

文章编号: 1002-0268 (2004) 09-0057-03

斜交桥梁的受力性能研究

赵书学

(甘肃省交通规划勘察设计院, 甘肃 兰州 730030)

摘要: 根据结构力学中的力法原理, 推导任意斜度的斜交简支梁受集中荷载作用时的内力计算公式。应用这些公式, 分析斜交简支梁的受力特性, 计算端部负弯矩分布区段长度, 并分析荷载作用位置、弯扭刚度比、斜度等因素对它们的影响, 得出一些基本结论。

关键词: 斜交桥; 内力计算; 受力性能; 负弯矩分布区; 弯扭刚度比

中图分类号: U448.41

文献标识码: A

Study on the Mechanical Behavior of Skew Bridges

ZHAO Shu-xue

(Communication Planning and Design Institute of Gansu Province, Gansu Lanzhou 730030 China)

Abstract: In this paper, the formulas of internal forces for simply supported arbitrary skew beams under concentrated load are derived according to the principle of the force method in structural mechanics. Then, these formulas are used to analyze the mechanical behavior of simply supported skew beam and determine the region of negative bending moment. The influences of load position, ratio of bending and torsion stiffness, degree of skew, etc. on the region and the mechanical behavior are analyzed and some fundamental conclusions achieved.

Key words: Skew bridges; Calculation of internal forces; Mechanical behavior; Region of negative bending moment; Ratio of bending and torsion stiffness

0 引言

现代高速公路的发展, 对桥梁设计提出了新的要求。在高速公路上, 桥梁的平面布置必须符合线路的走向, 因此, 总会遇到不同于常规支承方式的桥梁结构, 如斜交桥、斜交曲线桥等。设计城市桥梁时, 由于环境条件的限制, 也会遇到大量斜交支承的桥梁结构。

支承方式对桥梁结构的受力性能具有重要影响^[1]。与常规的正交支承桥梁结构不同, 斜交支承条件下桥梁结构表现出许多特殊的受力规律, 掌握这些特殊受力规律, 对桥梁结构设计具有重要指导意义。迄今为止, 已有一些学者对斜梁桥的受力性能进行了研究^[2,3]。与通常正交桥梁不同, 斜交桥梁在竖向荷载作用下, 由于弯扭耦合作用, 在两端附近梁段内有

较大负弯矩产生。但已有文献并未对此负弯矩区段分布长度及其受斜度、弯扭刚度比、荷载作用位置等因素影响的规律进行研究。

本文应用结构力学中的力法原理, 推导了两端具有任意斜度的斜交简支梁受竖向荷载作用时的各项内力计算式。在此基础上, 分析了斜交简支梁的受力特性, 计算了端部负弯矩分布区段长度, 并分析了荷载作用位置、弯扭刚度比、斜度等因素对它们的影响。

1 斜交简支梁的内力计算

与通常的正交简支梁不同, 斜交简支梁在竖向荷载作用下属于一次超静定结构, 其计算简图如图 1 (a) 所示。按结构力学中的力法原理, 可解除 B 端绕垂直于支承线方向的转动约束, 代以反力矩 T_B , 得到图 1 (b) 所示静定的基本结构。

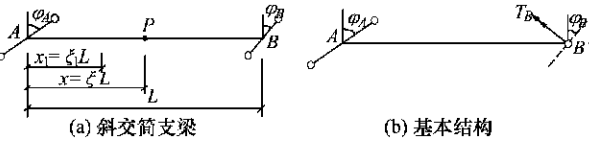


图 1 斜交简支梁计算简图

基本结构在 T_B 作用下的反力(矩)可由三个平衡条件求出

$$\begin{aligned} T_A &= -\frac{\cos \varphi_B}{\cos \varphi_A} T_B \\ R_A &= -R_B = -\frac{T_B}{L} (\operatorname{tg} \varphi_B - \operatorname{tg} \varphi_A) \cos \varphi_B \end{aligned} \quad (1)$$

式中, φ_A 、 φ_B 为两端的斜度, 其正负号规定为: 当沿支承线方向逆时针旋转至桥轴线的垂线方向时, 斜度为正, 反之则为负。

内力正负号的规定与材料力学中相同, 即弯矩以下侧受拉为正, 剪力以顺时针为正, 扭矩以其力矢方向指向截面外法线为正, 则距离 A 端为 x_1 的任意截面内力为

$$\begin{aligned} M &= -\cos \varphi_B [(1-\xi_1) \operatorname{tg} \varphi_A + \xi_1 \operatorname{tg} \varphi_B] T_B \\ T &= -T_B \cos \varphi_B \\ Q &= \frac{T_B}{L} (\operatorname{tg} \varphi_A - \operatorname{tg} \varphi_B) \cos \varphi_B \end{aligned} \quad (2)$$

