



# 功能梯度多级加筋圆柱壳的轻量化设计

骆烜赫, 周焕林\*, 孟增\*

合肥工业大学土木与水利工程学院, 合肥 230009

\*联系人, 周焕林, E-mail: [zhouhl@hfut.edu.cn](mailto:zhouhl@hfut.edu.cn); 孟增, E-mail: [mengz@hfut.edu.cn](mailto:mengz@hfut.edu.cn)

收稿日期: 2022-01-24; 接受日期: 2022-03-22; 网络出版日期: 2022-08-10

国家自然科学基金(编号: 11972143)资助项目

**摘要** 为了提高圆柱壳的承载能力, 提出一种功能梯度多级加筋圆柱壳. 通过等效原理推导功能梯度多级加筋圆柱壳的等效刚度, 并基于等效刚度模型计算其临界屈曲荷载. 建立考虑结构部件尺寸与功能梯度组分材料分布的多级加筋圆柱壳轻量化设计模型. 采用粒子群算法对其进行优化设计, 并基于有限元特征值屈曲分析对优化结果进行验证. 结果表明, 优化后功能梯度多级加筋圆柱壳质量明显减少, 且其承载性能表现优异. 算例验证了功能梯度多级加筋圆柱壳优化设计方案的实用性与安全性.

**关键词** 功能梯度材料, 加筋圆柱壳, 等效刚度法, 轻量化设计, 临界屈曲荷载

**PACS:** 02.60.Pn, 45.10.Db, 46.32.+x, 46.70.De

## 1 引言

随着航空航天技术的不断发展, 针对飞机机身、火箭级间段<sup>[1]</sup>等加筋圆柱壳结构的设计要求不断提高, 结构轻量化与高承载力是研究重点. 加筋圆柱壳对机身和火箭的结构安全极其重要. 其在服役过程中主要承受轴压作用, 主要的破坏形式为屈曲失效.

Wang等人<sup>[2]</sup>通过改变筋条的尺寸构造了一种多级的加筋圆柱壳, 可以有效降低加筋圆柱壳的缺陷敏感性并提高其屈曲承载能力. 李增聪等人<sup>[3]</sup>构建了变保真度模型以提高多级加筋圆柱壳的屈曲计算效率. 王博等人<sup>[4]</sup>提出一种双层蒙皮加筋圆柱壳结构.

航空航天领域苛刻的服役环境也对加筋圆柱壳提出了很高的性能要求. 例如, 在热环境下加筋圆柱壳会

出现复杂的热力耦合现象, 高温环境下对加筋圆柱壳的材料和结构都是极大的考验. 功能梯度材料<sup>[5-7]</sup>具备良好的力学、热学等性能, 广泛运用于航空航天等领域.

对于功能梯度加筋圆柱壳, 基于解析形式的屈曲分析方法的效率极高<sup>[8,9]</sup>. Huy Bich等人<sup>[10]</sup>基于等效原理推导了功能梯度材料加筋圆柱壳的运动控制方程并获得了临界屈曲荷载. Tran等人<sup>[11]</sup>对热环境下的功能梯度加筋圆柱壳进行了自由振动分析. 张东等人<sup>[12]</sup>考虑了筋条偏心效应和温度影响, 计算了纵横加筋圆柱壳的临界屈曲荷载. 黄怀纬等人<sup>[13]</sup>研究了压弯耦合作用下功能梯度材料圆柱壳的屈曲问题. Cheng等人<sup>[14]</sup>开发的晶格模型揭示了薄膜/衬底系统的复杂后屈曲现象.

目前国内外还缺少对基于功能梯度材料的多级加

**引用格式:** 骆烜赫, 周焕林, 孟增. 功能梯度多级加筋圆柱壳的轻量化设计. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2022, 52: 114611

Luo X H, Zhou H L, Meng Z. Lightweight design of functionally graded hierarchical stiffened cylindrical shells (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2022, 52: 114611, doi: [10.1360/SSPMA-2022-0037](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2022-0037)

筋圆柱壳屈曲行为的研究. 功能梯度多级加筋圆柱壳的优化设计也是一个研究的热点问题.

