1.81×10^6	^{220}Ra	7.59	1.79×10^{-2}	2.10×10^{-2}	1.83×10^{-2}
^{206}Po	5.33	1.40×10^7	1.09×10^7	1.38×10^7	^{222}Ra	6.68	3.36×10^1	3.97×10^1	3.52×10^1
^{208}Po	5.22	9.15×10^7	4.53×10^7	6.19×10^7	^{224}Ra	5.79	3.14×10^5	3.62×10^5	3.20×10^5
^{210}Po	5.41	1.20×10^7	4.09×10^6	5.90×10^6	^{226}Ra	4.87	5.05×10^{10}	6.38×10^{10}	5.52×10^{10}
^{212}Po	8.95	2.95×10^{-7}	1.34×10^{-7}	1.93×10^{-7}	^{208}Th	8.20	2.40×10^{-3}	1.76×10^{-2}	5.64×10^{-3}
^{214}Po	7.83	1.64×10^{-4}	1.12×10^{-4}	1.67×10^{-4}	^{210}Th	8.07	1.60×10^{-2}	4.35×10^{-2}	1.66×10^{-2}
^{216}Po	6.91	1.45×10^{-1}	1.10×10^{-1}	1.66×10^{-1}	^{212}Th	7.96	3.17×10^{-2}	9.56×10^{-2}	4.24×10^{-2}
^{218}Po	6.11	1.86×10^2	1.45×10^2	2.19×10^2	^{214}Th	7.83	8.70×10^{-2}	2.48×10^{-1}	1.25×10^{-1}
^{194}Rn	7.86	7.80×10^{-4}	5.16×10^{-3}	1.38×10^{-3}	^{216}Th	8.07	2.60×10^{-2}	4.35×10^{-2}	2.47×10^{-2}
^{196}Rn	7.62	4.70×10^{-3}	2.94×10^{-2}	9.81×10^{-3}	^{218}Th	9.85	1.17×10^{-7}	1.18×10^{-7}	7.51×10^{-8}
^{198}Rn	7.35	6.50×10^{-2}	2.20×10^{-1}	8.94×10^{-2}	^{220}Th	8.95	9.70×10^{-6}	1.46×10^{-5}	9.88×10^{-6}
^{200}Rn	7.04	1.17×10^0	2.52×10^0	1.23×10^0	^{222}Th	8.13	2.24×10^{-3}	2.68×10^{-3}	1.90×10^{-3}
^{202}Rn	6.77	1.23×10^1	2.51×10^1	1.45×10^1	^{224}Th	7.30	1.04×10^0	1.29×10^0	9.40×10^{-1}
^{204}Rn	6.55	1.03×10^2	1.96×10^2	1.31×10^2	^{226}Th	6.45	1.84×10^3	2.58×10^3	1.91×10^3
^{206}Rn	6.38	5.49×10^2	9.21×10^2	6.99×10^2	^{228}Th	5.52	6.03×10^7	8.96×10^7	6.57×10^7
^{208}Rn	6.26	2.36×10^3	3.10×10^3	2.63×10^3	^{230}Th	4.77	2.38×10^{12}	3.88×10^{12}	2.77×10^{12}
^{210}Rn	6.16	8.99×10^3	8.69×10^3	8.10×10^3	^{232}Th	4.08	4.42×10^{17}	9.32×10^{17}	6.34×10^{17}
^{212}Rn	6.39	1.43×10^3	9.31×10^2	9.36×10^2	^{216}U	8.53	6.90×10^{-3}	1.09×10^{-2}	4.40×10^{-3}
^{214}Rn	9.21	2.70×10^{-7}	1.60×10^{-7}	1.69×10^{-7}	^{218}U	8.78	5.50×10^{-4}	2.32×10^{-3}	1.08×10^{-3}
^{216}Rn	8.20	4.50×10^{-5}	5.68×10^{-5}	6.24×10^{-5}	^{222}U	9.48	4.70×10^{-6}	3.53×10^{-6}	2.02×10^{-6}
^{218}Rn	7.26	3.38×10^{-2}	4.17×10^{-2}	4.69×10^{-2}	^{224}U	8.63	3.96×10^{-4}	5.26×10^{-4}	3.20×10^{-4}
^{220}Rn	6.40	5.56×10^1	6.80×10^1	7.69×10^1	^{226}U	7.70	2.69×10^{-1}	3.36×10^{-1}	2.14×10^{-1}
^{222}Rn	5.59	3.30×10^5	3.91×10^5	4.35×10^5	^{228}U	6.80	5.46×10^2	6.57×10^2	4.29×10^2
^{230}U	5.99	1.75×10^6	2.86×10^6	1.89×10^6	^{250}Cf	6.13	4.13×10^8	4.17×10^8	2.83×10^8
^{232}U	5.41	2.17×10^9	3.70×10^9	2.42×10^9	^{252}Cf	6.22	8.61×10^7	1.50×10^8	9.30×10^7
^{234}U	4.86	7.72×10^{12}	1.24×10^{13}	7.88×10^{12}	^{248}Fm	8.00	3.45×10^1	4.49×10^1	4.34×10^1
^{236}U	4.57	7.39×10^{14}	1.42×10^{15}	8.64×10^{14}	^{252}Fm	7.15	9.14×10^4	6.55×10^4	5.93×10^4
^{238}U	4.27	1.41×10^{17}	3.77×10^{17}	2.14×10^{17}	^{254}Fm	7.31	1.17×10^4	1.57×10^4	1.33×10^4
^{228}Pu	7.94	2.10×10^0	3.28×10^{-1}	1.91×10^{-1}	^{256}Fm	7.03	1.17×10^5	2.21×10^5	1.72×10^5

