等离子体非线性手性: 有螺统计及可积结构

陈鹏¹, 杨焱², 朱建州^{1*}

1. 速诚基础与交叉科学研究中心, 南京 211316;

2. 中国科学院力学研究所高温气体动力学国家重点实验室, 北京 100190

*联系人, E-mail: jz@sccfis.org

收稿日期: 2019-03-21; 接受日期: 2019-07-08; 网络出版日期: 2020-03-01

国家自然科学基金(编号: 11672102)和田园学派基金(编号: 27182818)资助项目

摘要 在等离子体湍流, 如太阳风中产生的螺旋现象和谐振现象具有典型的非线性行为特征. 等离子体湍流在不同条件下可以有不同的动力学特征, 容许存在各种非线性结构. 本文主要讨论了等离子体湍流中由单手性主导的湍动涡模态和(近)可积结构(如呼吸子): 前者可以通过扩展磁流体统计模型的某种统计解来说明; 而对于等离子体湍流中是否存在可积结构, 本文通过对水波、等离子体和玻色-爱因斯坦凝聚的类比分析来加以推断. 本文以呼吸子可能有贡献为例说明, 将采样频谱中有限频率部分视为线性波的分析不一定准确.

关键词 有螺湍流, 太阳风等离子体, 可积结构, 呼吸子, 回旋波, 等离子体流动控制

PACS: 47.27.Rc, 47.27.-i, 52.30.-q, 52.35.Ra, 02.30.Ik

1 引言

螺旋是三维运动的基本模态, 这由速度场的数学表示所决定^[1]. 以简单三维单连通区域内的场为例, 就运动学而言, 速度可分为左旋、右旋和无旋三部分. 而如何选择和组织手性结构是动力学相关(或: 意义上)的. 在等离子体中, 螺旋可以表现为螺旋波、螺旋涡流和磁力线扭曲缠绕等, 既有局部又有全局特征. 因此, 局部螺旋度和全局螺度在湍流动力学中具有基础性意义^[2,3].

在太阳物理磁流体尺度问题研究中, 磁螺度和电流螺度的相关手征性是一个热点问题, 如张洪起等人^[4]、Chen等人^[5]、Bi等人^[6]和Ouyang等人^[7],

以及本专题中高裕^[8]和徐海清^[9]的文章及其中的参考文献. 本文主要考虑亚离子尺度动力学, 通过单手性主导的非线性涡模态和呼吸子两个典型例子, 讨论文献中通常解释为(线性)螺旋波观测现象^[10]的不同解释, 也讨论一些湍流理论中以线性波为基础的非必要性和/或不充分性, 及其他更合理的可能. 由于湍流非线性问题极为困难, 以往的研究往往借助于更为简化的线性理论或线性波论据, 例如气动声学领域的Lighthill“声(波)比拟”理论, 本文的讨论或可抛砖引玉, 促进更一般的相关领域非线性理论的发展.

基于扩展磁流体(XMHD)基础统计动力学, 本文对太阳风亚离子尺度动力学的相关具体案例进行

引用格式: 陈鹏, 杨焱, 朱建州. 等离子体非线性手性: 有螺统计及可积结构. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2020, 50: 040007

Chen P, Yang Y, Zhu J-Z. Plasma nonlinear chirality: Helical statistics and integrable structures (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2020, 50: 040007, doi: [10.1360/SSPMA2019-0094](https://doi.org/10.1360/SSPMA2019-0094)

分析, 随后结合不同力学和物理系统中“呼吸子”的研究情况^[11], 采用类比分析方法, 对等离子体和太阳风中的非线性可积结构进行了讨论.

2 XMHD手性与太阳风湍流

Zhu^[12]分析了等离子体亚离子尺度的非线性手性问题, 讨论了不同于Meyrand 和Galtier^[13]及Abdelhamid等人^[14]基于线性波的观点. 由于其中主要的计算分析可适当推广到可压缩情形(Zhu^[15]已指出其关于可压缩中性气体的计算分析可推广到可压缩磁流体), 我们的讨论具有更广泛的意义, 所以有必要对该问题进一步说明.

