

文章编号:1009-3087(2013)06-0074-08

# 混凝土双轴压-压细观统计损伤本构模型

白卫峰<sup>1</sup>,管俊峰<sup>1</sup>,崔莹<sup>2</sup>,陈健云<sup>3</sup>

(1. 华北水利水电大学 水利学院,河南 郑州 450011; 2. 黄河勘测规划设计有限公司,河南 郑州 450003;  
3. 大连理工大学 建设工程学院,辽宁 大连 116024)

**摘要:**细观损伤机制对混凝土材料宏观力学性能产生重要的影响。基于细观统计损伤理论及宏观试验现象,建立了混凝土双轴压-压细观统计损伤本构模型。考虑断裂、屈服2种细观损伤因素,损伤演化过程由主方向的压应变驱动;引入等效传递拉损伤应变的概念,受压方向的压损伤由侧向拉损伤应变控制。采用该模型对双轴压-压应变比例加载路径下应力-应变曲线形成的包络面进行了预测,提取出双轴压-压强度包络线;从双轴强度、变形特性、包络面形状等角度对材料的双轴压缩损伤机制进行探讨。结果表明:该模型能够有效模拟双轴压-压加载情况下混凝土材料宏观力学行为,能够揭示细观损伤演化机制;细观屈服损伤模式在材料变形破坏过程中起到决定性作用,将整个变形过程分为统计均匀损伤及局部破坏2个阶段;区分峰值应力状态和局部破坏的临界状态,建议后者作为本构模型的最终破坏点。

**关键词:**混凝土;双轴压缩;细观统计损伤;本构模型;应力-应变曲线

中图分类号:O319.56

文献标志码:A

## Statistical Damage Constitutive Model for Concrete Under Biaxial Compression

BAI Wei-feng<sup>1</sup>, GUAN Jun-feng<sup>1</sup>, CUI Ying<sup>2</sup>, CHEN Jian-yun<sup>3</sup>

(1. Water Resources Dept., North China Univ. of Water Resources and Electric Power, Zhengzhou 450011, China;

2. Yellow River Eng. Consulting Co., Ltd., Zhengzhou 450003, China; 3. Faculty of Infrastructure Eng., Dalian Univ. of Technol., Dalian 116024, China)

**Abstract:** Microscopic damage mechanism has an important impact on the macroscopic mechanical properties of concrete materials. Based on the statistical damage theory and the experimental phenomena, a statistical damage constitutive model for concrete under biaxial compression was proposed, in which two microscopic damage modes, rupture and yield, were considered. The whole damage evolution process was driven by the principal compressive strain. The concept of "equivalent transfer tensile damage strain" was introduced, and the compressive damage in press direction was controlled by the lateral tensile damage strain. By this model, the envelope composed of the stress-strain curves under biaxial compressive proportional load path was predicted. Furthermore, the strength envelope was obtained. The damage mechanism of concrete under biaxial compression was discussed from the view points of biaxial strength, deformation properties and the envelope shape. The results showed that it can accurately reflect and predict the constitutive behavior of concrete under biaxial compression, and reveal the microscopic mechanism of damage evolution. The yield damage mode plays a critical role, by which the whole deformation and failure process can be divided into the statistical uniform damage phase and the local failure phase. The two characteristic states, the peak nominal stress state and the critical state when macro-crack appears, were distinguished, and the latter was proposed as the final failure point in the constitutive model.

**Key words:** concrete; biaxial compression; statistical damage; constitutive model; stress-strain curve

在混凝土建筑中,特别是一些重大的特种结构

中(如核反应堆高压容器、水坝、海洋工程结构等),混凝土大部分都处于明显的多轴应力状态。混凝土多轴力学性能同单轴差异很大。为准确描述混凝土多轴力学行为,必须建立合理的混凝土多轴强度准则和本构关系。混凝土的多轴力学行为受到各国学者的重视,进行了广泛、系统的实验研究。由于混凝土多轴加载试验的复杂性,至今尚无统一的试验标准。同时由于认识和技术上的原因,这些实验的目

收稿日期:2013-02-28

基金项目:国家自然科学基金青年基金资助项目(51009020; 51209094);华北水利水电大学高层次人才科研启动资助项目(201109)

作者简介:白卫峰(1982—),男,讲师,博士。研究方向:混凝土材料损伤破坏机理研究及混凝土结构抗震分析。E-mail:yf9906@163.com

的大都是测定混凝土试件的二轴或三轴强度,而手段则以力控制加载系统为主。

关于混凝土双轴压缩力学特性已开展了大量的研究。典型的包括:1968年Kupfer<sup>[1]</sup>进行了较全面的各种应力比下双轴混凝土强度试验,得到双轴应力状态下的强度包络线。清华大学从1983年起开始研制多轴加载设备并进行大量混凝土立方体试件二轴受压的强度试验。覃丽坤<sup>[2]</sup>对普通混凝土进行了压应力比例加载路径下的双轴压压试验。李杰<sup>[3]</sup>进行了高性能混凝土在单调比例双轴压应变加载机制下的应力-应变关系研究,得到双轴压状态下的混凝土应力-应变全曲线。过镇海<sup>[4]</sup>对国内外多组试验得到的混凝土双轴强度包络线进行了分析,总结了双轴强度随应力比变化的规律。

通过大量试验结果统计分析,对混凝土双轴力学性能的一般规律取得基本共识:双轴压压状态下,普通混凝土双轴强度是单轴受压强度的1.25~1.60倍;应力比为1时,双轴抗压强度约为单轴受压强度的1.15~1.3倍;应力比为0.3~0.5时,双轴抗压强度达到最大值。主压方向峰值应力对应应变较单轴时提高,其提高程度取决于应力比值。不同应力比例下,试件破坏形态有所不同。