(续表2)

核素	$Q(\text{MeV})$	$T_{1/2}^{\text{Expt}}(\text{s})$	$T_{1/2}^{\text{SW}}(\text{s})$	$T_{1/2}^{\text{ISW}}(\text{s})$	核素	$Q(\text{MeV})$	$T_{1/2}^{\text{Expt}}(\text{s})$	$T_{1/2}^{\text{SW}}(\text{s})$	$T_{1/2}^{\text{ISW}}(\text{s})$
^{230}Pu	7.18	1.02×10^2	1.52×10^2	9.26×10^1	^{254}No	8.23	5.69×10^1	4.35×10^1	5.51×10^1
^{232}Pu	6.72	1.84×10^4	1.12×10^4	7.09×10^3	^{256}No	8.58	2.91×10^0	3.08×10^0	3.74×10^0
^{234}Pu	6.31	5.28×10^5	7.24×10^5	4.65×10^5	^{256}Rf	8.93	2.08×10^0	1.43×10^0	2.66×10^0
^{236}Pu	5.87	9.02×10^7	1.14×10^8	7.27×10^7	^{258}Rf	9.19	1.06×10^{-1}	2.43×10^{-1}	4.40×10^{-1}
^{238}Pu	5.59	2.77×10^9	3.57×10^9	2.22×10^9	$106 \leq Z \leq 118, 260 \leq A \leq 294$				
^{240}Pu	5.26	2.07×10^{11}	3.63×10^{11}	2.16×10^{11}	^{260}Sg	9.90	1.24×10^{-2}	1.34×10^{-2}	1.21×10^{-2}
^{242}Pu	4.98	1.18×10^{13}	2.14×10^{13}	1.18×10^{13}	^{264}Hs	10.6	1.08×10^{-3}	1.17×10^{-3}	1.05×10^{-3}
^{244}Pu	4.67	2.52×10^{15}	4.04×10^{15}	2.04×10^{15}	^{268}Hs	9.62	1.42×10^0	3.50×10^{-1}	2.52×10^{-1}
^{234}Cm	7.37	5.20×10^1	2.04×10^2	1.31×10^2	^{270}Hs	9.07	9.00×10^0	1.42×10^1	8.75×10^0
^{236}Cm	7.07	2.27×10^3	2.92×10^3	1.95×10^3	^{270}Ds	11.1	2.05×10^{-4}	3.00×10^{-4}	2.54×10^{-4}
^{238}Cm	6.67	2.06×10^5	1.35×10^5	9.12×10^4	^{286}Fl	10.4	3.50×10^{-1}	3.38×10^{-1}	1.54×10^{-1}
^{240}Cm	6.40	2.33×10^6	2.32×10^6	1.57×10^6	^{288}Fl	10.1	7.50×10^{-1}	2.11×10^0	7.24×10^{-1}
^{242}Cm	6.22	1.41×10^7	1.74×10^7	1.15×10^7	^{290}Lv	11.0	8.00×10^{-3}	3.84×10^{-2}	1.97×10^{-2}
^{244}Cm	5.90	5.71×10^8	7.04×10^8	4.43×10^8	^{292}Lv	10.8	2.40×10^{-2}	1.38×10^{-1}	5.28×10^{-2}
^{246}Cm	5.48	1.48×10^{11}	1.81×10^{11}	1.06×10^{11}	^{294}Og	11.8	1.15×10^{-3}	1.83×10^{-3}	1.11×10^{-3}
^{248}Cm	5.16	1.20×10^{13}	1.68×10^{13}	8.96×10^{12}	$N=Z=50$ 附近				
^{240}Cf	7.71	4.03×10^1	7.18×10^1	5.50×10^1	^{106}Te	4.29	7.80×10^{-5}	1.04×10^{-5}	7.80×10^{-5}
^{242}Cf	7.52	2.62×10^2	3.65×10^2	2.85×10^2	^{108}Te	3.42	4.29×10^0	4.71×10^{-1}	4.29×10^0
^{244}Cf	7.33	1.16×10^3	1.89×10^3	1.47×10^3	^{110}Xe	3.87	1.45×10^{-1}	1.73×10^{-2}	1.45×10^{-1}
^{246}Cf	6.86	1.29×10^5	1.51×10^5	1.15×10^5	^{112}Xe	3.33	2.25×10^2	3.93×10^1	2.25×10^2
^{248}Cf	6.36	2.88×10^7	2.88×10^7	2.09×10^7	^{114}Ba	3.59	5.11×10^1	1.38×10^1	5.11×10^1

