

人体经脉循行路线曲线拟合算法研究

陈国栋 李建微 郑旭东 林友德 余 轮

(福州大学数字媒体研究院,福州 350002)

摘 要 经络的研究已经证实了循经感传现象的存在,为有效地解决循经感传现象的计算机实时仿真问题,在计算机图形学中的几何曲线构造方法的基础上,提出了以 Catmull-Rom 三次样条曲线的插值方程来拟合经脉循行路线的算法。该算法结合数据库技术,利用已知的穴位点作为经脉循行路线的控制点,通过优化的 Catmull-Rom 插值点的生成算法,计算得到整条循行路线的插值点并连接即生成 3 维空间曲线。实验结果表明,该算法能够快速地使用计算机重构出经脉循行路线,保持了中医理论中经脉循行路线的形态特征。

关键词 人体经络 循行路线 曲线拟合

中图法分类号:TP391 文献标志码:A 文章编号:1006-8961(2010)04-658-06

Research on Curve Fitting of Transmission Route of Human Meridian

CHEN Guodong, LI Jianwei, ZHENG Xudong, LIN Youde, YU Lun

(Research Academy of Digital Media, Fuzhou University, Fuzhou 350002)

Abstract The modern research in meridian has verified that the phenomenon of meridian's route is in existence. It is important to visualize the meridian's route interactively in real time. This paper analyses the geometric curve construction and proposes a method to fit transmission route of human meridian using the equation of Catmull-Rom cubic splines interpolation. The method uses 3D acupuncture points as the curve control points. The interpolation data of the whole transmission route is obtained through the Catmull-Rom interpolation algorithm. Experimental results show that this method can reconstruct transmission route of human meridian quickly and maintain the original property well.

Keywords human meridian, transmission route, curve fitting

0 引 言

人体经络理论是我国传统中医理论的重要组成部分,随着科学实验手段的进步与发展,我国经络研究工作者已证实了循经感传经络现象的存在^[1-2]。人体经络的分布有浅表、骨间、肉分、筋间以至脏腑的区别,传统的挂图和模型只能将穴位和循行路线分布在模型表面,无法表现其空间位置。对循经感

传现象进行 3 维可视化仿真必将为经络的临床、教学以及基础研究提供、直观的、有利于全面观察和综合分析的有力工具^[3]。

为了实现循经感传的 3 维可视化仿真,需要先在计算机中实时生成经脉循行路线,才能实现对其循行过程进行动态仿真。由于人体经络线是沿着所经过的穴位点来体现的,从中医经络理论的研究结果来看,可以确定的是循行路径是按人体体形轮廓进行的。如果只用简单的曲线构造方法而不过曲

基金项目:卫生部科学研究基金-福建省卫生教育联合攻关计划项目(WKJ2005-2-004);福建省动漫游戏研发公共服务平台基金项目(2006RJ27)

收稿日期:2008-10-21; **改回日期:**2009-02-05

第一作者简介:陈国栋(1979—),男。2009 年于福州大学通信与信息系统专业博士学位。主要研究方向为虚拟现实和可视化。E-mail: fzuagd@126.com

通讯作者:余 轮。E-mail: yulun@fzu.edu.cn

线拟合,即使具备穴位点3维坐标的定位数据,想达到理想的理论上的经脉循行路线形状也是非常困难的。牟芳芳等人尝试采用折线模型来显示经络线^[4],即用直线连接相邻腧穴的体表位置,这样同一条经络线上的腧穴连线便形成了一条经络线,但是这个折线模型在显示中常常出现经络线横穿体内或悬空的情形,折线模型也非常单薄,难以与皮肤贴合。

本文的目标就是找出一种既能满足系统设计要求又能与经络理论中的经脉循行路线吻合的样条曲线插值方法并加以应用。

1 选择样条曲线

曲线拟合通常是根据一序列实测数据的有序型值点,建立一个数学表达式,使该式能定义一条曲线,该曲线能反应原型值点所代表的曲线性质和形状^[5]。

1.1 经脉循行路线的特征分析

人体经脉循行路线的特征是循行路线曲线拟合的基础,对于经络曲线的特征分析,可以从以下3个方面来考察^[6]:

1) 循行路线分析

图1为手太阴肺经图,从中可以看出,经脉循行路线基本上是沿着人体体表轮廓形成的,人体本身具有光滑的外形轮廓,决定了曲线曲率较小,即曲线是属于低阶性质的。在经络线的方向性方面,具有首尾端点,即曲线是一有限的线段,而且并不存在迂回的特征。

2) 控制点分析

由于经络循行线是由其所属经络的每个穴位点连接形成的,因此可以认为穴位点即是曲线控制点。在图形学几何造型理论中,控制点对于曲线的生成是至关重要的,控制点的分布情况将直接决定曲线生成的形状。在理论上,穴位的位置位于人体皮肤的底层,这也是经络线是沿人体外形轮廓形线的原因。从图1^[7]可以看出,经络所属穴位点呈不均匀分布状态,这是由中医长期以来经验累积形成的理论位置,体现在图上就是在相邻两穴位点之间,有些靠得较近,有些离得较远,如图1中云门与中府和列缺与尺泽的距离特征。

3) 特殊点分析

如图2^[7]中足阳明胃经所示,在人体膝盖与脚踝之间存在一个呈“Z”形的曲线,在曲线几何构造中,这种现象属于拐点现象,从曲线的美观角度上考

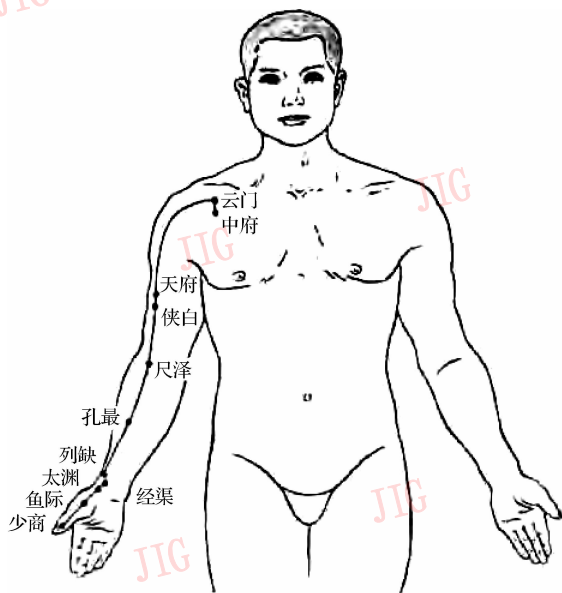


图1 手太阴肺经循行路线图

Fig. 1 Curve of lung meridian of Hand-Taiyin

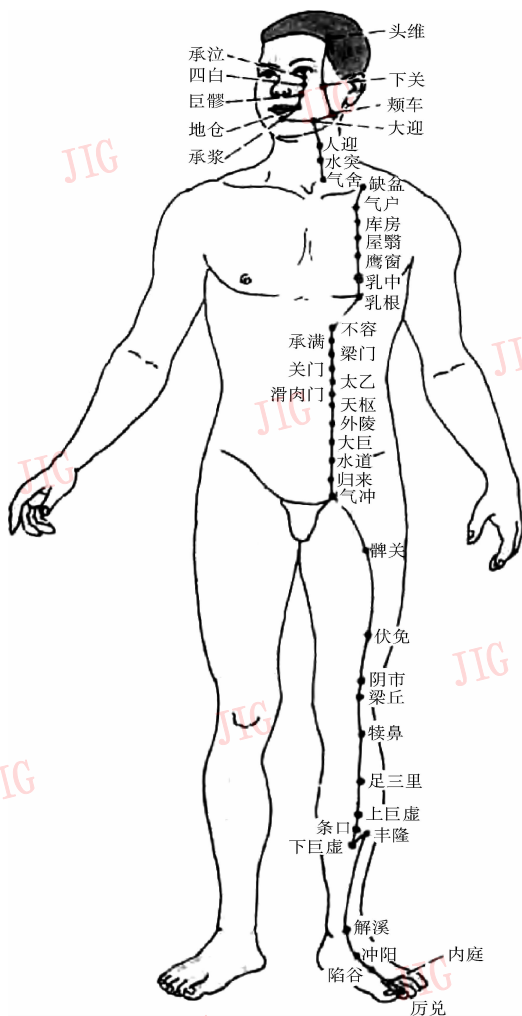


图2 足阳明胃经循行路线图

Fig. 2 Curve of stomach meridian of Foot-Yangming

虑,这种现象是不允许出现的,但在这里却是必须的。将经脉循行路线上诸如此类点视为特殊点。曲线连接的穴位点的分布和人体外形轮廓特征决定了经路线必然在有些地方存在着拐点或尖点。在曲线设计过程中要识别出这些特殊点并做特殊处理,用增加隐藏控制点方式或对曲线进行分段描述可以解决此类问题,从而使拟合的曲线与文献记载相吻合,达到理想的仿真效果。