理论研究方面,关于双轴压-压损伤机理研究却较少,以往所建立的混凝土双轴本构关系大都为宏观唯象本构模型,侧重于试验数据的经验拟合,建立在经验关系式的基础上,缺乏细观损伤机制与宏观力学行为之间内在联系的探讨,因此很难正确反映混凝土复杂荷载路径下的本构行为。

1982年,Krajcinovic提出平行杆模型PBS<sup>[5-6]</sup>,通过假设细观微元强度服从某种统计分布考虑准脆性材料细观非均质性。目前细观统计损伤理论已经成为研究岩石类材料本构关系的一种重要手段。沈珠江等<sup>[7]</sup>、徐卫亚等<sup>[8]</sup>、李杰<sup>[9]</sup>采用细观统计损伤理论研究岩石、混凝土细观损伤机制与宏观力学行为之间的联系。白卫峰等<sup>[10-12]</sup>考虑屈服、断裂两种细观损伤机制,建立了反映混凝土单轴拉伸、压缩全过程的统计损伤模型。为便于工程应用,同时考虑损伤过程的实质,本构模型的研究趋势应是建立可以反映细观非均质损伤机制的宏观本构模型<sup>[6-7]</sup>。

基于混凝土双轴受压破坏实验现象及细观统计损伤理论<sup>[10-12]</sup>,建立混凝土双轴压-压细观统计损伤本构模型,模拟混凝土均匀损伤阶段的力学行为,探讨复杂应力作用下混凝土的强度、变形及损伤机制。规定:拉应力、拉应变为正,压应力、压应变为

负;且 $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3, \varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3$ 。

## 1 基本假定

1) 细观损伤机制对材料宏观力学性能影响概括为两方面:微裂纹、微孔洞等微缺陷的萌生和扩展导致材料有效受力面积的减小;微缺陷的相互作用导致材料有效受力骨架弹性模量的劣化。上述2种影响机制可用修正平行杆模型IPBS<sup>[10-11]</sup>中断裂和屈服细观损伤模式表征。注意到:第1种损伤模式是经典损伤理论的物理基础;第2种损伤模式,常被归结为塑性变形,采用包含屈服面的塑性理论处理。

2) 材料变形破坏过程分为2个阶段:统计均匀损伤阶段和局部破坏阶段。前者是材料变形损伤的主要阶段;后者为局部灾变过程,对应的软化段应力-应变曲线存在明显的尺寸效应,特定试验得到的该段曲线不能反映材料的本质力学性能。

## 2 单轴压缩

### 2.1 损伤机制

实验表明:混凝土单轴压缩破坏主要由泊松效应产生的侧向拉应变引起微裂纹的萌生、扩展、成核所导致。损伤方向与压力方向垂直,裂纹方向与加载方向平行,呈柱状开裂,分布较均匀。因此单轴受压破坏本质上是由与压力作用垂直方向的受拉损伤所控制,称为“传递损伤”<sup>[13]</sup>。单轴压缩可看作为3维空间中的损伤演化过程。

### 2.2 统计损伤模型

作者在文献[12]中建立了考虑侧向拉损伤机制的混凝土单轴压缩细观统计损伤本构模型。在三轴正交应力空间中,设3方向为单轴压缩方向,对应压应力、应变为 $\sigma_3, \varepsilon_3$ ;由泊松效应在1、2方向产生侧向拉应变 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 。3方向受压弹性模量的损伤由侧向拉应变 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 引起。本构关系表示如下:

$$\sigma_3 = E_0(1 - D_3^-)\varepsilon_3 \quad (1)$$

$$D_3^- = D_3^-(\varepsilon_3^-) \quad (2)$$

$$\varepsilon_3^- = f(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \quad (3)$$

其中, $E_0$ 为初始弹模, $D_3^-$ 为表征受压方向弹模减小的损伤变量。引入应变量 $\varepsilon_3^-$ 为表征3方向对应的等效传递拉损伤应变,与 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 相关。

根据基本假定,侧向拉损伤包括2个方面:细观断裂损伤和屈服损伤。假设各自服从独立的概率分布形式 $q^-(\varepsilon_R)$ 和 $p^-(\varepsilon_y)$ ,其中, $\varepsilon_R, \varepsilon_y$ 表示IPBS模型中细观杆件对应的断裂应变和屈服应变。

损伤变量可进一步表示为:

$$(1 - D_3^-(\varepsilon_3^-)) = (1 - D_{3R}^-(\varepsilon_3^-))(1 - D_{3y'}^-(\varepsilon_3^-)) \quad (4)$$

$$D_{3R}^- = \int_0^{\varepsilon_3^-} q^-(\varepsilon_R) d\varepsilon_R \quad (5)$$

$$D_{3y'}^- = \int_0^{\varepsilon_3^-} p^-(\varepsilon_y) d\varepsilon_y - \frac{\int_0^{\varepsilon_3^-} p^-(\varepsilon_y) \varepsilon_y d\varepsilon_y}{\varepsilon_3^-} \quad (6)$$

$$D_{3y}^- = \int_0^{\varepsilon_3^-} p^-(\varepsilon_y) d\varepsilon_y \quad (7)$$

式中,  $D_{3R}^-$  为表征侧向拉损伤中的断裂损伤模式引起的受压方向弹模损伤变量, 等于与  $\varepsilon_3^-$  对应的 IPBS 中细观杆件断裂的概率分布函数值。 $D_{3y'}^-$  为表征侧向拉损伤中的屈服损伤模式引起的受压方向弹模损伤变量。 $D_{3y}^-$  为表征与  $\varepsilon_3^-$  对应的 IPBS 模型中细观杆件屈服的概率分布函数值。

为简化分析, 采用如下形式:

$$\varepsilon_3^- = f(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \sqrt{\frac{1}{2}(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2)} = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 \quad (8)$$