a) $T_{1/2}^{\text{Expt}}$ 表示 α 衰变半衰期的实验值, $T_{1/2}^{\text{SW}}$ 表示方势阱集团模型给出的 α 衰变半衰期理论值, $T_{1/2}^{\text{ISW}}$ 表示改进的方势阱集团模型给出的 α 衰变半衰期理论值

模型适用的范围更广。

为了更直观地比较表2中 α 衰变半衰期理论值与实验值的偏差, 我们在图2中画出了重核与超重核区偶偶核 α 衰变的对数偏差随质量数变化, 其中 $\delta_{\text{SW}} = \log_{10}(T_{1/2}^{\text{Expt}} / T_{1/2}^{\text{SW}})$ 与 $\delta_{\text{ISW}} = \log_{10}(T_{1/2}^{\text{Expt}} / T_{1/2}^{\text{ISW}})$ 分别表示方势阱集团模型和改进的方势阱集团模型的对数偏差, 两条虚线之间的区域表示 α 衰变半衰期理论值和实验值的偏差在1.5倍之内。图2(a)和(b)分别表示方势阱集团模型和改进的方势阱集团模型的计算结果, 图中五角星形数据点表示重核的计算结果, 菱形数据点表示超重核的计算结果。通过比较可以发现, 相比图2(a), 图2(b)中有更多偶偶核的 δ_{ISW} 位于两条虚线之间, 并且这些数据大部分聚集在 $\delta_{\text{ISW}} = 0$ 附近, 说明相比方势阱集团模型, 改进的方势阱集团模型给出的理论结果能够更好地符合实验数据。例如, 对超重核 ^{288}Fl , 方势阱

