

水轮机过渡过程电算数值模拟的 迭代参数确定方法

马长明 段昌国

(华北水电学院北京研究生部)

水轮机过渡过程电算数值模拟技术中关键问题之一是保证迭代计算过程的快速收敛。作者在文献[1]中给出了一种误差函数校正方法,直接根据迭代结果系列值的误差确定合适的下一步迭代值。本文试图根据过渡过程数学模型的结构分析,从理论上导出一组有较高精度的确定迭代参数的计算公式。

水轮机过渡过程数值计算迭代收敛性主要由水轮机边界方程的处理方法及数值解的结构所确定。

对图1所示水轮机系统,由组合模型理论^[2],将水轮机边界方程组依相对量表示如下:

1. 蜗壳进口和尾水管进口水击方程

$$h_b^t + Bq_b^t = C_p, \quad (1a)$$

$$h_c^t = h_w + B_w(q_c^t - q_c^{t-\Delta t}) - C_c q_c^{t^2}, \quad (1b)$$

在导叶完全关闭之前,有 $q_b^t = q_c^t$ 。

2. 水轮机工作水头方程

$$h_c^t = h_b^t - h_c^t + (C_b - C_c)q_b^{t^2}. \quad (2)$$

3. 差分形式的水轮机转动方程

$$n^t = n^{t-\Delta t} + \frac{\Delta t}{2T_a} (m^t + m^{t-\Delta t}). \quad (3)$$

4. 给定插值样条下,水轮机静态模型曲

线方程

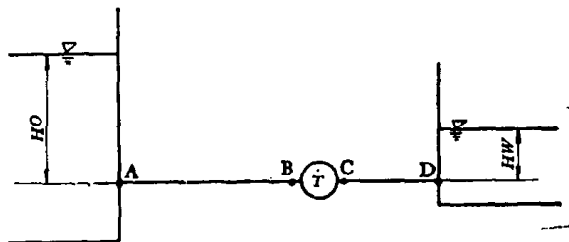


图1 水轮机系统模型

$$\left. \begin{aligned} Q_1' &= f_Q(\alpha, \varphi, N_1'), \\ M_1' &= f_M(\alpha, \varphi, N_1'), \end{aligned} \right\} \quad (4a)$$

合并单位力矩和单位转速两定义式,消去工作水头得

$$M_1' = C_m m N_1'^2 / C_n^2 n^2. \quad (4b)$$

5. 水轮机调节元件动作方程

$$S = f_s(t), \quad \varphi = f_\varphi(t), \quad \alpha = f_\alpha(S(t)). \quad (5)$$

对过渡过程任意时刻 t 、水轮机工作水头和通过水轮机的流量满足方程

$$h_c^t = C_p' - B' q^t + C_b q^{t^2}, \quad (6)$$

将其表示为单位转速,单位流量和相对转速的关系后,得

$$N_1'^2 - A_1 n Q_1' N_1' + A_2 n^2 Q_1'^2 - A_3 n^2 = 0, \quad (7)$$

式中 $A_1 = B' C_n / C_p' C_q$; $A_2 = C_b C_n^2 / C_p' C_q^2$; $A_3 = C_n^2 / C_p'$ 。可记方程(7)、(3)和(4)如下:

本文1985年6月13日收到。

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= N_1'^2 - A_1 n Q_1' N_1' + A_2 n^2 Q_1'^2 - A_3 n^2 = 0, \\ F_2 &= n^{t-\Delta t} + (m + m^{t-\Delta t}) \cdot \Delta t / 2T_a - n = 0, \\ F_3 &= C_m m N_1'^2 / C_n^2 n^2 - M_1' = 0, \\ F_4 &= Q_1' - f_Q(\alpha', \varphi', N_1') = 0, \\ F_5 &= M_1' - f_M(\alpha', \varphi', N_1') = 0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