### 3 双轴压缩

#### 3.1 试验现象

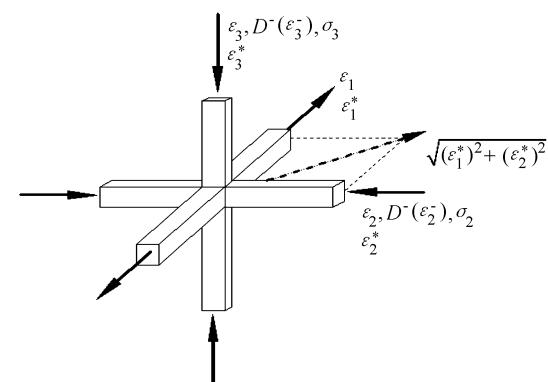
双轴压缩加载条件下, 由于泊松效应的影响, 在混凝土试件侧向产生拉应变, 当拉应变超过极限弹性应变时导致微裂纹的萌生、扩展, 从而引起试件受压方向弹模的损伤。对应不同的加载比例, 混凝土试件破坏形态有较大差异。应力比较小时, 破坏形态与单轴受压相同, 破坏形状为柱状。应力比在 0.25 ~ 1.0 时, 试件在垂直自由面方向产生拉应变, 形成与两个压力方向平行的裂缝, 破坏形状呈片状。随着应力比的不同, 2 个方向承压面上裂缝的开展角度有所不同。因此, 双轴受压破坏的实质仍然是由侧向拉应变产生的受拉损伤所导致。

#### 3.2 统计损伤模型

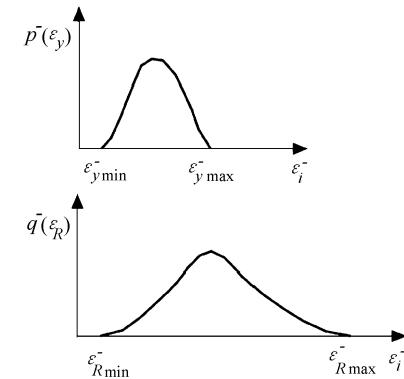
如图 1(a) 所示, 3、2 方向为双轴压缩方向, 对应压应变为  $\varepsilon_3, \varepsilon_2$ , 定义应变比  $a = \varepsilon_2/\varepsilon_3$ ; 对应名义压应力为  $\sigma_3, \sigma_2$ 。由于泊松效应影响, 在 1 方向产生侧向拉应变  $\varepsilon_1$ 。两受压方向弹性模量的损伤是由于侧向拉应变所引起, 整个压缩过程由应变  $\varepsilon_3, \varepsilon_2$  驱动。

##### 3.2.1 理想弹性状态

根据 Lamititre 等效应变假设, 假定对于损伤材料, 损伤状态对应应变与理想弹性状态对应应变等价。根据广义虎克定律, 主应力单元体的应力状态符合叠加原理, 可得:



(a) 简化的受力变形模式



(b) 侧向拉损伤细观损伤模式(屈服、断裂)演化过程

图 1 双轴压缩

Fig. 1 Biaxial compression

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{ii} + \varepsilon_{ij} + \varepsilon_{ik} = \frac{1}{E_0}(\sigma_i - v\sigma_j - v\sigma_k) \quad (9)$$

式中,  $i, j, k = 1, 2, 3$  且  $i \neq j \neq k, \sigma$  为理想弹性应力,  $\varepsilon_{ii}$  为应力分量  $\sigma_i$  在  $i$  方向产生的应变分量,  $\varepsilon_{ij}(\varepsilon_{ik})$  为  $\sigma_j(\sigma_k)$  由于泊松效应在  $i$  方向产生的应变分量,  $v$  为泊松比。

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{bmatrix} = \frac{E_0}{(1+v)(1-2v)} \begin{bmatrix} 1-v & v & v \\ v & 1-v & v \\ v & v & 1-v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix} \quad (10)$$

对于双轴压-压状态, 有  $\sigma_1 = 0, \varepsilon_{11} = 0$ 。

根据式(9)、(10), 可求得  $i$  方向各应变分量。 $\sigma$  又可表示为:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{bmatrix} = E_0 \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (11)$$

##### 3.2.2 损伤状态

引入 2 个应变量:  $\varepsilon_i^*$  为  $j, k$  方向受压时, 由泊

松效应引起  $i$  方向的等效拉损伤应变,  $\varepsilon_i$  为当  $i$  方向受压时,  $i$  方向对应的等效传递拉损伤应变。由等效应变假设, 双轴压-压损伤本构可表示为:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{bmatrix} = E_0 \begin{bmatrix} (1 - D_1) & 0 & 0 \\ 0 & (1 - D_2) & 0 \\ 0 & 0 & (1 - D_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (12)$$

其中,  $\sigma_1 = 0, \varepsilon_{11} = 0$ 。另一种形式:

$$\sigma_i = E_0(1 - D_i^-)\varepsilon_{ii}, i = 2, 3 \quad (13)$$

其中,  $D_i^- = D_i^-(\varepsilon_i^-)$  (14)

考虑到两受压方向泊松效应引起的综合效应, 各等效拉应变采用下列公式:

$$\varepsilon_i^* = \max \{ \langle \varepsilon_{ij} + k_2(\varepsilon_{ik} + \varepsilon_{ii}) \rangle \} \quad (15)$$

$i = 1, 2, j, k = 1, 2, 3$  且  $i \neq j \neq k$ 。

$$k_2 = \begin{cases} k_{20}, \varepsilon_{ik} + \varepsilon_{ii} \geq 0; \\ k_{21}, \varepsilon_{ik} + \varepsilon_{ii} < 0 \end{cases} \quad (16)$$

式中,  $k_2$  为与压损伤相关的应变分量影响系数;  $\langle \cdot \rangle$

符号为取正号, 有  $\langle x \rangle = \begin{cases} x, x \geq 0; \\ 0, x < 0. \end{cases}$

$$\varepsilon_i^- = f(\varepsilon_j^*, \varepsilon_k^*) = \sqrt{\frac{1}{2}[(\varepsilon_j^*)^2 + (\varepsilon_k^*)^2]} \quad (17)$$