引入焓 Π , 常规磁场和矢势 $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}$, $\mathcal{B} = \mathbf{B} + d_e^2 \nabla \times (\nabla \times \mathbf{B})$, 矢量势 $\nabla \times \mathcal{A} = \mathcal{B}$, 以及电子(d_e)和离子(d_i)趋肤深度. 考虑理想正压XMHD系统(采用Alfvénic单位):

$$\partial_t \rho = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}), \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \partial_t \mathbf{u} = & -\nabla \left[\Pi + u^2/2 + (d_e \nabla \times \mathbf{B})^2 / (2\rho^2) \right] \\ & + \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{u}) + (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathcal{B} / \rho, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \partial_t \mathcal{B} = & \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathcal{B}) - d_i \nabla \times [(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathcal{B} / \rho] \\ & + d_e^2 \nabla \times [(\nabla \times \mathbf{B}) \times (\nabla \times \mathbf{u}) / \rho]. \end{aligned} \quad (3)$$

如果忽略 d_i 项, 上述系统则变为惯性磁流体模型^[16], 可用于描述亚电子尺度的磁层和太阳风等离子体; 如果忽略 d_e 项, 则是霍尔磁流体模型; 这两项都不存在时, 则为理想单流体磁流体模型.

方程(1)–(3)有两个守恒的广义螺度, 它们对于伽辽金(Galerkin)截断保持鲁棒性, 所以必然起到重要的动力学作用, 例如螺度可导致湍流中的单手性主导态. 更详细的讨论可参见文献^[12].

运动分解对应于将变量(如速度) $\mathbf{v}$ 通过旋度算子 $\mathbf{C} = (-\nabla^2)^{-1/2} \nabla \times$ 按本征态展开. 譬如, 考虑不可压缩 $\mathbf{u}^\perp$ 的广义傅里叶展开 $\mathbf{u}^\perp = \sum_n \hat{u}_n^s \phi_n^s$, $\nabla \times \phi_n^s = s \lambda_n \phi_n^s$ (Beltrami性), $\lambda_n > 0$, 这里, $s = \pm$ 表征手性(相对论量子力学中手征算子和螺旋度算子是独立的, 但在经典问题中不作区分). 在周期性盒子 $\mathcal{D} = [0, 2\pi]^3$ (或轮胎 $\mathcal{T}^3$)内, 对于无散 $\mathbf{v}$ 的标准傅里叶展

开为

$$\mathbf{v} = \sum_s \mathbf{v}^s = \sum_{\mathbf{k}, s} \hat{\mathbf{v}}^s(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} = \sum_{\mathbf{k}, s} \hat{\mathbf{v}}^s(\mathbf{k}) \hat{\mathbf{h}}_s(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}, \quad (4)$$

其中 $\hat{\mathbf{i}}^2 = -1$, $\hat{\mathbf{i}} \mathbf{k} \times \hat{\mathbf{h}}_s(\mathbf{k}) = s k \hat{\mathbf{h}}_s(\mathbf{k})$, $\hat{\mathbf{h}}_s(-\mathbf{k}) = \hat{\mathbf{h}}_s^*(\mathbf{k}) = \hat{\mathbf{h}}_{-s}(\mathbf{k})$ 以及 $\hat{\mathbf{h}}_{s_1}(\mathbf{k}) \cdot \hat{\mathbf{h}}_{s_2}^*(\mathbf{k}) = \delta_{s_1, s_2}$. 对于 $\mathbf{k}$ (类似的 $\mathbf{p}$ 和 $\mathbf{q}$)的手性为 s_k . 在不引起混淆时, 也采用简化形式 $\hat{\mathbf{v}}_k^{s_k}$. 螺旋基取 $\hat{\mathbf{h}}_s(\mathbf{k}) = (s \hat{\mathbf{i}} \mathbf{l} + \mathbf{l} \times \mathbf{k} / k) / (\sqrt{2} l)$, 其中 $\mathbf{l}$ 任意模为 l , 是垂直于 $\mathbf{k}$ 的矢量.