由文献[3,4]所述 Newton-Raphson 方法,将其线性化得

$$\left. \begin{aligned} F_1 + \frac{\partial F_1}{\partial n} \Delta n + \frac{\partial F_1}{\partial N_1'} \Delta N_1' + \frac{\partial F_1}{\partial Q_1'} \Delta Q_1' &= 0, \\ F_2 + \frac{\partial F_2}{\partial n} \Delta n + \frac{\partial F_2}{\partial m} \Delta m &= 0, \\ F_3 + \frac{\partial F_3}{\partial n} \Delta n + \frac{\partial F_3}{\partial N_1'} \Delta N_1' + \frac{\partial F_3}{\partial m} \Delta m + \frac{\partial F_3}{\partial M_1'} \Delta M_1' &= 0, \\ F_4 + \frac{\partial F_4}{\partial N_1'} \Delta N_1' + \frac{\partial F_4}{\partial Q_1'} \Delta Q_1' &= 0, \\ F_5 + \frac{\partial F_5}{\partial N_1'} \Delta N_1' + \frac{\partial F_5}{\partial M_1'} \Delta M_1' &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

考虑到 F_4, F_5 为插值方程,在迭代计算中 $F_4 = F_5 = 0$ 恒满足,故可得

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta Q_1'}{\Delta N_1'} &= -\frac{\partial F_4}{\partial N_1'} / \frac{\partial F_4}{\partial Q_1'} = T_q, \\ \frac{\Delta M_1'}{\Delta N_1'} &= -\frac{\partial F_5}{\partial N_1'} / \frac{\partial F_5}{\partial M_1'} = T_m, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{代入(9)式,解得} \quad \Delta N_1' &= (F_3 - \lambda_1 F_2 - \lambda_4 F_1 / \lambda_2) / (\lambda_4 \lambda_3 / \lambda_2 + T_M - \lambda_3), \\ \Delta n &= -(F_1 + \lambda_2 \Delta N_1') / \lambda_2, \\ \Delta m &= \frac{2T_a}{\Delta t} (\Delta n - F_2), \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{(9)式和上式中} \quad \frac{\partial F_1}{\partial n} &= 2n(A_2 Q_1'^2 - A_3) - A_1 Q_1' N_1', \\ \frac{\partial F_1}{\partial N_1'} &= 2N_1' - A_1 n Q_1', \\ \frac{\partial F_1}{\partial Q_1'} &= 2A_2 Q_1' n^2 - A_1 n N_1', \\ \frac{\partial F_2}{\partial n} &= -1, \\ \frac{\partial F_2}{\partial m} &= \Delta t / 2T_a, \\ \frac{\partial F_3}{\partial N_1'} &= 2C_m m N_1' / C_n^2 n^2, \\ \frac{\partial F_3}{\partial n} &= -2C_m m N_1'^2 / C_n^2 n^3, \\ \frac{\partial F_3}{\partial m} &= C_m N_1'^2 / C_n^2 n^2, \\ \frac{\partial F_3}{\partial M_1'} &= -1. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{2T_a C_m N_1'}{\Delta t C_n^2 n^2}, \\ \lambda_2 &= 2n(A_2 Q_1'^2 - A_3) - A_1 Q_1' N_1', \\ \lambda_3 &= 2C_m m N_1' / C_n^2 n^2, \\ \lambda_4 &= \lambda_1 - 2C_m N_1'^2 / C_n^2 n^3, \\ \lambda_5 &= N_1'(2 - A_1 n T_q) + n Q_1'(2A_2 n T_q - A_1). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

由(13)、(11)两式,即可求得下一步迭代值:

$$\left. \begin{aligned} N_1' &= N_{1,0} + \Delta N_1', \\ n &= n_0 + \Delta n, \\ m &= m_0 + \Delta m, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$N_{1,0}, n_0, m_0$ 为迭代初始假设值。