其中,  $i = 2, 3; j, k = 1, 2, 3$  且  $i \neq j \neq k; \varepsilon_{ii} < 0$ 。

式(17)中,  $\varepsilon_i^-$  为  $j, k$  方向等效拉损伤应变  $\varepsilon_j^*$ 、 $\varepsilon_k^*$  的函数, 形式与式(8)相同。见图 1(a),  $\varepsilon_i^-$  与  $\varepsilon_j^*$ 、 $\varepsilon_k^*$  应变矢量和方向相同, 数值上为其  $1/\sqrt{2}$ 。

当为单轴压缩时, 式(17)可退化为单轴压缩本构对应形式, 即:

$$\begin{aligned} \varepsilon_3^- &= \sqrt{\frac{1}{2}[(\varepsilon_{23})^2 + (\varepsilon_{13})^2]} = \\ &\sqrt{\frac{1}{2}[(\varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_1)^2]} = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 \quad (18) \end{aligned}$$

假设双轴压缩状态的  $\varepsilon_i^-$  ( $i = 2, 3$ ) 同单轴压缩状态  $\varepsilon_3^-$  对应的等效损伤演化过程相同, 即  $\varepsilon_i^-$  对应屈服、断裂概率密度函数  $q^-(\varepsilon_i^-)$ 、 $p^-(\varepsilon_i^-)$  与单轴压缩情况下  $\varepsilon_3^-$  对应概率密度函数  $q^-(\varepsilon_3^-)$ 、 $p^-(\varepsilon_3^-)$  等价。图 1(b)中,  $\varepsilon_{R\min}^-$ 、 $\varepsilon_{y\min}^-$  为细观杆件对应的最小断裂应变和屈服应变,  $\varepsilon_{R\max}^-$ 、 $\varepsilon_{y\max}^-$  为细观杆件对应的最大断裂应变和屈服应变。

### 3.2.3 临界状态判据

基本假定中, 通过临界状态将混凝土变形破坏过程区分为统计均匀损伤阶段和局部破坏阶段。设临界状态对应于试件出现宏观裂纹的状态, 滞后于

峰值名义应力状态<sup>[12]</sup>。临界状态后, 材料进入局部破坏阶段, 破坏过程由局部破坏区的宏观裂纹控制, 对应应力-应变曲线存在显著尺寸效应; 真实结构分析采用的本构模型中, 对应软化曲线可用垂线代替(应力跌落)。将临界状态作为本构模型的最终破坏点。设  $\varepsilon_{y\max}^-$  为临界状态对应应变, 采用如下判据 ( $i = 2, 3$ ):

统计均匀损伤阶段(包含弹性阶段):

$$\varepsilon_i^- < \varepsilon_{y\max}^- \quad (19)$$

临界状态:

$$\varepsilon_i^- = \varepsilon_{y\max}^- \quad (20)$$

局部破坏阶段:

$$\varepsilon_i^- > \varepsilon_{y\max}^- \quad (21)$$

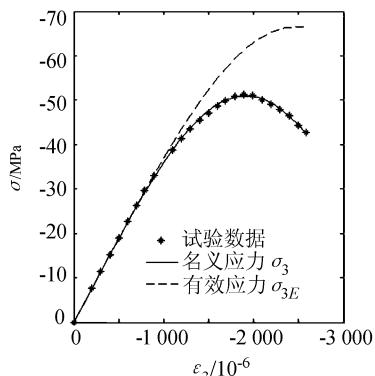
## 4 实验验证与分析

本文模型模拟的损伤演化过程由双轴受压方向的压应变驱动, 因此采用李杰<sup>[3]</sup>试验数据进行验证。该试验针对高性能混凝土试件进行了应变比例控制加载条件下的双轴受压试验, 得到了 2 个加载方向的应力-应变全曲线, 应变比采用  $a = 1:1, 0.4:1, 0.1:1, -0.167:1$ (单轴压缩)。已知基本参数: 初始弹模  $E_0 = 3.7559$  GPa、泊松比  $\nu = 0.167$ 。

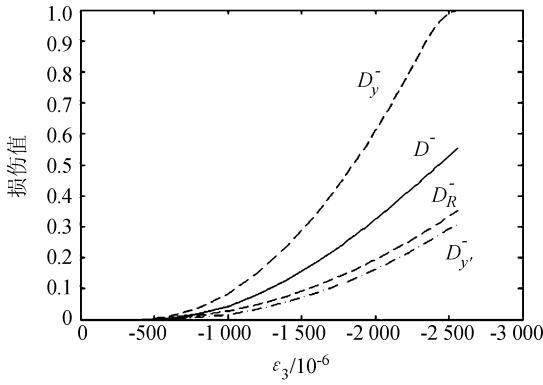
### 4.1 单轴压缩( $a = -0.167:1$ )

图 2 中显示了模型通过拟合试验数据预测的单轴压缩过程均匀损伤阶段对应应力-应变曲线及损伤演化过程, 假设试验曲线下降段的二阶拐点处对应于临界状态。具体计算中, 表征细观屈服、断裂损伤演化过程的概率密度函数  $p^-(\varepsilon_i^-)$ 、 $q^-(\varepsilon_3^-)$  采用三角形分布形式(图 3)。拟合得到的基本参数如下:  $\varepsilon_{y\min}^- = \varepsilon_{R\min}^- = 6.769 \times 10^{-5}$ 、 $\varepsilon_h^- = 3.8789 \times 10^{-4}$  ( $p^-(\varepsilon_3^-)$  峰值对应应变)、 $\varepsilon_{y\max}^- = 4.3153 \times 10^{-4}$ 、 $D_R^-(\varepsilon_{y\max}^-) = 0.36054$  (临界状态对应断裂损伤值)。