本文提出一种新型功能梯度多级加筋圆柱壳, 建立其等效刚度模型, 并得到其临界屈曲荷载解析解. 进一步通过粒子群优化算法对功能梯度多级加筋圆柱壳进行轻量化设计, 并采用有限元法对其进行特征值屈曲分析以验证优化结果.

## 2 功能梯度多级加筋圆柱壳模型

提出一种功能梯度材料多级加筋圆柱壳, 如图1所示. 圆柱壳含蒙皮和多层级筋条, 其中筋条沿轴向和环向排布, 由主级筋条和次级筋条组成. 轴向和环向主筋条宽度和高度相同, 轴向和环向次筋条宽度和高度也相同.

圆柱壳蒙皮材料为功能梯度材料, 并假设材料分布沿厚度方向( $z$ 轴方向)符合Voigt混合模型<sup>[15]</sup>, 功能梯度材料性能的分布公式如下:

$$P(z) = P_0 + (P_1 - P_0) \left( \frac{z}{t_s} + \frac{1}{2} \right)^k, \quad -\frac{t_s}{2} \leq z \leq \frac{t_s}{2}. \quad (1)$$

式中,  $P$  为蒙皮材料属性, 包括弹性模量和密度.  $P_1$  和  $P_0$  分别为蒙皮内表面和外表面的材料属性.  $k$  为体积分数的指数( $k \geq 0$ ).  $t_s$  为蒙皮的厚度.

## 3 等效刚度法

基于等效原理推导功能梯度材料多级加筋圆柱壳

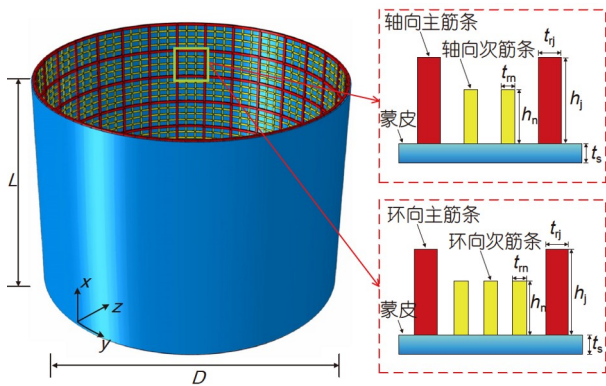


图 1 (网络版彩图)功能梯度多级加筋圆柱壳

Figure 1 (Color online) Functionally graded hierarchical stiffened cylindrical shell.

的等效刚度, 同时考虑了功能梯度材料与多层级加筋构型的影响, 计算轴压作用下的临界屈曲荷载. 根据Donnell壳理论, 功能梯度材料多级加筋圆柱壳的非线性几何方程可表示为

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{xm} + z\kappa_x, \quad (2)$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_{ym} + z\kappa_y, \quad (3)$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{xym} + z\kappa_{xy}, \quad (4)$$

式中

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xm} &= \frac{\partial u}{\partial x}, & \varepsilon_{ym} &= \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{w}{R}, & \gamma_{xym} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \\ \kappa_x &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, & \kappa_y &= -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, & \kappa_{xy} &= -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, \end{aligned} \quad (5)$$

$u, v, w$  为沿坐标  $x, y, z$  方向的位移分量. 壳体的本构方程为

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E(z)}{1-\mu^2} \begin{bmatrix} \varepsilon_x + \mu\varepsilon_y \\ \varepsilon_y + \mu\varepsilon_x \\ \frac{1-\mu}{2}\gamma_{xy} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

$E(z)$  表示蒙皮结构的弹性模量, 可由式(1)计算. 圆柱壳蒙皮截面上单位长度的内力和内力矩可表示为

$$(N_{ij}, M_{ij}) = \int_{-t_s/2}^{t_s/2} \sigma_{ij}(1, z) dz, \quad (7)$$

式中  $i$  和  $j$  可以取  $x$  或  $y$ , 代表坐标轴方向. 将式(2)–(6)代入式(7), 蒙皮上的内力和内力矩可由应变表示为

$$\begin{bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \\ M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}^s & A_{12}^s & 0 & B_{11}^s & B_{12}^s & 0 \\ A_{21}^s & A_{22}^s & 0 & B_{21}^s & B_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & A_{66}^s & 0 & 0 & B_{66}^s \\ B_{11}^s & B_{12}^s & 0 & D_{11}^s & D_{12}^s & 0 \\ B_{21}^s & B_{22}^s & 0 & D_{21}^s & D_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & B_{66}^s & 0 & 0 & D_{66}^s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xm} \\ \varepsilon_{ym} \\ \gamma_{xym} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