集团模型给出的 α 衰变半衰期理论值约是实验值的3倍, 而改进的方势阱集团模型给出的 α 衰变半衰期理论值与实验值更加接近, 偏差仅为3%。相比图2(a), 图2(b)中绝大部分偶偶核的 α 衰变计算结果都得到了明显改善。然而值得注意的是, 由于 α 衰变是非常复杂的核多体过程, 原子核形变、原子核激发等都会对 α 衰变半衰期产生一定的影响, 因此依然存在个别偶偶核利用改进的方势阱集团模型计算的结果与实验值符合得不够理想, 其背后更深层次的物理机制值得我们日后进一步探讨。

综上, 我们发现, 通过引入方势阱深度对质量数和质子数的依赖, 可以显著提高 α 衰变半衰期的计算精度, 验证了改进的方势阱集团模型的可靠性。

图3展示了 $N=Z=50$ 附近偶偶核 α 衰变半衰期的对数偏差 δ 随质量数变化。对于 $N=Z=50$ 附近的偶偶核, 方势阱集团模型的计算结果与实验数据之间的偏差较大, 表明方势阱集团模型对该区域偶偶核 α 衰变实验数据

图 2 (网络版彩色)重核和超重核区偶偶核 α 衰变半衰期的对数偏差随质量数的分布图. (a) 方势阱集团模型的计算结果; (b) 改进的方势阱集团模型的计算结果. 虚线之间区域表示 α 衰变半衰期理论值与实验值之间的偏差在1.5倍之内
Figure 2 (Color online) The logarithmic deviation given by the square-well cluster model (a) and the improved square-well cluster model (b) versus the mass numbers for the heavy and superheavy nuclei. The regions between two dashed lines mean that the theoretical α -decay half-lives agree with the experimental data within a factor of 1.5

图 3 (网络版彩色) $N=Z=50$ 附近偶偶核的 α 衰变半衰期的对数偏差随质量数的分布图. 实线连接的五角星表示方势阱集团模型(SW)的计算结果, 虚线连接的菱形表示改进的方势阱集团模型(ISW)的计算结果. 星形标记大致分布在 $\delta=0.5\sim 1$ 区间内, 表明由方势阱集团模型计算的 α 衰变半衰期值与实验值偏差大致分布在3~10倍以内, 而菱形标记分布在 $\delta=0$ 附近, 表明由改进的集团模型计算的 α 衰变半衰期与实验数据几乎相等
Figure 3 (Color online) The logarithmic deviation of α -decay half-lives versus the mass numbers for the nuclei in the vicinity of $N=Z=50$ line. The stars with solid line denote the logarithmic deviation given by the square-well cluster model (SW), while the rhombi with dashed line denote the logarithmic deviation given by the improved square-well cluster model (ISW). The stars in this figure are roughly distributing between the line of $\delta=0.5$ and the line of $\delta=1$, which shows that the deviation between the calculated α -decay half-lives by using SW and the experimental data are within a factor of 3–10, while the rhombi are distributing near the line of $\delta=0$, which denotes that the calculated α -decay half-lives by using ISW approximately equal the experimental data

的解释存在一定的不足之处. 相比之下, 改进的方势阱集团模型可以更好地解释 $N=Z=50$ 附近偶偶核 α 衰变半

表 3 不同质量区偶偶核 α 衰变半衰期理论值与实验值之间的均方根偏差值

Table 3 The root-mean-square deviations between the theoretical α -decay half-lives and experimental data for even-even nuclei in different mass regions

模型	$84 \leq Z \leq 104$, $186 \leq A \leq 258$	$106 \leq Z \leq 118$, $260 \leq A \leq 294$	$N=Z=50$ 附近	平均 偏差
方势阱集团模型	0.2933	0.4150	0.8296	0.3460
改进的方势阱集团模型	0.2171	0.3144	$5.480 \times 10^{-8} \ll 1$	0.2223

衰期实验数据.