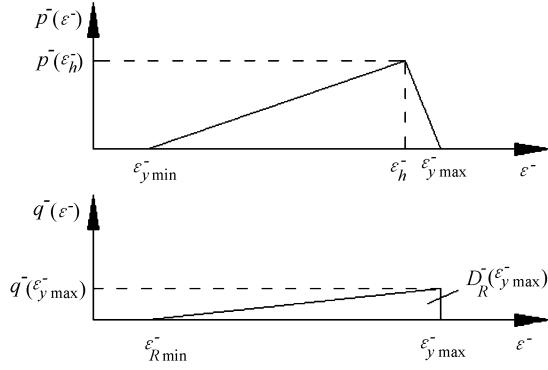
如图 2(a)所示, 模型预测的受压方向名义应力-应变曲线与实验曲线吻合很好, 图中同时给出预测的有效应力-应变曲线。在均匀损伤阶段, 名义应力先增大后减小, 中间存在一峰值名义应力状态(即强度状态); 有效应力随压应变的增长单调增大, 在临界状态达到最大值。进入临界状态之后, 试件将进入由宏观裂纹控制的局部破坏阶段。图 2(b)中显示了各损伤变量损伤值随压应变演化曲线。临界状态时,  $D_y^- = 1$  (表示 IPBS 中所有细观杆件全部屈服, 材料潜在力学性能全部发挥<sup>[7]</sup>)、 $D^- = 0.56$ 。



(a) 应力-应变曲线



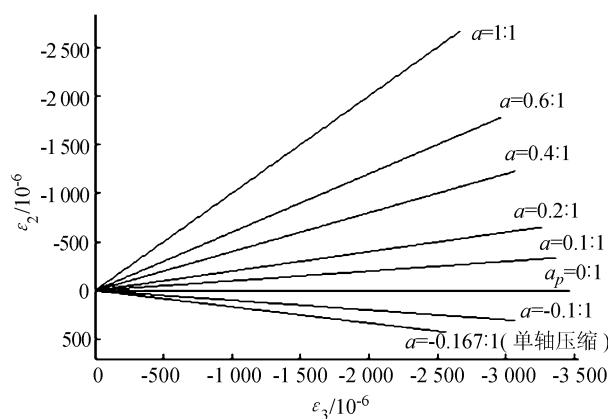
(b) 损伤变量演化过程曲线

**图2 单轴压缩过程****Fig. 2 Uniaxial compression****图3 李杰试验曲线对应细观损伤参数****Fig. 3 Predicting meso-damage parameters corresponding to the test data by Li Jie****4.2 双轴等比例加载( $a = 1:1$ )**

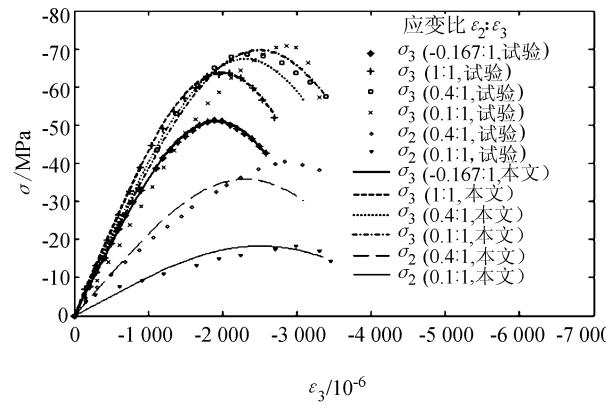
如图4所示,通过拟合试验数据得到预测的等比例加载工况下压应力-应变曲线,得到基本参数: $k_{20} = 0.132$ 。预测结果与实验曲线吻合良好,包括临界状态也同试验曲线下降段的2阶拐点相吻合。

**4.3 预测不同比例加载过程( $a = 0.4:1, a = 0.1:1$ )**

计算发现,参数 $k_{21}$ 取值在0.6~1时,在比例加载工况 $a = 0.4:1, a = 0.1:1$ 下,对应的预测曲线几乎无变化。图4中显示了 $k_{21} = 1$ 时对应的2、3受



(a) 应变比例加载方案



(b) 预测结果与试验结果比较

**图4 双轴压-压过程( $k_{21} = 1$ )****Fig. 4 Biaxial compression ( $k_{21} = 1$ )**

压方向的预测曲线。2种比例加载情况下的预测曲线整体与实验曲线吻合良好,包括不同比例加载对应的曲线之间的相互关系也同试验曲线一致, $a = 0.4:1, a = 0.1:1$ 对应曲线与 $a = 1:1$ 对应曲线在上升段接近峰值应力状态处相交。 $a = 0.1:1 \sim 1:1$ 范围内, $\sigma_3 - \varepsilon_3$ 曲线的峰值应力状态和临界状态对应应力、应变随着应变比的减小而增大, $\sigma_2 - \varepsilon_3$ 曲线的峰值应力状态和临界状态对应应力、应变随着应变比的减小而减小。2、3方向压应力几乎同时达到峰值应力。