从式(8)中提取出蒙皮的拉伸刚度、拉弯耦合刚度和弯曲刚度矩阵分别为

$$[A^s] = \begin{bmatrix} A_{11}^s & A_{12}^s & 0 \\ A_{21}^s & A_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & A_{66}^s \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$[\mathbf{B}^s] = \begin{bmatrix} B_{11}^s & B_{12}^s & 0 \\ B_{21}^s & B_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & B_{66}^s \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$[\mathbf{D}^s] = \begin{bmatrix} D_{11}^s & D_{12}^s & 0 \\ D_{21}^s & D_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & D_{66}^s \end{bmatrix}. \quad (11)$$

式中

$$A_{11}^s = A_{22}^s = \int_{-t_s/2}^{t_s/2} \frac{E(z)}{1-\mu^2} dz, \quad (12)$$

$$A_{12}^s = A_{21}^s = \int_{-t_s/2}^{t_s/2} \frac{E(z)\mu}{1-\mu^2} dz, \quad (13)$$

$$A_{66}^s = \int_{-t_s/2}^{t_s/2} \frac{E(z)}{2(1+\mu)} dz, \quad (14)$$

$$B_{11}^s = B_{22}^s = \int_{-t_s/2}^{t_s/2} \frac{E(z)}{1-\mu^2} z dz, \quad (15)$$

$$B_{12}^s = B_{21}^s = \int_{-t_s/2}^{t_s/2} \frac{E(z)\mu}{1-\mu^2} z dz, \quad (16)$$

$$B_{66}^s = \int_{-t_s/2}^{t_s/2} \frac{E(z)}{2(1+\mu)} z dz, \quad (17)$$

$$D_{11}^s = D_{22}^s = \int_{-t_s/2}^{t_s/2} \frac{E(z)}{1-\mu^2} z^2 dz, \quad (18)$$

$$D_{12}^s = D_{21}^s = \int_{-t_s/2}^{t_s/2} \frac{E(z)\mu}{1-\mu^2} z^2 dz, \quad (19)$$

$$D_{66}^s = \int_{-t_s/2}^{t_s/2} \frac{E(z)}{2(1+\mu)} z^2 dz. \quad (20)$$

由于多级筋条的制造材料是相同的, 其弹性模量表示为 $E$ . 根据均匀化方法<sup>[16]</sup>, 筋条刚度可以表示为

$$A_{11}^r = \frac{E(A_{aj} + A_{an})}{b_j}, \quad (21)$$

$$A_{22}^r = \frac{E(A_{cj} + A_{cn})}{d_j}, \quad (22)$$

$$B_{11}^r = \frac{E(z_{aj}A_{aj} + z_{an}A_{an})}{b_j}, \quad (23)$$

$$B_{22}^r = \frac{E(z_{cj}A_{cj} + z_{cn}A_{cn})}{d_j}, \quad (24)$$

$$D_{11}^r = \frac{E(I_{aj} + I_{an})}{b_j} + z_{aj}^2 \frac{EA_{aj}}{b_j} + z_{an}^2 \frac{EA_{an}}{b_j}, \quad (25)$$

$$D_{22}^r = \frac{E(I_{cj} + I_{cn})}{d_j} + z_{cj}^2 \frac{EA_{cj}}{d_j} + z_{cn}^2 \frac{EA_{cn}}{d_j}, \quad (26)$$

$$D_{66}^r = \frac{G(J_{aj} + J_{an})}{4b_j} + \frac{G(J_{cj} + J_{cn})}{4d_j}, \quad (27)$$