我们进一步计算了方势阱与改进的方势阱集团模型的理论结果在不同质量区与实验数据的均方根偏差:

$$\sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \left[\log_{10} \left(T_{1/2}^{\text{Expt}, i} / T_{1/2}^{\text{Calc}, i} \right) \right]^2}{n}}. \quad (9)$$

具体结果参见表3. 由表3可知, 改进的方势阱集团模型在不同质量区的平均均方根偏差是0.2223, 相比方势阱集团模型的平均均方根偏差0.3460减小了36%. 在不同质量区, 改进的方势阱集团模型都显著改进了方势阱集团模型的计算结果, 进一步检验了引入势阱深度对质量数和质子数依赖的必要性, 也为将相关模型进一步推广至轻核区提供了思路.

我们进一步利用改进的方势阱集团模型对一些重核区和超重核区未知核素的 α 衰变半衰期进行了预言, 具体计算结果参见表4, 其中不同核素的 α 衰变能理论值取自文献[41]. 作为对比, 在表4中也列出了方势阱集团模型的计算结果.

表 4 改进的方势阱集团模型和方势阱集团模型预言的一些重核区和超重核区未知核素的 α 衰变半衰期

Table 4 Predictions of the α -decay half-lives of some even-even heavy and superheavy nuclei given by the improved square-well cluster model and square-well cluster model

核素	$Q(\text{MeV})$	$T_{1/2}^{\text{SW}}(\text{s})$	$T_{1/2}^{\text{ISW}}(\text{s})$	核素	$Q(\text{MeV})$	$T_{1/2}^{\text{SW}}(\text{s})$	$T_{1/2}^{\text{ISW}}(\text{s})$
重核区				$^{296}_{120}$	12.46	3.38×10^{-4}	3.46×10^{-4}
$^{220}_{\text{Pu}}$	8.68	8.80×10^{-3}	2.28×10^{-2}	$^{298}_{120}$	12.26	6.57×10^{-4}	8.85×10^{-4}
$^{222}_{\text{Cm}}$	9.54	2.17×10^{-4}	6.12×10^{-4}	$^{300}_{120}$	12.07	1.20×10^{-3}	2.20×10^{-3}
$^{224}_{\text{Cf}}$	10.37	1.08×10^{-5}	3.15×10^{-5}	$^{302}_{120}$	11.87	2.39×10^{-3}	6.16×10^{-3}
$^{226}_{\text{Fm}}$	11.17	9.34×10^{-7}	2.67×10^{-6}	$^{304}_{120}$	11.64	5.42×10^{-3}	2.05×10^{-2}
$^{232}_{\text{Fm}}$	10.38	6.33×10^{-6}	1.11×10^{-5}	$^{306}_{120}$	11.38	8.00×10^{-2}	1.39×10^{-2}
$^{236}_{\text{Fm}}$	9.81	1.75×10^{-4}	2.41×10^{-4}	$^{296}_{122}$	13.53	2.09×10^{-5}	1.03×10^{-5}
$^{238}_{\text{Rf}}$	11.74	2.49×10^{-7}	2.69×10^{-7}	$^{298}_{122}$	13.28	4.81×10^{-5}	2.97×10^{-5}
$^{242}_{\text{Rf}}$	11.19	3.92×10^{-6}	3.21×10^{-6}	$^{300}_{122}$	13.09	8.51×10^{-5}	6.76×10^{-5}
$^{244}_{\text{Rf}}$	10.89	1.97×10^{-5}	1.44×10^{-5}	$^{302}_{122}$	12.92	1.42×10^{-4}	1.50×10^{-4}
$^{232}_{\text{No}}$	11.45	1.39×10^{-7}	2.52×10^{-7}	$^{304}_{122}$	12.72	2.55×10^{-4}	3.68×10^{-4}
超重核区				$^{306}_{122}$	12.49	5.16×10^{-4}	1.05×10^{-3}
$^{294}_{120}$	12.71	1.31×10^{-4}	1.05×10^{-4}	$^{308}_{122}$	12.25	3.49×10^{-3}	1.16×10^{-3}

我们还研究了势阱宽度 R 随母核质量数 A 的变化规律, 相关结果参见图4. 其中, 三角形数据点对应的势阱宽度由式(5)给出, V_{Nuc} 由式(3)给出; 菱形数据点对应的势阱宽度是利用式(6)和偶偶核 α 衰变半衰期实验数据得到. 由图4可知, 两种方法给出的势阱宽度 R 随母核质量数 A 的变化规律基本一致, 随 $A^{1/3}$ 近似呈线性关系, 这与我们熟知的半径与质量数之间的关系基本相同.