2.1 线性回旋波之外的非线性手性

Meyrand和Galtier^[13]用如下线性波色散关系论证霍尔磁流体的手性:

$$\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{k}) = -\frac{B_0 k_{\parallel}}{\omega} \hat{\mathbf{b}}(\mathbf{k}), \quad \hat{\mathbf{a}}(\mathbf{k}) = \frac{s}{k} \hat{\mathbf{b}}(\mathbf{k}) = \frac{s \hat{\mathbf{i}} \mathbf{k} \times \hat{\mathbf{a}}(\mathbf{k})}{k}, \quad (5)$$

其中 $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{b}$, $\mathbf{b} = \nabla \times \mathbf{a}$, $B_0 k_{\parallel} = \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{k}$. 借助

$$\sigma_m = \frac{\hat{\mathbf{a}}(\mathbf{k}) \cdot \hat{\mathbf{b}}^*(\mathbf{k}) + c.c.}{2|\hat{\mathbf{a}}(\mathbf{k})||\hat{\mathbf{b}}(\mathbf{k})|}, \quad \sigma_c = \frac{\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{k}) \cdot \hat{\mathbf{b}}^*(\mathbf{k}) + c.c.}{2|\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{k})||\hat{\mathbf{b}}(\mathbf{k})|}, \quad (6)$$

由方程(5)可知对于磁极化(Magnetic Polarization)有 $P_m(\mathbf{k}) = \sigma_m \sigma_c = \pm 1$ (Alfvén 离子回旋波色散关系对应于+1, 而哨声波对应-1). 对于涡冻结形式的霍尔磁流体

$$\partial_t \Omega_h = \nabla \times (\mathbf{u}_h \times \Omega_h), \quad h = R, L, \quad (7)$$

其中 $\Omega_R = \mathbf{B}$, $\mathbf{u}_R = \mathbf{u} - d_i \nabla \times \mathbf{B}$, $\Omega_L = \mathbf{B} + d_i \nabla \times \mathbf{u}$, $\mathbf{u}_L = \mathbf{u}$. 令方程(7)中离子流体速度 $\mathbf{u}_L = \mathbf{u} = 0$, 霍尔磁流体退化为电子磁流体(eMHD)方程:

$$\partial_t \mathbf{B} = -d_i \nabla \times [(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}], \quad (8)$$

其线性波对应于 $P_m = -1$. 类似地, 取电子流体的速度为0, 则得到离子磁流体(iMHD):

$$\partial_t (1 - d_i^2 \Delta) \mathbf{B} = d_i \nabla \times [(\nabla \times \mathbf{B}) \times (1 - d_i^2 \Delta) \mathbf{B}], \quad (9)$$

其中离子速度 $\mathbf{u}_i = d_i \nabla \times \mathbf{B}$. 对应线性波有 $P_m = 1$, 此值用于确定数值模拟湍流的手性.

文献^[13]中 P_m 的两个极端值 ± 1 是从线性波得到的, 而在数值模拟中并无平均场 $\mathbf{B}_0$ 来支持其论据, 所以似乎并不适于描述iMHD和eMHD湍流. 但是, 他们关于iMHD和eMHD流动在顺次尺度中主导的预测应是合理的, 或可称为单流动主导态(OFDS).

相关的非线性理论可通过联合OFDS和单手性主导态(OCSDS)得到.