式中,  $A$ ,  $z$ ,  $I$ ,  $J$ 均为筋条的截面属性参数,  $A$ 为截面面积,  $z$ 为截面形心距,  $I$ 为截面惯性矩,  $J$ 为截面扭转惯性矩. 其中下标 $a$ 和 $c$ 分别代表轴向筋条和环向筋条, 下标 $j$ 和 $n$ 分别代表主筋条和次筋条. 截面属性的表达式如下:

$$A_{aj} = A_{cj} = t_{rj}h_j, \quad (28)$$

$$A_{an} = \left[ (N_{an} + N_{aj}) / N_{aj} - 1 \right] t_m h_n, \quad (29)$$

$$A_{cn} = \left[ (N_{cn} + N_{cj} - 1) / (N_{cj} - 1) - 1 \right] t_m h_n, \quad (30)$$

$$z_{aj} = z_{cj} = -(h_j + t_s) / 2, \quad (31)$$

$$z_{an} = z_{cn} = -(h_n + t_s) / 2, \quad (32)$$

$$I_{aj} = I_{cj} = t_{rj}h_j^3 / 12, \quad (33)$$

$$I_{an} = \left[ (N_{an} + N_{aj}) / N_{aj} - 1 \right] t_m h_n^3 / 12, \quad (34)$$

$$I_{cn} = \left[ (N_{cn} + N_{cj} - 1) / (N_{cj} - 1) - 1 \right] t_m h_n^3 / 12, \quad (35)$$

$$J_{aj} = J_{cj} = \frac{h_j t_{rj}^3}{16} \left[ \frac{16}{3} - 3.36 \frac{t_{rj}}{h_j} \left( 1 - \frac{t_{rj}^4}{12h_j^4} \right) \right], \quad (36)$$

$$J_{an} = \left[ (N_{an} + N_{aj}) / N_{aj} - 1 \right] \frac{h_n t_m^3}{16} \times \left[ \frac{16}{3} - 3.36 \frac{t_m}{h_n} \left( 1 - \frac{t_m^4}{12h_n^4} \right) \right], \quad (37)$$

$$J_{cn} = \left[ (N_{cn} + N_{cj} - 1) / (N_{cj} - 1) - 1 \right] \frac{h_n t_m^3}{16} \times \left[ \frac{16}{3} - 3.36 \frac{t_m}{h_n} \left( 1 - \frac{t_m^4}{12h_n^4} \right) \right], \quad (38)$$

式中,  $t_{rj}$ 和 $t_m$ 分别是主筋条和次筋条的宽度,  $h_j$ 和 $h_n$ 分别是主筋条和次筋条的高度,  $N_{aj}$ 和 $N_{an}$ 分别是轴向的主筋条和次筋条的数量,  $N_{cj}$ 和 $N_{cn}$ 分别是环向的主筋条和次筋条的数量. 基于等效原理, 功能梯度多级加筋圆柱壳的总体等效刚度可以表示为蒙皮刚度与多级筋条刚度的线性叠加

$$[\mathbf{A}] = [\mathbf{A}^s] + [\mathbf{A}^r], \quad (39)$$

$$[\mathbf{B}] = [\mathbf{B}^s] + [\mathbf{B}^r], \quad (40)$$

$$[\mathbf{D}] = [\mathbf{D}^s] + [\mathbf{D}^r]. \quad (41)$$

假设功能梯度多级加筋圆柱壳的边界条件为端部简支, 其任一点的位移分量 $u$ ,  $v$ ,  $w$ 可以用双傅里叶级数来表示

$$u = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \cos(\max) \sin(n\beta y), \quad (42)$$

$$v = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} b_{mn} \sin(\max) \cos(n\beta y), \quad (43)$$

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} c_{mn} \sin(\max) \sin(n\beta y), \quad (44)$$

式中,  $\alpha = \pi/L$ ,  $\beta = 1/R$ ,  $L$ 是圆柱壳的高度,  $R$ 是圆柱壳的半径.  $m$ 和 $n$ 分别表示轴向半波数与环向全波数. 将位移分量代入总势能表达式, 再根据最小势能原理使总势能对 $a_{mn}$ ,  $b_{mn}$ ,  $c_{mn}$ 的一阶导数为零, 即可求得功能梯度材料多级加筋圆柱壳的临界屈曲荷载

$$P_{cr} = \frac{\pi D}{(\max)^2} \left( T_{33} - \frac{T_{11}T_{23}^2 - 2T_{12}T_{13}T_{23} + T_{22}T_{13}^2}{T_{11}T_{22} - T_{12}^2} \right), \quad (45)$$