1.2 选择样条曲线

在分析人体经脉循行路线的基础上,可以得出拟合循行路线的样条曲线必须满足以下要求:

- 1) 在 3 维空间定义样条曲线;
- 2) 不是闭合曲线,具有方向性和首尾端点;
- 3) 曲线必须经过各型值点;
- 4) 控制点不是均匀分布;
- 5) 在曲线的某些地方阶次要比其他地方的阶次高出许多,而在有些地方可能偏低,造成曲线形状难以控制,所以在选取曲线参数的时候需要折中考虑。

由于所定义的曲线必须通过已知的各型值点,因此在曲线拟合的过程中必须考虑插值问题。经脉循行路线的曲线拟合可以解释为假定给定一组有序的穴位点数据 $D = \{P_i\}_{i=0}^m$, 希望构造出一条光滑曲线 $C(t)$ 在参数 t_i 处经过 P_i 点,即

$$C(t_i) = P_i \quad i=0,1,\dots,m \quad (1)$$

可以采用 Lagrange 插值的方法,得到一条 m 次多项式曲线,但是龙格(Runge)现象说明了这种方法有很大缺陷^[8-9]。而如果采用样条插值,可以任意指定样条曲线的次数 $n \leq m$ 以及参数 t_i ,只要给定的参数值满足 $t_i \notin \{x: N_k^n(x) \neq 0\}$ 就可以保证插值问题的解存在并唯一。这是一种可行的方法,其缺陷就在于需要求解的线性方程比较复杂。

这里给出的 Catmull-Rom 样条就是一种解决这个问题方法,它是一种把 Lagrange 插值方法和 B 样条方法结合在一起的直接方法。它最早由 Catmull 和 Rom 提出的^[9-10], 并因此以他们的名字命名。这种样条特点是曲线本身会穿过每一个控制点,而且在控制点处不会生成重叠的点。

2 经脉循行路线曲线拟合的数学模型

假设要在节点 $t_k, \dots, t_{k+n}$ 处插值 $P_k, \dots, P_{k+n}$ 的唯一 n 次项式为 $P_{k \dots (k+n)}(t)$, 而以 $t_k, \dots, t_{k+n}$ 为支集的 $n-1$ 次 B 样条基函数为 $N_k^{n-1}(t)$ 。那么 Catmull-

Rom 样条就定义为^[8]

$$C_n(t) = \sum_k N_k^{n-1}(t) P_{k \dots (k+n)}(t) \quad (2)$$

Catmull-Rom 样条是一个分片 $2n-1$ 次多项式曲线, t_i 为节点, 由于这些节点均为单节点, 所以该样条曲线的光滑度为 $n-2$ 。利用 Lagrange 插值多项式的 Neville 算法^[10], 即

$$P_{k \dots (k+n)}(t) = \frac{t_{k+n} - t}{t_{k+n} - t_k} P_{k \dots (k+n-1)}(t) + \frac{t - t_k}{t_{k+n} - t_k} P_{(k+1) \dots (k+n)}(t) \quad (3)$$

以及 B 样条基函数的递推公式:

$$N_k^n(t) = \frac{t - t_k}{t_{k+n} - t_k} N_k^{n-1}(t) + \frac{t_{k+n+1} - t}{t_{k+n+1} - t_{k+1}} N_{k+1}^{n-1}(t) \quad (4)$$

可得

$$\begin{aligned} \sum_k N_k^{n-1}(t) P_{k \dots (k+n)}(t) &= \sum_k N_k^{n-1}(t) \left(\frac{t_{k+n} - t}{t_{k+n} - t_k} P_{k \dots (k+n-1)}(t) + \frac{t - t_k}{t_{k+n} - t_k} P_{(k+1) \dots (k+n)}(t) \right) = \\ &= \sum_k \left(\frac{t - t_k}{t_{k+n} - t_k} N_k^{n-1}(t) + \frac{t_{k+n+1} - t}{t_{k+n+1} - t_{k+1}} N_{k+1}^{n-1}(t) \right) P_{(k+1) \dots (k+n)}(t) = \\ &= \sum_k N_k^n(t) P_{(k+1) \dots (k+n)}(t) \end{aligned} \quad (5)$$