既不引入背景平均场又不做线性化处理, 对于同手性情形有 $\sigma_m = s = -\sigma_c$, 即, 对于 $\hat{u}_R^s = -skd_i\hat{b}^s$, 将L动力学去除, 有 $P_m = \sigma_c\sigma_m = -1$. 类似地, 去除R动力学, 如果只有单手性一支, 有 $\sigma_m = s = \sigma_c$ 和 $P_m = 1$. 因此, 同手性非线性理论给出了 $P_m = \pm 1$. 这种特征不一定直接是通常等离子体理论中可解析表达的“层流”结构或消除非线性的精确解(完全按照文献[17], 我们也可以得到XMHD的相应精确解), 在湍流场中更应由下面讨论的统计物理来理解.

2.2 XMHD“手性分子”绝对统计平衡

考虑不可压缩情形. 此时XMHD有如下积分:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{H}}{dt} &= \frac{d}{2dt} \int_{\mathcal{D}} [u^2 + B^2 + d_e^2(\nabla \times \mathbf{B})^2] d^3\mathbf{r} \\ &= \frac{d}{2dt} \sum_{k,s} \left[|\hat{u}^s|^2 + \frac{|\hat{\mathcal{B}}^s|^2}{(1 + d_e^2 k^2)} \right] = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{dH_M}{dt} &= \frac{d}{2dt} \int_{\mathcal{D}} [\mathcal{A} \cdot \mathcal{B} + d_e^2 \nabla \times \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}] d^3\mathbf{r} \\ &= \frac{d}{2dt} \sum_{k,s} \left[skd_e^2 |\hat{u}^s|^2 + \frac{s|\hat{\mathcal{B}}^s|^2}{k} \right] = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{dH_C}{dt} &= \frac{d}{2dt} \int_{\mathcal{D}} [2\mathbf{u} \cdot \mathcal{B} + d_i \nabla \times \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}] d^3\mathbf{r} \\ &= \frac{d}{2dt} \sum_{k,s} [\hat{u}^{s*} \hat{\mathcal{B}}^s + c.c. + skd_i |\hat{u}^s|^2] = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

其中, $\mathcal{H}$ 称为哈密顿(此为能量), H_M 为广义磁螺度, H_C 为广义横螺度. 真实等离子体和等离子体数值模拟中本质上只有有限个模式, 因而有理由认为只有那些经过伽辽金截断后还保持的性质才具有重要的物理作用. 可以验证, 前述XMHD的三个积分保持守恒, 相空间体积也保持守恒(Liouville定理), 这样我们就可以进行早先由Lee^[18]、Kraichnan^[19]以及Frisch等人^[20]发展, 最近又由Zhu等人^[21]利用手性分解进一步发展的绝对统计平衡分析^[2,12]. 写出正则分布 $\sim \exp\{-\alpha\mathcal{H} - \beta H_M - \gamma H_C\}$, 并取 $a := \alpha$, $b := \beta/k$, $c := \gamma$, $f := k(\beta d_e^2 + \gamma d_i)$ 和 $d := \alpha/(1 + k^2 d_e^2)$,

可以计算出比文献[16]更精细的三维谱密度. 譬如,

$$U_{\mathcal{B}}^s(\mathbf{k}) := \langle |\hat{\mathcal{B}}^s|^2 \rangle / 2 = (sf + a) / \Delta_X^s, \quad (13)$$

其中 $\Delta_X^s = fb + ad - c^2 + s(ab + fd)$. 需要指出, 在这种结果中, 相反手性两支谱具有的对称结构在物理上有非平凡的涵义; 而由于高次多项式我们并不总知道如何去因式分解, 所以数学上也不平凡. 这也是为何Lee^[18]、Kraichnan^[19]以及Frisch等人^[20]的结果并不能被更加透彻地说明, 以更有效地帮助理解和应用, 甚至控制湍流的原因.