式中

$$T_{11} = A_{11}(\max)^2 + A_{66}(n\beta)^2, \quad (46)$$

$$T_{22} = A_{22}(n\beta)^2 + A_{66}(\max)^2, \quad (47)$$

$$T_{33} = D_{11}(\max)^4 + D_{22}(n\beta)^4 + D_{66}(\max)^2(n\beta)^2 + A_{22}\frac{1}{R^2} + 2B_{22}\frac{(n\beta)^2}{R} + 2B_{66}\frac{(\max)^2}{R}, \quad (48)$$

$$T_{12} = T_{21} = (A_{12} + A_{66})\max n\beta, \quad (49)$$

$$T_{23} = T_{32} = (B_{12} + 2B_{66})(\max)^2 n\beta + A_{22}\frac{n\beta}{R} + B_{22}(n\beta)^3, \quad (50)$$

$$T_{13} = T_{31} = A_{12}\frac{\max}{R} + B_{11}(\max)^3 + (B_{12} + 2B_{66})\max(n\beta)^2. \quad (51)$$

需要注意到, 在等效刚度法中, 加筋圆柱壳的筋条是按照均匀化假设进行处理的, 即将其等效成板壳以方便与蒙皮进行叠加. 对于密筋条排布结构, 此时的屈曲失效模式为整体屈曲, 等效精度较高. 但当蒙皮发生局部屈曲时, 等效结果则会存在一定的偏差<sup>[17]</sup>, 应采用局部屈曲理论公式进行计算.

## 4 轻量化设计

本文提出了一种轻量化设计策略, 针对功能梯度

多级加筋圆柱壳进行最小质量优化, 优化公式如下:

$$\begin{aligned} & \text{find} \quad \mathbf{d} \\ & \text{min} \quad W \\ & \text{s.t.} \quad P_{cr}^{\text{tar}} - P_{cr}^{\text{SSM}} < 0, \end{aligned} \quad (52)$$

其中

$$\mathbf{d} = [t_s, t_{ij}, t_m, h_j, h_n, N_{aj}, N_{an}, N_{cj}, N_{cn}, k], \quad (53)$$

式中,  $\mathbf{d}$ 为设计变量, 具体参数见表1.  $W$ 为功能梯度多级加筋圆柱壳的质量.  $P_{cr}^{\text{SSM}}$ 为等效刚度法预测的功能梯度多级加筋圆柱壳的临界屈曲荷载,  $P_{cr}^{\text{tar}}$ 为最大允许有效荷载, 可由功能梯度多级加筋圆柱壳的初始设计获得. 可以看出, 该优化策略充分利用了等效刚度法高效的计算效率, 大大节省了计算资源.

功能梯度多级加筋圆柱壳的轻量化设计步骤如下:

第一步, 建立轻量化设计模型. 其中以最小质量为优化目标, 临界屈曲荷载为约束条件.

第二步, 采用粒子群算法进行优化, 确定种群数与迭代次数. 通过等效刚度法预测搜索解的临界屈曲荷载, 若满足约束条件, 则优化结束, 进入下一步, 否则继续进行迭代搜索直至结果收敛.

第三步, 对优化结果进行精度分析, 以有限元计算的临界屈曲荷载为参考标准, 与解析计算的临界屈曲荷载进行误差分析, 规定最大相对误差不超过5%. 最后输出结果.

功能梯度多级加筋圆柱壳的轻量化设计流程图如图2所示.