把式(5)代入式(2), 得到

$$C_n(t) = \sum_k N_k^n(t) P_{(k+1) \dots (k+n)}(t) \quad (6)$$

这里, $P_{(k+1) \dots (k+n)}(t)$ 是一个 $n-1$ 次多项式, 而 $N_k^n(t)$ 作为 n 次 B 样条基函数, 其光滑度为 $n-1$, 所以实际上 Catmull-Rom 曲线可以更光滑一些, 即光滑度为 $n-1$ 。

Catmull-Rom 样条具有 Lagrange 插值多项式与 B 样条函数的许多特征。下面列出其主要的几条性质^[8-9]: 1) 是一种分片 $2n-1$ 次多项式曲线, 从实际需要和计算复杂度的角度出发, 若 n 的取值为 2, 则构成三次样条曲线; 2) 在节点 t_k 处插值 P_k ; 3) 在节点光滑度为 $n-1$; 4) 局部控制性, 顶点 P_k 只影响在区间 $[t_{k-n}, t_{k+n}]$ 上的曲线形状; 5) 仿射不变性, 来自于插值多项式的仿射不变性以及 B 样条函数的仿射不变性; 6) 如果所有顶点来自于一条 n 次多项式曲线, 那么所得的 Catmull-Rom 样条与该多项式曲线重合。

Catmull-Rom 样条不可以进行节点插入, 假设现

在有一条 Catmull-Rom 样条,要插入节点 $t=u$,必须在曲线 $C_n(t)$ 中加入一个新的控制点。可以构造出一个新的例子,原来的样条曲线与有新节点的样条曲线不相同,虽然它们在所有的节点以及 $t=u$ 处的值相同。

3 算法的优化

人体的经脉和穴位点的数量比较大,如果直接采用 Catmull-Rom 样条来拟合,复杂度比较高,实验表明在现有的硬件环境下无法实时生成曲线。为了减少算法的复杂度,采用 de Boor 算法^[11]对人体经脉的曲线拟合进行简化。

de Boor 算法是一个计算样条曲线 $P(t)$ 在点 t 处值的方法。它通过在点对之间重复地进行线性插值来计算,算法稳定且具有鲁棒性,和通过计算调和函数 $N_{i,k}(t)$ 值的方法相比,对截断误差也不那么敏感^[11]。

设给定控制顶点 $P_i(i=0,1,\cdots,n)$ 及节点矢量 $T=[t_0,t_1,\cdots,t_{n+k}]$ 后,就定义了 k 阶($k-1$ 次)样条曲线。欲计算样条曲线上对应一点 $P(t)$,虽然可以利用样条曲线方程,但是采用 de Boor 算法,会使计算更加快捷。

$P(t)$ 的值可以通过递推关系式

$$P_i^{(r)}(t) = \begin{cases} P_i & r = 0 \\ \frac{t - t_i}{t_{i+k-r} - t_i} P_i^{(r-1)}(t) + \frac{t_{i+k-r} - t}{t_{i+k-r} - t_{i-1}} P_{i-1}^{(r-1)}(t) & r = 1, \cdots, k-1; \end{cases}$$

(7)

$i=j-k+1,j-k+2,\cdots,j$
求得。de Boor 算法的递推关系如图 3 所示。
插值点 c 的矩阵计算如下:

$$c = \begin{bmatrix} u^3 & u^2 & u & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a(-B) & x_b(2-B) & x_c(B-2) & x_d(B) \\ x_a(2B) & x_b(B-3) & x_c(3-2B) & x_d(-B) \\ x_a(-B) & 0 & x_c(B) & 0 \\ 0 & x_b & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(8)