OFDS由等离子体物理中的尺度、质量比等参数决定, 而OCSDS则是非线性有螺热化动力学过程的结果, 这可以从分析绝对统计平衡谱得到. 比如, 相反手性谱的分母所对应的极点互为反号出现, 而 $k > 0$ 决定只有正极点可取到, 也就是说极点附近的谱是由其中一个手性主导的. 如图1所示, 取如下参数得到手性分解磁螺度一维谱, 在极点附近显示单手性主导态: $\alpha = 10, \beta = 9.89, \gamma = 0.987, d_i = 0.1, d_e = d_i / \sqrt{M}, M = 1836$. 我们正是从其中一支体现的假性“红外”和“紫外灾难”推测湍流态的OCSDS. 另外, 还有一些特殊的物理可能对应于手性非对称截断, 可以提供所需的手性选择和放大机制^[21]. 有两个极限可取:

$d_e \rightarrow 0$ 对应的霍尔磁流体OFDS+OCSDS: 文献[12]对前人相关讨论(如文献[13]介绍的自发对称破缺)的评述, 在此不详述.

$d_i \rightarrow 0$ 对应的惯性磁流体OFDS+OCSDS: 文献[14]对亚电子太阳风和星际磁场提出的唯象理论. 他们也采用 $\hat{\mathbf{u}}_k$ 和 $\hat{\mathbf{b}}_k$ 间顺排(与文献[13]同样由线性色散关系得到)但非线性项恰好为0的任意幅值的波. 如果认为湍流是由这些精确模叠加, 那么就没有非线性相互作用, 也就没有能流, 而这并非湍流的特征. 而我们可以从“OFDS+OCSDS”进行论证: 两个广义涡的(Lie)携带速度分别为 $\mathbf{u}_{\pm} = \mathbf{u} - \kappa_{\mp} \nabla \times \mathbf{B}$, 其中 $\kappa_{\pm}$ 由 $\kappa^2 - d_i \kappa - d_e^2 = 0$ 确定. 这就意味着, 在 $d_i = 0$ 的惯性磁流体极限下, $\mathbf{u}_{\pm} = \mathbf{u} \pm d_e \nabla \times \mathbf{B}$. 因此 $\hat{\mathbf{u}}_k = \mp d_e \hat{\mathbf{i}} k \times \hat{\mathbf{B}}_k$ 可以将其中一个流动去除而得到, 即 $\mathbf{u}_{\pm} \approx \pm 2d_e \nabla \times \mathbf{B}$ 在 $\mathbf{u}_{\mp} \approx 0$ 时成为主导. 同样, 同手性或OCSDS意味着 $\hat{\mathbf{i}} k \times \hat{\mathbf{B}}_k \approx sk\hat{\mathbf{B}}_k$, 其中 $s = \pm$ 依手

图 1 (网络版彩图)手性分解磁螺度一维谱. $H_m^\pm$ 中角标“m”取自式(6). (a) H_m^+ ; (b) $-H_m^-$

Figure 1 (Color online) Chirally decomposed magnetic-helicity spectra. The lower index “m” corresponds to that of eq. (6). (a) H_m^+ ; (b) $-H_m^-$.

性而定, 进而有 $\hat{u}_k = -skd_e \hat{B}_k$. 这种 $\hat{u}_k \propto k\hat{B}$ 关系正是文献[14]用以推得Kolmogorov唯象标度律 $k^{-13/3}$ 的依据. 总结而言, 非线性的OCSDS和OFDS联合构成了惯性磁流体湍流级串的本质.

考虑螺度的经典拓扑解释, 可以分析理想XMHD在其约束下的弛豫状态, 其结果也能体现手性特征 [12], 在此不展开讨论.

3 关于近似或类似螺旋振荡可积结构(如呼吸子)的讨论

上一节针对线性螺旋波提出了非线性统计备选机制, 对于恰当的非线性系统, 也存在可积结构. 从目前线性回旋波的两个观测依据, 即周期性振荡和旋转矢端图来看, 有一种非线性结构同时具备二者, 它就是呼吸子.