式中, $\xi_1 = x_1 / L$, 表示任意截面的相对位置。

根据基本结构在 B 端绕支承线垂线的转角为零的变形协调条件, 可得力法方程

$$\delta_{BB} T_B + \delta_P = 0 \quad (3)$$

其中, 柔度系数 δ_{BB} 按下式计算

$$\delta_{BB} = \int_0^L \frac{\overline{M}^2}{EI} dx_1 + \int_0^L \frac{\overline{T}^2}{GJ} dx_1 \quad (4)$$

式中, $\overline{M}$ 、 $\overline{T}$ 分别为 $T_B=1$ 时在基本结构上产生的弯矩和扭矩方程, 经积分运算, 可得

$$\delta_{BB} = \frac{L}{6EI} A_1 \quad (5)$$

式中, $A_1 = 2 \cos^2 \varphi_B (\operatorname{tg}^2 \varphi_A + \operatorname{tg}^2 \varphi_B + \operatorname{tg} \varphi_A \operatorname{tg} \varphi_B + 3k)$; k 为弯扭刚度比, $k = EI / GJ$ 。

力法方程(3)中 δ_P 按下式计算

$$\delta_P = \int_0^L \frac{\overline{M} M_P}{EI} dx_1 + \int_0^L \frac{\overline{T} T_P}{GJ} dx_1$$

式中, M_P 、 T_P 为集中力 P 作用于 $x = \xi L$ 处时基本结构中弯矩、扭矩方程, 注意到 P 作用下恒有 $T_P=0$, 且 M_P 应分段表示, 则

$$\delta_P = \int_0^x -\frac{1}{EI} \cos \varphi_B [(1-\xi_1) \operatorname{tg} \varphi_A + \xi_1 \operatorname{tg} \varphi_B] PL (1-\xi) \xi_1 dx_1 -$$

$$\int_x^L \frac{1}{EI} \cos \varphi_B [(1-\xi_1) \operatorname{tg} \varphi_A + \xi_1 \operatorname{tg} \varphi_B] PL \xi (1-\xi_1) dx_1 = -A_2 \frac{PL^2 \xi (1-\xi)}{6EI} \quad (6)$$

式中, $A_2 = \cos \varphi_B [(2-\xi) \operatorname{tg} \varphi_A + (1+\xi) \operatorname{tg} \varphi_B]$ 。

将式(5)、(6)代入式(3), 可得多余力矩 T_B 为

$$T_B = \frac{A_2}{A_1} \xi (1-\xi) PL \quad (7)$$

将外荷载 P 作用于基本结构产生的内力与 T_B 产生的内力叠加, 即得超静定斜交简支梁的内力为

$$\left. \begin{aligned} M &= -\cos \varphi_B [(1-\xi_1) \operatorname{tg} \varphi_A + \xi_1 \operatorname{tg} \varphi_B] T_B + (1-\xi) \xi_1 PL \\ T &= -T_B \cos \varphi_B \\ Q &= \frac{T_B}{L} (\operatorname{tg} \varphi_A - \operatorname{tg} \varphi_B) \cos \varphi_B + (1-\xi) P \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

当 $\xi \leq \xi_1 \leq 1$ 时

$$\left. \begin{aligned} M &= -\cos \varphi_B [(1-\xi_1) \operatorname{tg} \varphi_A + \xi_1 \operatorname{tg} \varphi_B] T_B + \xi (1-\xi_1) PL \\ T &= -T_B \cos \varphi_B \\ Q &= \frac{T_B}{L} (\operatorname{tg} \varphi_A - \operatorname{tg} \varphi_B) \cos \varphi_B - \xi P \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

2 斜交简支梁的受力特性分析

在式(8)、(9)中令 $\varphi_A = \varphi_B = 0$, 就得到相应正交简支梁的内力公式。从弯矩计算式可见, 斜交简支梁的弯矩总比相应正交简支梁的弯矩小。对规则斜交简支梁, 集中荷载作用点以左梁段的弯矩计算式可简化为

$$M = (1-\xi)(\xi_1 - D\xi) PL \quad (10)$$

式中, $D = \frac{1}{2(1+k \operatorname{ctg}^2 \varphi)}$ 。

令 $\frac{dM}{d\varphi} = 0$, 可解得 $\varphi = \pm 90^\circ$, 进一步由 $\frac{d^2 M}{d\varphi^2} > 0$

知, $\varphi = \pm 90^\circ$ 时 M 取最小值。当集中力 P 作用于跨中时, 可求得跨中最小弯矩为 $PL/8$, 梁端最小弯矩为 $-PL/8$, 这正是相应固端梁的结果。可见, 斜交简支梁的最小弯矩为相应固端梁的弯矩。