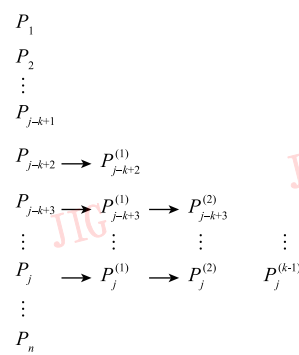


图 3 de Boor 算法的递推关系
Fig. 3 The recursive relation of de Boor Algorithm

其中, u 为 Catmull-Rom 样条曲线参数, x_a, x_b, x_c, x_d 分别相邻穴位点向量。 B 为基函数矩阵的可调参数,通过调节这个参数,进一步改变曲线各插值点之间的曲线形状来满足设计要求。

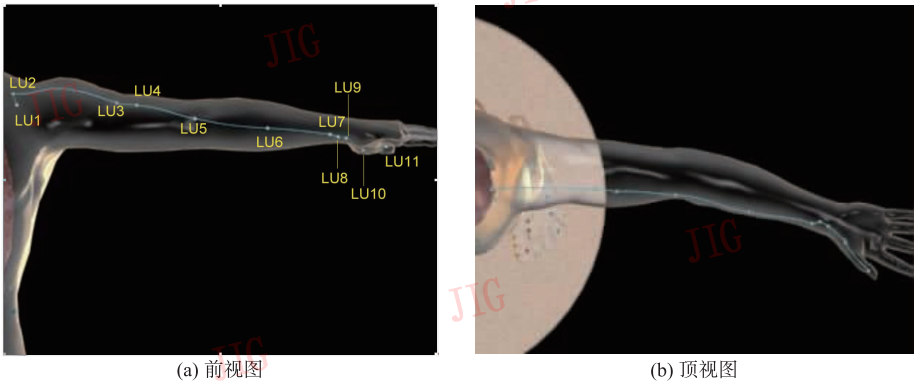
4 实验及结果分析

实验环境的硬件配置为 Intel Pentium (R) 4 CPU2.80G 处理器、NVidia GeForce FE 5700LE 显卡和 512M 内存,操作系统为 Window XP sp2,编程环境为 Visual Studio. NET 2003,图形库采用 OpenGL。实验中所使用的 3 维人体模型的实物原型是男性人体穴位模型(50 cm),首先,采用 3 维激光扫描仪对实物模型扫描之后得到点云数据;其次对点云数据进行预处理之后重构 3 维网格模型,并以 3 ds 的数据格式存储。

表 1 列出了手太阴肺经上穴位点的 3 维坐标 (x,y,z) 的值,以这些 3 维空间点为控制点,式(8)中的参数 B 的取值为 0.6,拟合出的经脉循行路线如图 4 所示,为了表达 3 维空间的曲线、穴位、人体之间的关系。图 5 所示的是足阳明胃经的循行路线拟合结果图。

表 1 手太阴肺经上穴位点的坐标
Tab. 1 Coordinates of points of the lung meridian of Hand-Taiyin

坐标	LU1	LU2	LU3	LU4	LU5	LU6	LU7	LU8	LU9	LU10	LU11
X	12.561	11.981	28.188	31.329	40.46	51.813	61.58	62.84	64.125	66.798	70.356
Y	-0.256	1.375	1.353	1.055	0.503	-2.171	-3.948	-3.661	-4.386	-6.978	-11.304
Z	136.378	138.106	136.708	136.36	134.249	132.791	131.823	131.452	131.253	129.39	129.951



(a) 前视图

(b) 顶视图

图 4 手太阴肺经循行路线拟合结果

Fig. 4 Curve fitting of transmission route of stomach meridian of Foot-Yangin



(a) 前视图

(b) 侧视图

图 5 足阳明胃经循行路线拟合结果

Fig. 5 Curve fitting of transmission route of the callbladder meridian of Foot-Shaoyang

图4中的蓝色曲线和图5中的红色曲线即最终程序拟合生成的经脉循行路线,拟合结果分析如下:

1) 对比图1和图4可以发现拟合的效果是相当好的,在整体上两者曲线的形状和走向上差别并不是很大。再对比图2和图5,可以发现经脉循行路线的Z形拐弯处,图5所示的曲线过渡更为平滑,这是由于图2所示的曲线是在2维环境下绘制的,而图5所示曲线完全是在一个纯3维的环境下生成的,曲线包含了Z轴方向上的深度信息,因此在拐点处更为平滑。