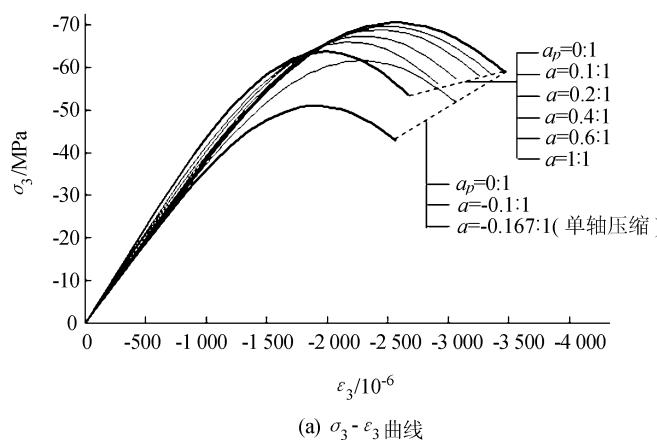
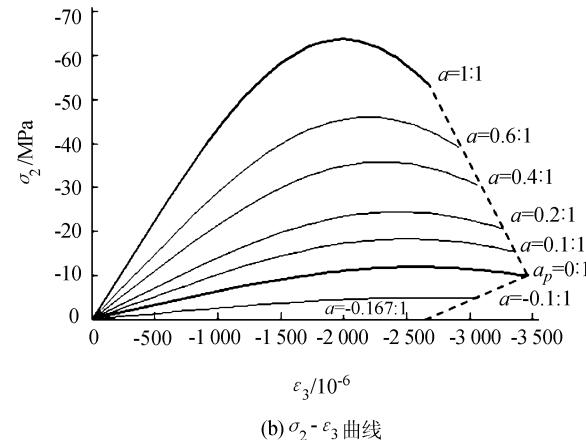
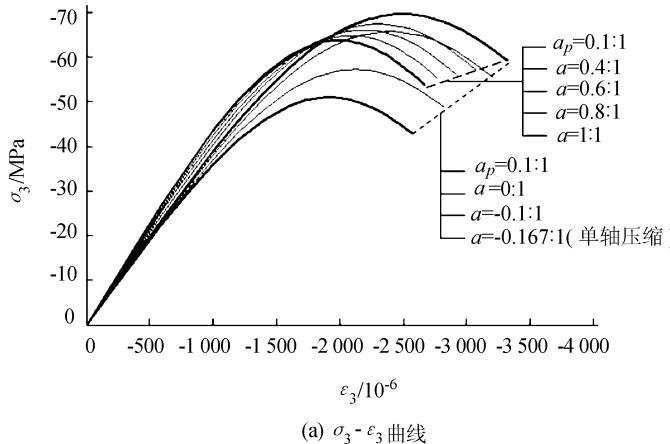
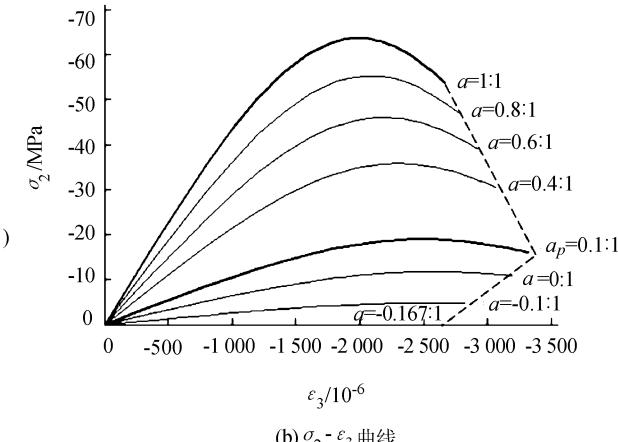
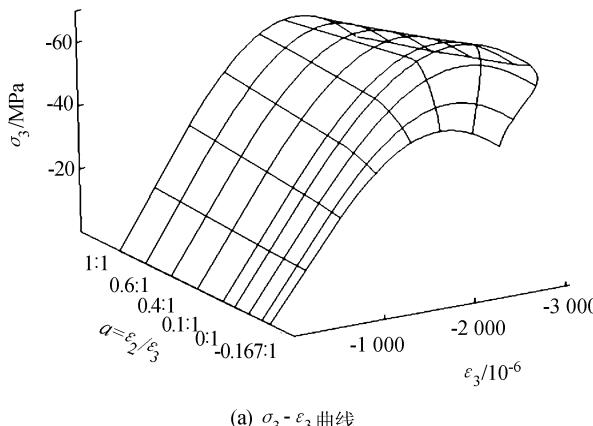
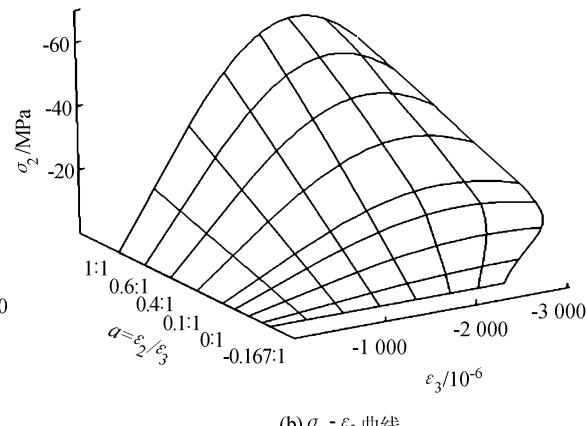
**4.4 预测双轴压-压比例加载应力-应变曲线包络面**

由于试验仪器的限制,双轴比例加载试验中,往往选择的加载应力比或应变比范围有限,很难得到完备的数据。本文首次对遍历双轴压压应变比例加载路径下应力-应变曲线形成的包络面进行了预测。图5、6为预测的应力-应变曲线包络面的平面视图,图7为3维视图。

**4.4.1 3方向应力-应变曲线包络面形状特征**

3方向应力-应变曲线包络面可分为2个部分,存在一个峰值应力达到最大的状态,设对应加载

应变比  $a = a_p \cdot a$  在  $[-0.167, a_p]$  区间时, 曲线呈现向外扩张趋势, 峰值应力状态和临界状态对应应力、应变值随着  $a$  的增大而增大, 且增长迅速;  $a$  在  $[a_p, 1]$  区间时, 曲线呈现向内收缩趋势, 峰值应力状态和临界状态对应应力、应变值随着  $a$  增大而减小, 且减小较慢。图 6、7 中包络面形成 2 个交叠的面。