呼吸子是时间周期但空间局域, 或空间周期但时间局域的非线性可积结构, 它为描述水波和玻色-爱因斯坦凝聚等现象的各种非线性(如薛定谔)方程所容许 [11]. 特别指出的是, 虽然一般情况下水(表面)波用势流来描述, 但是还有讨论涡旋流中的波(见文献[22]). 分析表明水表面波是可以有螺旋的呼吸子或类似结构的, 很可能是海洋中“来无影去无踪”(Appear from Nowhere and Disappear without a Trace)的怪波(Freak Wave)的形成机制. 等离子体在不同环境中, 如太阳风 [23], 可以用简化的非线性方程描述. 最近, Wang等人 [24]研究了非均匀等离子体中特别修正的非线性薛定谔方程的呼吸子. 虽然

目前讨论的还是一维情况, 但是从其他三维水波和玻色-爱因斯坦凝聚等案例可以推断, 等离子体在适当环境中是容许采用三维螺旋呼吸子或类似结构近似的.

综上, 一般等离子体活动, 尤其是在太阳风剧烈的湍流中, 很可能存在螺旋呼吸子或类似结构(精确解及稳定性需严格的数学, 暂不确定). 虽然具体物理环境和数学模型有待确定, 但这种非线性结构兼具观测中看到的周期性(时间或空间)和回旋性, 所以当在观测信号中看到这两个特征时, 需再求证其他信息(如线性项与非线性项的相对大小等)来确定是否为螺旋呼吸子. 将采样数据做Fourier频谱分析后认为有限频率谱即为波动贡献, 这样的分析并不一定准确, 因呼吸子贡献会体现在频率谱上.

4 结论

第2节中的讨论同样适用于等离子体双流体模型. 它所体现的应该是等离子体物理本身具有的(近似)性质, 不限于模型描述. 等离子体湍流的结构丰富, 其中既体现螺旋又体现(周期)振荡的现象非常普遍, 人们对它的解释往往求助于线性动力学, 指向电子或离子(线性)回旋波. 但是这种解释并非唯一或合理, 等离子体的动力学可以容许非线性的螺旋振荡结构. 我们讨论了从湍流统计的角度提出的一种单手性主导的非线性解释机制, 又进行了近似或类似螺旋振荡可积结构(具体如呼吸子)的讨论. 通常的孤立波在解释等离子体观测(如文献[25]中

动理学Alfvén孤立波相关讨论)和湍流问题(如文献[26])方面已经为人们所熟悉,而三维呼吸子或其他可积结构的相关研究还有待展开. 根据现有的知识,我们认为,自然足够多样,等离子体自身也足够活跃以形成各种(局部)环境,使得各种螺旋振荡结构形成机制都有可能存在. 我们期待在等离子体观测和数值模拟中得到更多的确证.

最后,等离子体中手性选择和放大机制除了解释物理现象外,或可用于多场耦合等离子体流动控制. 比如,射频等离子体(螺旋波)放电可能产生有螺旋流动,其虽然能量小,但通过设置适当的湍流环境可能使其经由非线性机制放大而用于控制螺度.

Yang和Li等人^[27]对三维可压缩磁流体湍流中“波和结构的能量占有(Occupation)”进行了研究. 她们以数值采样的频谱分析为基础,认定能谱零频率为“结构”,其他非零频率为“(线性)传播波”的贡献,后者占约33%. 本文相关评论也表明,呼吸子或类似体现时空周期性的非线性结构可能“潜入”非零频率谱中,以至于33%是一个高估的结果. 最近, Zhu^[28]关于可压缩等离子体流体模型的计算结果保持2.2节中不可压缩计算结果不变,而压缩性相关模态的讨论或可引起我们来反思和修正相关基于线性思想的处理方法(如将声比拟推广到等离子体湍流问题),对此我们将另文讨论.

致谢 感谢夏振伟教授帮助绘图. 感谢冯立好、金成刚、赵光银、袁洪杰和邹旦教授在等离子体放电流动控制方面,何健森和赵国清教授在太阳风螺旋振荡结构方面,以及马玉祥和王岗教授在非线性水波方面给予的交流和指导.