3 总结

对 α 衰变进行理论研究具有重要的物理意义. 方势阱集团模型是研究原子核 α 衰变的一个理论模型, 可以较好地解释一些偶偶核的 α 衰变实验数据. 我们提出了改进的方势阱集团模型, 在保留方势阱集团模型形式简洁、计算方便等优点的同时, 进一步考虑了方势阱深度对原子核质量数和质子数的依赖. 利用改进的方势阱集团模型, 我们对中等质量区、重核区和超重核区的偶偶核 α 衰变进行了系统研究, 发现改进的方势阱集团模型可以更好地解释不同质量区的 α 衰变半衰期实验数据, 尤其对于中等质量区 $N=Z=50$ 附近的部分偶偶核, 改进的方势阱集团模型给出的 α 衰变计算结果与实验数据符合很好, 说明对方势阱集团模型的改进是合理的. 我们还利用改进的方势阱集团模型计算了重

图 4 (网络版彩色)偶偶核势阱宽度 R 随 $A^{1/3}$ (A 为质量数)的变化规律. 三角形数据点代表由式(3)和式(5)计算得到的势阱宽度, 而菱形数据点代表由式(6)以及偶偶核 α 衰变半衰期实验值提取出来的势阱宽度, 直线表示 R 与 $A^{1/3}$ 近似呈线性关系

Figure 4 (Color online) The width of nuclear potential R versus $A^{1/3}$ (where A is mass number) for even-even nuclei, where the triangles denote the values of R calculated with Eqs. (3) and (5), while the rhombi denote the values of R extracted from Eq. (6) and the experimental α -decay half-lives. The straight line shows the approximately linear relation between R and $A^{1/3}$

核区和超重核区一些未知核素的 α 衰变半衰期, 相关计算结果对 α 衰变的理论和实验研究有价值.