表 1 设计变量

Table 1 Design variables

| 变量符号     | 符号说明    |
|----------|---------|
| $t_s$    | 蒙皮厚度    |
| $t_{ij}$ | 主筋条宽度   |
| $t_m$    | 次筋条宽度   |
| $h_j$    | 主筋条高度   |
| $h_n$    | 次筋条高度   |
| $N_{aj}$ | 轴向主筋条数量 |
| $N_{an}$ | 轴向次筋条数量 |
| $N_{cj}$ | 环向主筋条数量 |
| $N_{cn}$ | 环向次筋条数量 |
| $k$      | 体积分数的指数 |

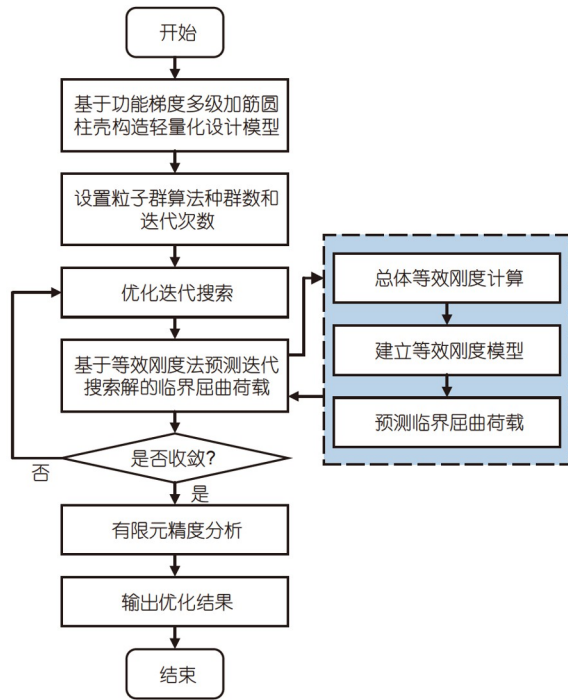


图 2 (网络版彩图)设计流程

Figure 2 (Color online) The design process.

## 5 优化算例

选取的圆柱壳的高为2000 mm, 直径为3000 mm. 新型功能梯度多级加筋圆柱壳的蒙皮内表面为金属铝, 外表面为氧化锆陶瓷, 中间为金属-陶瓷材料过渡

表 3 设计空间

Table 3 The design space

|          | $t_s$ (mm) | $t_{ij}$ (mm) | $t_m$ (mm) | $h_j$ (mm) | $h_n$ (mm) | $N_{aj}$ | $N_{an}$ | $N_{cj}$ | $N_{cn}$ | $k$  |
|----------|------------|---------------|------------|------------|------------|----------|----------|----------|----------|------|
| 设计下界(传统) | 2.5        | —             | 3.0        | —          | 6.0        | —        | 50       | —        | 11       | —    |
| 设计上界(传统) | 5.5        | —             | 12.0       | —          | 30.0       | —        | 130      | —        | 39       | —    |
| 设计下界(新型) | 2.5        | 3.0           | 3.0        | 15.0       | 6.0        | 20       | 20       | 5        | 4        | 0.0  |
| 设计上界(新型) | 5.5        | 12.0          | 12.0       | 30.0       | 15.0       | 60       | 300      | 25       | 120      | 10.0 |

表 4 初始和最优设计结果

Table 4 Results of initial and optimal design

|          | $t_s$ (mm) | $t_{ij}$ (mm) | $t_m$ (mm) | $h_j$ (mm) | $h_n$ (mm) | $N_{aj}$ | $N_{an}$ | $N_{cj}$ | $N_{cn}$ | $k$ | $P_{cr}^{SSM}$ (kN) | $P_{cr}^{FEM}$ (kN) | $W$ (kg) |
|----------|------------|---------------|------------|------------|------------|----------|----------|----------|----------|-----|---------------------|---------------------|----------|
| 初始设计(传统) | 4.0        | —             | 9.0        | —          | 15.0       | —        | 90       | —        | 25       | —   | 12747               | 13542               | 354.6    |
| 初始设计(新型) | 4.0        | 9.0           | 6.5        | 22.0       | 12.0       | 30       | 60       | 8        | 21       | 1.0 | 17811               | 17468               | 353.8    |
| 轻量化(传统)  | 5.0        | —             | 3.1        | —          | 19.2       | —        | 129      | —        | 17       | —   | 13610               | 14483               | 321.5    |
| 轻量化(新型)  | 2.5        | 3.7           | 3.0        | 30.0       | 13.5       | 59       | 59       | 11       | 10       | 7.5 | 17811               | 18401               | 228.8    |