负弯矩分布区段长度 L_m 可由弯矩方程求得。为了探讨 L_m 随荷载作用位置的变化规律, 分析一任意斜交简支梁, $\varphi_A = 50^\circ$, $\varphi_B = 30^\circ$, 其 k 值取为 1 (箱梁的可能弯扭刚度比)。图 2 示出了 A 端的 ξ_m ($\xi_m = L_m / L$) 随荷载离开梁端距离的变化曲线, 图中还示出了 $\varphi = 40^\circ$ 和 $\varphi = 45^\circ$ 的规则斜梁的变化曲线。由图可见, 规则斜梁的 L_m 随荷载位置按线性规律变化,

而一般斜梁的 L_m 随荷载位置呈曲线变化，且随荷载离开梁端距离的增大， L_m 虽增大但增大速度减小。从图中还可看出，对一般斜梁，若按平均斜度的规则斜梁计算 L_m ，会使结果偏小且引起较大误差。图 3 示出了不同 k 值时 ξ_m 随斜度的变化曲线，可见， L_m 随斜度增大而增大，随 k 值增大而减小。

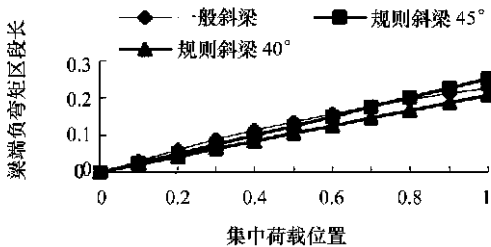


图 2 梁端负弯矩区段长度随荷载位置的变化

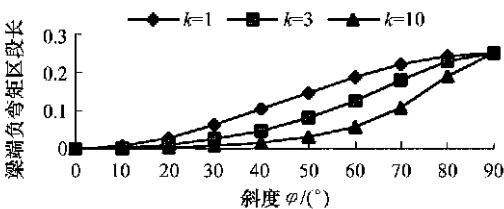


图 3 梁端负弯矩区段长度随斜度的变化

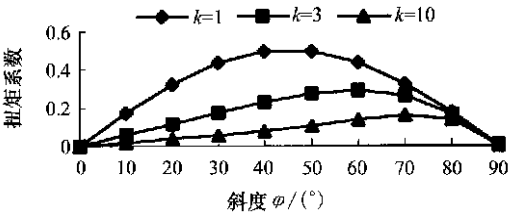


图 4 扭矩随斜度的变化曲线

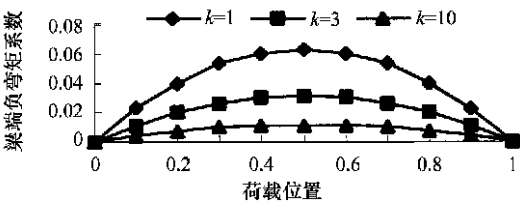


图 5 梁端负弯矩随荷载位置的变化

当荷载作用于跨中时，规则斜梁内的扭矩可表达为 $\eta_r \cdot PL/8$ ， η_r 为扭矩系数；端部负弯矩可表达为 $-\eta_M \cdot PL$ ， η_M 为负弯矩系数。图 4 示出了扭矩系数随斜度的变化曲线，可见，斜梁内的扭矩并非总是随着斜度增大而增大，当斜度超过某一临界值时，扭矩反而会减小。这一临界斜度值随 k 而变化， k 越大，该临界值越大，当 $k=10$ 时约为 70° 。对箱梁，该临界值通常不大于 60° 。图 5 示出了不同 k 值的斜度为 45° 的斜梁端部负弯矩系数随荷载离开梁端相对距离的变化曲线，可见，当荷载作用于跨中位置时，端部负弯矩最大，且 k 越大，负弯矩越小。

3 结语

(1) 本文应用结构力学中的力法原理，推导了一般斜交简支梁受竖向荷载作用时的内力公式，在此基础上，分析了其主要受力特性。

(2) 由于弯扭耦合作用，斜交简支梁的端部区域会产生负弯矩，其分布长度随弯扭刚度比的增大而减小，随斜度增大而增大。斜交简支梁的最小弯矩为相应固端梁的弯矩。

(3) 当斜度较小时，斜梁内的扭矩随斜度增大而增大，但当斜度超过某一临界值后，扭矩随斜度增大反而减小，这一临界值随弯扭刚度比的增大而增大，即对箱梁此值较小，而对工型及 T 型截面梁则较大。

参考文献:

[1] 徐若昌, 张元海. 斜支承箱梁桥的结构反应 [J]. 土木工程学报, 1992, 25 (4): 15—22
[2] 黄平明. 混凝土斜梁桥 [M]. 北京: 人民交通出版社, 1999.
[3] 张元海. 斜支连续梁内力计算及影响因素分析 [J]. 兰州铁道学院学报, 2000, 19 (6): 41—44.