当修正量 $\Delta = |\Delta N_1'| + |\Delta n| + |\Delta m| < \varepsilon$ (误差限)时, N_1', n, m 即为 t 时刻边界控制方程组之解。由单位转速和单位流量的定义及(1a)、(1b)式即可求出 h_c', q', h_b' 和 h_c' 等值。边界方程迭代步骤见图2。

对斜流模型机两种甩负荷过渡过程模拟实验、用上述方法经程序化后进行了超微计算机数值计算,计算结果见图3a和3b。

实验是在华东水利学院动态模拟试验台上进行的。模型机直径 $D_2 = 0.35\text{m}$; 机组飞轮力矩 $GD^2 = 37.8 \text{ kg/m}^2$; 引水管直径 $D = 0.392 \text{ m}$ 。

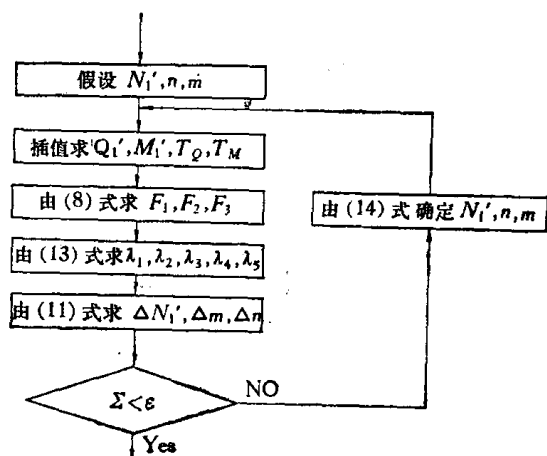


图2 迭代计算框图

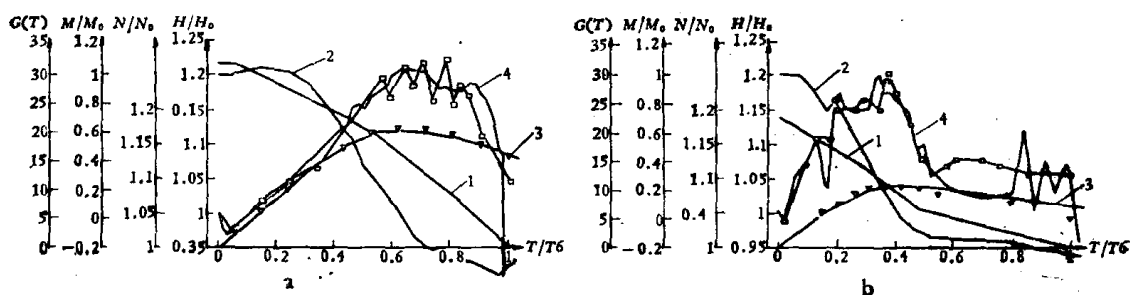


图3 水轮机甩负荷过渡过程模拟计算与实测结果之比较

G : 导叶开度, 曲线 1; M/M_0 : 相对力矩, 曲线 2; N/N_0 : 相对转速, 曲线 3; H/H_0 : 相对水击压力, 曲线 4; $\square-\square-\square-\square-\square$: 实测水击压力相对值; $\nabla\nabla\nabla\nabla$: 实测转速相对值; a: 定桨甩全负荷; 导叶关闭时间 $T_s = 1.88''$; 计算所用时间 $T = 15'38''$; 总迭代次数 $W = 83$; 总计算步数 $Z = 51$ 。b: 转桨甩部份负荷; 导叶关闭时间 $T_s = 2.2''$; 计算所用时间 $T = 23'47''$; 总迭代次数 $W = 84$; 总计算步数 $Z = 60$ 。