(a)  $\sigma_3 - \varepsilon_3$  曲线图 5 双轴压-压应变比例加载工况下应力-应变曲线包络面 ( $k_{21} = 1$ )Fig. 5 Envelope of stress-strain curves under biaxial compression in strain proportional loading cases ( $k_{21} = 1$ )(a)  $\sigma_3 - \varepsilon_3$  曲线图 6 双轴压-压应变比例加载工况下应力-应变曲线包络面 ( $k_{21} = 0.6$ )Fig. 6 Envelope of stress-strain curves under biaxial compression in strain proportional loading cases ( $k_{21} = 0.6$ )(a)  $\sigma_3 - \varepsilon_3$  曲线图 7 双轴压-压应变比例加载工况下应力-应变曲线 3 维包络面 ( $k_{21} = 0.6$ )Fig. 7 3D envelope of stress-strain curves under biaxial compression in strain proportional loading cases ( $k_{21} = 0.6$ )

参数  $k_{21}$  显著影响  $a_p$  的取值及  $[-0.167, a_p]$  区间对应应力-应变曲线包络面的形状:

$k_{21} = 1.0$  时,  $a_p = 0 : 1$ ;

$k_{21} = 0.6$  时,  $a_p = 0.1 : 1$ 。

#### 4.4.2 2方向应力-应变曲线包络面形状特征

$a$  在  $[-0.167, 1]$  区间, 2方向应力-应变曲线均呈现扩张趋势,  $a = a_p$  时峰值应力状态和临界状态对应应变值达到最大。 $a$  在  $[-0.167, a_p]$  区间时应力-应变曲线峰值应力的增长速率要明显大于  $[a_p, 1]$  区间对应曲线。2、3方向应力-应变曲线在  $a = 1$  时重合。

#### 4.4.3 应变比与应力比的关系

表1给出了不同应变比加载工况下应变比  $a$  与应力比  $b$  对应关系。计算结果显示, 当  $a \geq a_p$  时, 模拟的应变比例加载过程同样是应力比例加载过程, 应变比  $b$  为定值; 而当  $a < a_p$  时, 对应的  $b$  为变量。 $k_{21} = 1.0, 0.8, 0.6$  时, 对应的  $a_p$  分别为  $0:1, 0.05:1, 0.1:1$ , 与  $a_p$  对应的  $b$  分别为  $0.167:1, 0.215:1, 0.262:1$ 。

表1 不同应变比加载工况下应变比  $a$  与  $b$  对应关系

Tab. 1 Relationship between strain rate  $a$  and  $b$  under strain proportion loading cases

应变比 $a$ ( $a = \varepsilon_2/\varepsilon_3$ )	应力比 $b$ ( $b = \sigma_2/\sigma_3$ )		
	$k_{21} = 1$	$k_{21} = 0.8$	$k_{21} = 0.6$
-0.167:1(单轴压缩)	0	0	0
-0.1:1	0.068~0.090	0.068~0.095	0.068~0.099
0:1	0.167	0.167~0.174	0.167~0.194
0.05:1	0.215	0.215	0.215~0.227
0.1:1	0.262	0.262	0.262
0.4:1	0.531	0.531	0.531
0.8:1	0.853	0.853	0.853
1:1	1	1	1

#### 4.4.4 强度包络线

如图8所示, 从预测的应力-应变曲线包络面中进一步提取混凝土双轴压-压强度包络线, 其中,  $f_c = -50.95$  MPa(单轴压缩强度)。参数  $k_{21}$  对  $[-0.167, a_p]$  区间对应的强度包络线影响明显, 对  $[a_p, 1]$  区间对应的强度包络线无影响。当  $k_{21} = 0.6$  时, 预测强度包络线与试验结果吻合良好; 强度最大值为  $1.36f_c$ , 对应的应变比  $a_p = 0.1:1$ , 对应应力比  $b = 0.262:1$ 。当  $a = 1:1$  时, 强度为  $1.25f_c$ 。

人们对混凝土双轴压-压受力状态下的强度变化规律的直观认识已经比较充分, 但对相应的细观机制研究还很欠缺。过镇海<sup>[4]</sup>对双轴压-压典型的强度包络线做了总结: 当应力比  $b = 0 \sim 0.2$  时, 抗压强度  $|\sigma_3|$  增长快;  $b = 0.3 \sim 0.5$ ,  $|\sigma_3|$  有最大值, 约为  $\sigma_3 = (1.3 \sim 1.5)f_c$ ;  $b = 1$  时,  $\sigma_3 = (1.15 \sim 1.3)f_c$ 。

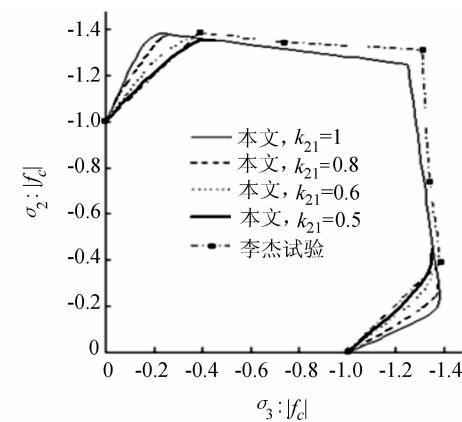


图8 应力空间双轴强度包络图

Fig. 8 Strength envelope under biaxial compression

本文模型揭示的损伤机理表明: 受压方向  $i$  ( $i = 2, 3$ ) 的压损伤由该方向等效传递拉损伤应变  $\varepsilon_i^-$  控制, 而  $\varepsilon_i^-$  为 2 正交方向等效拉损伤应变  $\varepsilon_j^*, \varepsilon_k^*$  的函数 ( $\varepsilon_i^- = f(\varepsilon_j^*, \varepsilon_k^*)$ ), 且同  $\varepsilon_j^*, \varepsilon_k^*$  矢量和方向相同、大小成比例。在  $\varepsilon_j^*, \varepsilon_k^*$  相互作用影响下, 使得在双向受压加载过程中, 主压应力方向的强度包络线表现出图8所示的形状特征。