2) 在对足阳明胃经的循行路线进行拟合的过程中,对当插值点计算参数 B 从0.6变为0.2后,拟合结果跟图2更加吻合,它在经络线Z形拐弯处也得到了很好的拟合,这是因为参数 B 是Catmull-Rom样条曲线的基函数多项式的参数,它控制了相邻两个插值点之间的变化程度,当减小 B 值时,在拐弯处插值点之间的过渡更接近真实的经络线走向。

拟合结果及分析表明,采用基于Catmull-Rom样条曲线来拟合经脉循行路线的结果与文献记载是吻合的。

5 结 论

本文首先分析了中医经络学中经脉循行路线的特征,接着研究了计算机图形学中曲线的表示方法,提出以Catmull-Rom三次样条曲线插值方程来拟合3维空间中经脉循行路线的算法,为循经感传现象的3维可视化仿真做了有益的工作,也为今后从总体和综合的角度去研究经络的分布规律以及经穴、脏腑、疾病之间的关系打下了良好的基础。

参考文献 (References)

- [1] Hu Xianglong. Research on Modern Meridian of TCM [M]. Beijing: People's Medical Publishing House, 1990. [胡翔龙. 中医经络现代研究[M]. 北京:人民卫生出版社, 1990.]
- [2] Yu Lun, Cai Guangdong, Zhou Ting, et al. The study of NOAA AVHRR image resampling and projection methods[J]. Journal of Image and Graphics, 1997, 2(1): 32-37. [余轮, 蔡光东, 周霆, 等. 人体经络三维数据模型和动画显示方法研究[J]. 中国图象图形学报, 1997, 2(1): 32-37.]
- [3] Huang Yong, Li Jianwei, Zheng Shaohua, et al. Study on construction of computer three-dimensional human model about meridians and collaterals[J]. Computer & Digital Engineering: 2007, 35(11): 33-35. [黄咏, 李建微, 郑绍华, 等. 计算机三维人体经络模型构建研究[J]. 计算机与数字工程, 2007, 35(11): 33-35.]
- [4] Mu Fangfang, Shao Shuijin, Yan Zhenguo, et al. Study on the visible display of meridian on the dummy human body [J]. Chinese Acupuncture & Moxibustion, 2006, 26(8): 575-577. [牟芳芳, 邵水金, 严振国, 等. 经络在虚拟人体上可视化显示的研究[J]. 中国针灸, 2006, 26(8): 575-577.]
- [5] Zhao Yanli, Shi Wenjun, Guo Chenghao, et al. Curve fitting based on uniform B-splines with shape parameter[J]. Journal of Image and Graphics, 2007, 12(11): 2093-2097. [赵颜利, 史文俊, 郭成昊, 等. 基于形状参数均匀B样条的曲线拟合方法研究[J]. 中国图象图形学报, 2007, 12(11): 2093-2097.]
- [6] Deng Liangyue. Course of International Acupuncture [M]. Beijing: Huaxia Publishing House, 2004. [邓良月. 国际针灸学教程[M]. 北京: 华夏出版社, 2004.]
- [7] Le Shiyang, Jin Wancheng, Le Pu. Chart and Explanation of Acupuncture Channels and Points in TCM [M]. Beijing: People's Military Medical Press, 2004. [勒士英, 金完成, 勒朴. 针灸经络穴位图解[M]. 北京: 人民军医出版社, 2004.]
- [8] Shi Jilin, Liu Shuzhen, Chen Guizhi. Computer Numerical Methods [M]. Beijing: Higher Education Press, 1999. [施吉林, 刘淑珍, 陈桂芝. 计算机数值方法[M]. 北京: 高等教育出版社, 1999.]
- [9] Catmull E, Rom R. A Class of Local Interpolating Splines [M]// Barnhill R E, Reisenfeld R F. Computer Aided Geometric Design. New York: Academic Press, 1974. 317-326.
- [10] Maggini M, Melacci S. Representation of Facial Features by Catmull-Rom Splines [M]. Heidelberg: Springer Berlin, 2007.
- [11] Wang Tianmiao, Cao Yunan, Chen Youdong, et al. NURBS interpolation and federate adaptive control based on de Boor algorithm [J]. China Mechanical Engineering, 2007, 18(21), 2608-2613. [王田苗, 曹宇男, 陈友东, 等. 基于de Boor算法的NURBS曲线插补和自适应速度控制研究[J]. 中国机械工程, 2007, 18(21): 2608-2613.]