参考文献

- 1 Lu X T. Nuclear Physics (in Chinese). 2nd ed. Beijing: Atomic Energy Press, 2008 [卢希庭. 原子核物理. 第2版. 北京: 原子能出版社, 2008]
- 2 Delion D S. Theory of Particle and Cluster Emission. Berlin: Springer-Verlag, 2010
- 3 Lovas R G, Liotta R J, Insolia A, et al. Microscopic theory of cluster radioactivity. *Phys Rep*, 1998, 294: 265–362
- 4 Pfützner M, Karny M, Grigorenko L V, et al. Radioactive decays at limits of nuclear stability. *Rev Mod Phys*, 2012, 84: 567–619
- 5 Delion D S, Ren Z, Dumitrescu A, et al. Coupled channels description of the α -decay fine structure. *J Phys G-Nucl Part Phys*, 2018, 45: 053001
- 6 Ren Z, Zhou B. Alpha-clustering effects in heavy nuclei. *Front Phys*, 2018, 13: 132110
- 7 Gamow G. Zur quantentheorie des atomkernes. *Z Phys*, 1928, 51: 204–212
- 8 Gurney R W, Condon E U. Wave mechanics and radioactive disintegration. *Nature*, 1928, 122: 439
- 9 Viola Jr. V E, Seaborg G T. Nuclear systematics of the heavy elements—II Lifetimes for alpha, beta and spontaneous fission decay. *J Inorg Nucl Chem*, 1966, 28: 741–761
- 10 Dong T, Ren Z. New calculations of α -decay half-lives by the Viola-Seaborg formula. *Eur Phys J A*, 2005, 26: 69–72
- 11 Ren Y, Ren Z. New Geiger-Nuttall law for α decay of heavy nuclei. *Phys Rev C*, 2012, 85: 044608
- 12 Zhang H F, Zuo W, Li J, et al. α decay half-lives of new superheavy nuclei within a generalized liquid drop model. *Phys Rev C*, 2006, 74: 017304
- 13 Buck B, Merchant A C, Perez S M. New look at α decay of heavy nuclei. *Phys Rev Lett*, 1990, 65: 2975–2977
- 14 Buck B, Merchant A C, Perez S M. α decay calculations with a realistic potential. *Phys Rev C*, 1992, 45: 2247–2253
- 15 Buck B, Merchant A C, Perez S M. Half-lives of favored alpha decays from nuclear ground states. *Atomic Data Nucl Data Tables*, 1993, 54: 53–73
- 16 Varga K, Lovas R G, Liotta R J. Absolute alpha decay width of ^{212}Po in a combined shell and cluster model. *Phys Rev Lett*, 1992, 69: 37–40
- 17 Varga K, Lovas R G, Liotta R J. Cluster-configuration shell model for alpha decay. *Nucl Phys A*, 1992, 550: 421–452
- 18 Xu C, Ren Z. Systematical calculation of α decay half-lives by density-dependent cluster model. *Nucl Phys A*, 2005, 753: 174–185
- 19 Xu C, Ren Z. Global calculation of α -decay half-lives with a deformed density-dependent cluster model. *Phys Rev C*, 2006, 74: 014304
- 20 Röpke G, Schuck P, Funaki Y, et al. Nuclear clusters bound to doubly magic nuclei: The case of ^{212}Po . *Phys Rev C*, 2014, 90: 034304
- 21 Bai D, Ren Z, Röpke G. α clustering from the quartet model. *Phys Rev C*, 2019, 99: 034305
- 22 Deng J G, Zhao J C, Chu P C, et al. Systematic study of α decay of nuclei around $Z=82$, $N=126$ shell closure within the cluster-formation model and proximity potential 1977 formalism. *Phys Rev C*, 2018, 97: 044322
- 23 Moller P, Nix J R. Stability of heavy and superheavy elements. *J Phys G-Nucl Part Phys*, 1994, 20: 1681–1747
- 24 Hofmann S, Münzenberg G. The discovery of the heaviest elements. *Rev Mod Phys*, 2000, 72: 733–767
- 25 Oganessian Y. Heaviest nuclei from ^{48}Ca -induced reactions. *J Phys G-Nucl Part Phys*, 2007, 34: R165–R242
- 26 Oganessian Y T, Utyonkov V K. Super-heavy element research. *Rep Prog Phys*, 2015, 78: 036301
- 27 Giuliani S A, Matheson Z, Nazarewicz W, et al. Superheavy elements: Oganesson and beyond. *Rev Mod Phys*, 2019, 91: 011001
- 28 Yang H B, Ma L, Zhang Z Y, et al. Alpha decay properties of the semi-magic nucleus ^{219}Np . *Phys Lett B*, 2018, 777: 212–216
- 29 Zhang Z Y, Gan Z G, Yang H B, et al. New isotope ^{220}Np : Probing the robustness of the $N=126$ shell closure in neptunium. *Phys Rev Lett*, 2019, 122: 192503
- 30 Ma L, Zhang Z Y, Gan Z G, et al. Short-lived α -emitting isotope ^{222}Np and the Stability of the $N=126$ magic shell. *Phys Rev Lett*, 2020, 125: 032502
- 31 Wang Z, Ren Z, Bai D. Theoretical studies on α -decay half-lives of $N=125$, 126, and 127 isotones. *Phys Rev C*, 2020, 101: 054310
- 32 Wei K, Zhang H F. α decay and cluster radioactivity within the redefined preformed cluster method. *Phys Rev C*, 2020, 102: 034318
- 33 Auranen K, Seweryniak D, Albers M, et al. Superalloyed α decay to doubly magic ^{100}Sn . *Phys Rev Lett*, 2018, 121: 182501
- 34 Bai D, Ren Z. α clustering slightly above ^{100}Sn in the light of the new experimental data on the superallowed α decay. *Eur Phys J A*, 2018, 54: 220
- 35 Bohr A, Mottelson B R. Nuclear Structure. Singapore: World Scientific Publishing, 1998
- 36 Satchler G R, Love W G. Folding model potentials from realistic interactions for heavy-ion scattering. *Phys Rep*, 1979, 55: 183–254
- 37 Wildermuth K, Tang Y C. A Unified Theory of the Nucleus. New York: Academic Press, 1977
- 38 Audi G, Kondev F G, Wang M, et al. The NUBASE2016 evaluation of nuclear properties. *Chin Phys C*, 2017, 41: 030001
- 39 Huang W J, Audi G, Wang M, et al. The AME2016 atomic mass evaluation (I). Evaluation of input data and adjustment procedures. *Chin Phys C*, 2017, 41: 030002
- 40 Wang M, Audi G, Kondev F G, et al. The AME2016 atomic mass evaluation (II). Tables, graphs and references. *Chin Phys C*, 2017, 41: 030003
- 41 Dong T, Ren Z. α -decay energy formula for superheavy nuclei based on the liquid-drop model. *Phys Rev C*, 2010, 82: 034320