#### 4.4.5 $\varepsilon_3$ 峰值应变

如图9所示, 从包络面中提取不同加载比例下3方向峰值应变(峰值应力点对应应变)  $\varepsilon_3$  随应力比  $b$  变化曲线。与试验结果<sup>[2-3]</sup>比较, 趋势吻合良好。 $b = 0 \sim 1$  范围内, 峰值应变  $\varepsilon_3$  均大于单轴压缩工况。对于  $k_{21} = 0.6, b = 0.262$  ( $a = 0.1$ ) 时, 峰值应变  $\varepsilon_3$  较单轴压缩时增大最多, 达到 31%。

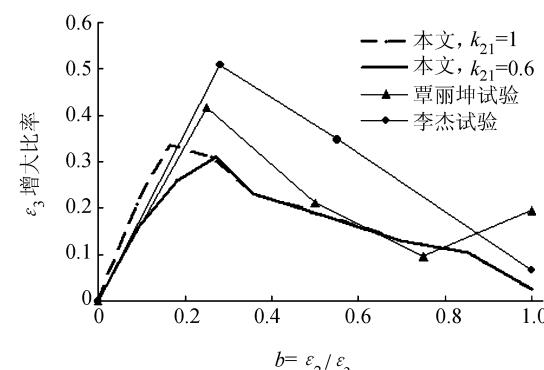


图9 不同应力比下  $\varepsilon_3$  峰值应变变化曲线

Fig. 9 Trend of the strain  $\varepsilon_3$  at the peak nominal stress state under different stress rate  $b$

## 5 结论

本文模型能够模拟双轴压-压加载工况下混凝土材料均匀损伤阶段的本构行为, 考虑细观断裂、屈服两种损伤机制。引入等效传递拉损伤应变的概念, 受压方向的压损伤由侧向拉损伤应变控制。

本构模型包括6个独立的参数:通过单轴压缩试验确定 $\varepsilon_{y\min}^-, \varepsilon_h^-, \varepsilon_{y\max}^-, D_R^- (\varepsilon_{y\max}^-)$ , 通过双轴等比例压缩试验( $a = 1:1$ )确定 $k_{20}$ , 通过较小应变比的双轴压缩试验确定 $k_{21}$ 。各参数具有明确的物理意义。

预测了遍历应变比例加载路径下双轴压—压应力—应变曲线包络面, 分析了包络面的形状特征。指出存在一应变比 $a_p$ , 其对应的 $\sigma_3 - \varepsilon_3$ 曲线将包络面分成2个部分。进一步提取强度包络线和峰值应变随应变比变化曲线, 同试验结果比较, 验证本构模型和基本假定的合理性。解释了强度包络线形状形成的损伤机制。

区分了峰值应力状态和局部破坏的临界状态, 建议后者作为本构模型的最终破坏点。此举可充分考虑材料均匀受力阶段的延性, 同时避免过多考虑局部破坏阶段本构模型尺寸效应的影响。

## 参考文献:

- [1] Kupfer H, Hilsdorf H K, Rüsch H. Behavior of concrete under biaxial stresses [J]. American Concrete Institute Journal, 1969, 66(8): 656–666.
- [2] Qin Likun, Song Yupu, Yao Jiawei, et al. Experimental and theoretical study on biaxial strength and deformation of normal concrete [J]. Journal of Dalian Nationalities University, 2006, 34(5): 14–16. [覃丽坤, 宋玉普, 姚家伟, 等. 普通混凝土双轴强度和变形的试验与理论研究 [J]. 大连民族学院学报, 2006, 34(5): 14–16.]
- [3] Li Jie, Ren Xiaodan. Stochastic damage model for concrete based on energy equivalent strain [J]. International Journal of Solids and Structures, 2009, 46(11/12): 2407–2419.
- [4] 过镇海. 混凝土的强度和变形——试验基础和本构关系 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1997.
- [5] Krajeinovic D, Silva M A G. Statistical aspects of the continuous damage theory [J]. International Journal of Solids and Structures, 1982, 18(17): 551–562.
- [6] Krajeinovic D. Damage mechanics: Accomplishments, trends and needs [J]. International Journal of Solids and Structures, 2000, 37(1/2): 267–277.
- [7] Shen Zuijiang, Chen Tielin. Breakage mechanics of geomate-

rial—Structure types and load sharing [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(13): 2137–2142. [沈珠江, 陈铁林. 岩土破损能力学——结构类型与荷载分担 [J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(13): 2137–2142.]

- [8] Xu Weiya, Wei Lide. Study on statistical damage constitutive model of rock [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(6): 787–791. [徐卫亚, 韦立德. 岩石损伤统计本构模型的研究 [J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(6): 787–791.]
- [9] Li Jie. Recent research progress on the stochastic damage constitutional law of concrete [J]. Journal of Southeast University: Natural Science Edition, 2002, 32(5), 750–755. [李杰. 混凝土随机损伤本构关系研究新进展 [J]. 东南大学学报: 自然科学版, 2002, 32(5), 750–755.]
- [10] Bai Weifeng, Chen Jianyun, Lin Gao, et al. The statistical damage model for quasi-brittle materials in uniaxial tension [J]. Journal of Central South University of Technology, 2009, 16(4): 669–676.
- [11] Bai Weifeng, Chen Jianyun, Hu Zhiqiang, et al. Study on physical model of complete failure process of quasi-brittle materials in tension [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(4): 670–681. [白卫峰, 陈健云, 胡志强, 等. 准脆性材料单轴拉伸破坏全过程物理模型研究 [J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(4): 670–681.]
- [12] Bai Weifeng, Chen Jianyun, Lin Gao, et al. The statistical damage constitutive model for concrete materials under uniaxial compression [J]. Journal of Harbin Institute of Technology: New Series, 2010, 17(3): 338–344.
- [13] Gao Zhengguo, Huang Dahai, Zhao Guofan. An orthotropic damage constitutive model for RCC [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2001, 32(5): 58–64. [高政国, 黄达海, 赵国藩. 碾压混凝土的正交异性损伤本构模型研究 [J]. 水利学报, 2001, 32(5): 58–64.]

(编辑 张琼)