参考文献

- Moses H E. Eigenfunctions of the curl operator, rotationally invariant helmholtz theorem, and applications to electromagnetic theory and fluid mechanics. *SIAM J Appl Math*, 1971, 21: 114–144
- Zhu J Z. Chiral turbulence: Equilibrium and non-equilibrium ensembles for time-reversible systems (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2020, 50: 040002 [朱建州. 湍流手性: 可逆系统的能量-螺度双约束系统. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2020, 50: 040002]
- Zou W N, Zhu J Z, Liu X. Geometrical and topological description of chirality-relevant flow structures (in Chinese). arXiv: 1903.05349 [邹文楠, 朱建州, 刘鑫. 流动手性与结构的几何和拓扑图像描述. arXiv: 1903.05349]
- Zhang H Q, Yang S B, Xu H Q, et al. Progress on helicity study in solar physics in China (in Chinese). *Chin Sci Bull*, 2014, 59: 3561–3569 [张洪起, 杨尚斌, 徐海清, 等. 探讨我国在太阳物理领域中螺度研究的进展. 科学通报, 2014, 59: 3561–3569]
- Chen P F, Harra L K, Fang C. Imaging and spectroscopic observations of a filament channel and the implications for the nature of counter-streamings. *Astrophys J*, 2014, 784: 50
- Bi Y, Jiang Y, Yang J, et al. Observation of a reversal of rotation in a sunspot during a solar flare. *Nat Commun*, 2016, 7: 13798
- Ouyang Y, Zhou Y H, Chen P F, et al. Chirality and magnetic configurations of solar filaments. *Astrophys J*, 2017, 835: 94
- Gao Y. α - ω dynamo solution with simple α -effect and observation of vorticity in active regions (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2020, 50: 040004 [高裕. 简单 α 效应的 α - ω 发电机解和活动区涡度的观测. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2020, 50: 040004]
- Xu H Q. Comparison analysis of current helicity inferred from several solar vector magnetographs (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2020, 50: 040006 [徐海清. 多个太阳矢量磁像仪数据计算的电流螺度对比分析. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2020, 50: 040006]
- Jian L K, Moya P S, Viñas A F, et al. Electromagnetic cyclotron waves in the solar wind: Wind observation and wave dispersion analysis. *AIP Conf. Proc.*, 2016, 1720: 040007; He J, Marsch E, Tu C, et al. Possible evidence of Alfvén-cyclotron waves in the angle distribution of magnetic helicity of solar wind turbulence. *Astrophys J*, 2011, 731: 85; Zhao G Q, Feng H Q, Wu D J, et al. On the generation mechanism of electromagnetic cyclotron waves in the solar wind: Statistical results from wind observations. *Astrophys J*, 2019, 871: 175
- Qian C, Rao J G, Liu Y B, et al. Rogue waves in the three-dimensional Kadomtsev-Petviashvili equation. *Chin Phys Lett*, 2016, 33: 110201; Xu T, Tian B, Li L L, et al. Dynamics of Alfvén solitons in inhomogeneous plasmas. *Phys Plasmas*, 2008, 15: 102307; Dong G, Liao B, Ma Y, et al. Experimental investigation of the Peregrine Breather of gravity waves on finite water depth. *Phys Rev Fluids*, 2018, 3: 064801; Peng X, Zhuang J, Peng Y, et al. Spatiotemporal Airy Ince-Gaussian wave packets in strongly nonlocal nonlinear media. *Sci Rep*, 2018, 8: 4174
- Zhu J Z. Chirality, extended magnetohydrodynamics statistics and topological constraints for solar wind turbulence. *Mon Not R Astron Soc-Lett*, 2017, 470: L87–L91
- Meyrand R, Galtier S. Spontaneous chiral symmetry breaking of hall magnetohydrodynamic turbulence. *Phys Rev Lett*, 2012, 109: 194501
- Abdelhamid H M, Lingam M, Mahajan S M. Extended MHD turbulence and its applications to the solar wind. *Astrophys J*, 2016, 829: 87