Summary for “利用改进的方势阱集团模型研究偶偶核的 α 衰变”

Theoretical studies on α decays of even-even nuclei with the improved square-well cluster model

Wenjuan Dong¹, Zhen Wang¹, Dong Bai¹ & Zhongzhou Ren^{1,2*}

¹ School of Physics Science and Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;

² Key Laboratory of Advanced Microstructural Materials (MOE), Tongji University, Shanghai 200092, China

* Corresponding author, E-mail: zren@tongji.edu.cn

α decay is one of the main decay modes of some unstable nuclei. It provides rich information on nuclear structures and is crucial for the experimental identification of new nuclides and new elements in heavy and superheavy regions. It is important to develop theoretical models for α -decay researches. Gamow, Gurney, and Condon proposed the first theoretical model to explain α decay within the framework of quantum tunneling in 1928, which is the first application of quantum mechanics in the subatomic systems. After that, several new theoretical models are proposed to get a better understanding of α decay. They provide preliminary descriptions of α decays in medium-mass and heavy nuclei.

Square-well cluster model is an important model for α decay studies. It has several valuable advantages and gives a good description of the experimental α -decay half-lives of some even-even nuclei. It assumes that the effective potential between α cluster and daughter nucleus is given by the square well + the Coulomb potential at the surface. The Pauli blocking between α cluster and daughter nucleus is simulated by the Wildermuth condition, which prevents the α cluster from occupying the orbits inside the daughter nucleus. The theoretical α -decay half-lives are given by the WKB approximation. One of the shortcomings of the square-well cluster model is that different α -emitters are assumed to have exactly the same potential-well depth, which is disfavored by, e.g., the double-folding model and is an oversimplification of realistic effective potentials.

In this work, we improve the square-well cluster model by taking into consideration that the depth of the square well depends on the mass number and the proton number. Such an improvement preserves, at the same time, many important merits of the original square-well cluster model. The Pauli blocking effect is simulated by the Wildermuth condition. The theoretical α -decay half-lives are calculated by the WKB approximation. The free parameters in the improved square-well cluster model are determined by fitting the experimental α -decay half-lives of the medium-mass, heavy, and superheavy even-even nuclei, respectively. We then study systematically α decays of even-even nuclei in different mass regions. The logarithmic hindrance factors and root-mean-square deviations between the experimental and theoretical results are calculated. We find that the theoretical α -decay half-lives given by the improved square-well cluster model are in better agreement with the experimental data than those given by the square-well cluster model. There are more theoretical data points agreeing with the experimental data within a factor of 1.5 in the improved square-well cluster model than the square-well cluster model. For instance, the theoretical α -decay half-life of ^{288}Fl is about three times the experimental data in the square-well cluster model, but only deviates from the experimental data by 3% in the improved square-well cluster model. This shows the advantages of the improved square-well cluster model by introducing the mass-number and proton-number dependence of the square-well depth. These results could be useful for experimental and theoretical studies of α decays.

α decay, even-even nuclei, cluster model, square-well potential

doi: [10.1360/TB-2020-1353](https://doi.org/10.1360/TB-2020-1353)