图3a所示为定桨甩全负荷试验。甩负荷初始值: 转速 $n_0 = 558 \text{ r/min}$; 力矩 $M_0 = 10.67 \text{ kg/m}$; 蜗壳进口处压力水头为 6.1748 m ; 导叶开度 $\alpha = 0.032 \text{ m}$; 桨叶 $\varphi = 26^\circ$; 导叶关闭时间 1.88 s 。图3b所示为转桨甩 75% 全负荷, 甩负荷初始值: 转速 $n_0 = 564 \text{ r/min}$; 力矩 $M_0 = 8.77 \text{ kg/m}$; 蜗壳进口压力水头为 6.225 m ; 导叶开度为 0.022 m ; 桨叶 $\varphi^\circ = 17.8^\circ$; 导叶关闭时间为 2.2 s 。

在计算过程中,每步计算经两次迭代即可收敛。由计算结果与实测值比较可见,本文所给出的方法和公式可供工程应用。

符 号 说 明

- a : 水击波速; $a = (K/\rho/C1 + Kd/bE)^{1/2}$.
- B : 计算系数; $B = aQ_0/gFH_0$.
- B_w : 计算系数; $B_w = \frac{Q_0}{gH_0\Delta t} \int_0^t \frac{dl}{F_w(l)}$.
- B' : 计算系数; $B' = B + B_w$.
- C_b : 计算系数; $C_b = Q_0^2/2gF^2H_0$.
- C_c : 计算系数; $C_c = Q_0^2/2gF^2H_0$.
- C_m : 单位力矩相对量换算系数; $C_m = M_0/D^3H_0$.
- C_n : 单位转速相对量换算系数; $C_n = DN_0/\sqrt{H_0}$.
- C_q : 单位流量相对量换算系数; $C_q = Q_0/D^2\sqrt{H_0}$.
- C_p : 特征线法计算系数; $C_p = h_a^{t-\Delta t} + Bq_a^{t-\Delta t} - Rq_a^{t-\Delta t} | q_a^{t-\Delta t} |$.
- C'_p : 过渡过程计算系数; $C'_p = C_p + B_wq_b^{t-\Delta t} - h_w$.
- R : 计算系数; $R = f\Delta x Q_0^2/2gF^2d$.
- K, E : 水体和管壁的弹性模量.
- d, b : 管内径和壁厚.
- f : 摩阻系数.
- $\Delta x, \Delta t$: 管路分段长度和计算时间步长; $\Delta x = a \cdot \Delta t$.
- F, F_c : 引水管过流面积和尾水管进口面积.
- $F_w(l)$: 尾水管过流面积函数.
- g, ρ : 重力加速度常量和水体密度.
- D : 水轮机名称直径.
- T_a : 机组加速时间; $T_a = N_0GD^2/375M_0$.
- T_q : 特性曲线插值计算系数; $T_q = \Delta Q'_i/\Delta N'_i$.
- T_m : 特性曲线插值计算系数; $T_m = \Delta M'_i/\Delta N'_i$.
- H_0, Q_0, M_0 : 初始压力水头、流量和力矩值.
- H_e, h_e : 水头和相对水头; $h_e = H_e/H_0$.
- H_w, h_w : 尾水管吸出高程和相对吸出高程; $h_w = H_w/H_0$.
- n, m : 相对转速和力矩.
- h, q : 相对压力水头和相对流量, 其中脚标为位置, 角标为时刻.
- Q'_i : 单位流量; $Q'_i = C_q q/h_e^{1/2}$.
- N'_i : 单位转速; $N'_i = C_n n/h_e^{1/2}$.
- M'_i : 单位力矩; $M'_i = C_m m/h_e$.
- α : 导叶开度.
- φ : 桨叶开度.
- S : 导叶接力器行程.

参 考 文 献

- [1] 段昌国, 科学通报, 29(1984), 22: 1398.
- [2] 段昌国, 科学通报, 29(1984), 14: 895.
- [3] Streeter, V. L., Wylie, E. B., *Fluid Transients*, McGraw Hill, 1978.
- [4] Roland, W. J., Analysis of flow in pipe networks, Ann. Arbor, Michign, 1976.