- 15 Zhu J.-Z. Isotropic polarization of compressible flows. *J Fluid Mech*, 2016, 787: 440–448.
- 16 Miloshevich G, Lingam M, Morrison P J. On the structure and statistical theory of turbulence of extended magnetohydrodynamics. *New J Phys*, 2017, 19: 015007
- 17 Zhu J.-Z. On the exact solutions of (magneto)hydrodynamic systems and the superposition principles of nonlinear helical waves. arXiv:1407.8404
- 18 Lee T D. On some statistical properties of hydrodynamical and magneto-hydrodynamical fields. *Quart Appl Math*, 1952, 10: 69–74
- 19 Kraichnan R H. Helical turbulence and absolute equilibrium. *J Fluid Mech*, 1973, 59: 745–752
- 20 Frisch U, Pouquet A, LOrat J, et al. Possibility of an inverse cascade of magnetic helicity in magnetohydrodynamic turbulence. *J Fluid Mech*, 1975, 68: 769–778
- 21 Zhu J Z, Yang W, Zhu G Y. Purely helical absolute equilibria and chirality of (magneto)fluid turbulence. *J Fluid Mech*, 2014, 739: 479–501
- 22 Zou Z L. Water Wave Theory and Their Applications (in Chinese). Beijing: Science Press, 2005 [邹志利. 水波理论及其应用. 科学出版社, 2005]
- 23 Li B. Influence of flow tube geometry on turbulence-driven solar winds (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2018, 48: 059601 [李波. 湍流驱动的太阳风模型中的流管曲率效应. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2018, 48: 059601]
- 24 Wang L, Li M, Qi F H, et al. Modulational instability, nonautonomous breathers and rogue waves for a variable-coefficient derivative nonlinear Schrdinger equation in the inhomogeneous plasmas. *Phys Plasmas*, 2015, 22: 032308
- 25 Wu D.-J. Kinetic Alfvn Wave. Beijing: Science Press, 2012
- 26 Liu S D, Liu S S. Solitary Waves and Turbulence (in Chinese). Shanghai: Shanghai Science and Technology Education Press, 1994 [刘式达, 刘式适. 孤波和湍流. 上海: 上海科技教育出版社, 1994]
- 27 Yang L P, Li H, Li S T, et al. Energy occupation of waves and structures in 3D compressive MHD turbulence. *Mon Not R Astron Soc*, 2019, 488: 859–867
- 28 Zhu J.-Z. Helicities tighten up the turbulent gases. arXiv:1910.04638.

Plasma nonlinear chirality: Helical statistics and integrable structures

CHEN Peng¹, YANG Yan² & ZHU Jian-Zhou^{1*}

¹*Su-Cheng Centre for Fundamental and Interdisciplinary Sciences, Nanjing 211316, China;*

²*State Key Laboratory of High-Temperature Gas Dynamics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*

In plasma turbulence, the helical and (nearly) periodic phenomena do not necessarily correspond to linear waves. Plasmas in different environments present distinct dynamical characters, including various nonlinear structures, and two alternative nonlinear mechanisms are presented to be able to lead to relevant sub-ion chirality issues in solar winds: helical turbulent modes and integrable structures (e.g., the breathers). The former is explained by revisiting a recent proposal on studying solar wind with extended magnetohydrodynamics; the latter is argued with multidisciplinary-supporting information. If there are possible contributions from breathers, it may not be accurate to attribute the non-zero frequency spectrum to the propagating (linear) waves.

helical turbulence, solar wind plasma, integrable structure, breather, cyclotron wave, flow control using plasma

PACS: 47.27.Rc, 47.27.-i, 52.30.-q, 52.35.Ra, 02.30.Ik

doi: [10.1360/SSPMA2019-0094](https://doi.org/10.1360/SSPMA2019-0094)