层, 材料属性服从Voigt模型. 主次两种筋条材料均与蒙皮的内表面相同. 传统加筋圆柱壳的材料为金属铝, 其筋条无主次级之分, 纵筋与环筋的高宽皆相同. 材料属性参数见表2. 传统加筋圆柱壳与新型功能梯度多级加筋圆柱壳的优化设计变量取值范围见表3. 其初始设计变量和轻量化最优设计变量, 以及对应的计算结果见表4, 其中 $P_{cr}^{SSM}$ 和 $P_{cr}^{FEM}$ 分别为等效刚度法和有限元法计算的临界屈曲荷载,  $W$ 为结构质量. 表4中传统加筋圆柱壳的计算结果来自文献[16]. 粒子群优化算法的种群数取为100, 优化迭代次数取为300. 对受轴压作用的功能梯度多级加筋圆柱壳进行线性屈曲分析.

由表4可以看出: (1) 以初始设计时的临界屈曲荷载为约束条件, 新型加筋圆柱壳在初始设计下结构质量为353.8 kg, 而在轻量化设计下的结构质量仅为228.8 kg, 优化后的质量下降了35.3%. 与轻量化设计下的传统加筋圆柱壳的质量相比, 经优化后的新型加筋圆柱壳的质量下降了92.7 kg, 降低了28.8%, 优化效

表 2 材料属性参数

Table 2 Material property parameters

| 组分材料             | 弹性模量 $E$ (MPa) | 泊松比 $\mu$ | 密度 $\rho$ (kg/mm <sup>3</sup> ) |
|------------------|----------------|-----------|---------------------------------|
| Al               | 70000          | 0.3       | $2.7 \times 10^{-6}$            |
| ZrO <sub>2</sub> | 151000         | 0.3       | $3.0 \times 10^{-6}$            |



果十分明显. (2) 在初始设计情况下, 对于传统加筋圆柱壳, 等效刚度法计算的临界屈曲荷载为12747 kN, 有限元法计算的临界屈曲荷载为13542 kN, 二者之间的相对误差为5.9%. 对于新型加筋圆柱壳, 等效刚度法计算的临界屈曲荷载为17811 kN, 有限元法计算的临界屈曲荷载为17468 kN, 相对误差为2.0%. (3) 在轻量化设计情况下, 对于传统加筋圆柱壳, 由等效刚度法计算的临界屈曲荷载为13610 kN, 有限元法计算的临界屈曲荷载为14483 kN, 相对误差为6.0%. 对于新型加筋圆柱壳, 等效刚度法计算的临界屈曲荷载为17811 kN, 有限元法计算的临界屈曲荷载为18401 kN, 相对误差为3.2%. 考虑网格依赖性对计算结果的影响, 与另外两种不同网格尺寸的模型进行比较. 发现在轻量化设计下, 单元数量为45374的模型的临界屈曲荷载为18087 kN, 单元数量为79916的模型的临界屈曲荷载为18489 kN. 而原有限元模型的单元数量为59888, 处于前二者之间, 其临界屈曲荷载18401 kN与前两者相比改变也较小, 因此原设计的有限元模型已足够满足精度要求. (4) 同为初始设计情况下, 新型加筋圆柱壳的临界屈曲荷载要高于传统加筋圆柱壳, 承载力提高了29.0%. 这表明新型功能梯度多级加筋圆柱壳具有更好的承载性能, 这是由于陶瓷材料的弹性模量较高, 有助于提高结构的承载能力. (5) 优化后材料体积分数的指数 $k$ 的最优值为7.5, 这表明功能梯度材料中 $ZrO_2$ 的含量较高, 可以提高结构的承载能力, 而Al则可改善结构的机械韧性.

图3给出了优化后的功能梯度多级加筋圆柱壳的展开图, 可以观察到优化后轴向和环向主筋条的分布方式.

图4展示了功能梯度多级加筋圆柱壳的轻量化设计迭代历史以及最优设计对应的一阶特征屈曲失效模式. 可以看出, 该屈曲模式为整体屈曲, 屈曲波形沿着环向均匀分布. 当迭代次数达到125时计算结果已趋于收敛.

## 5 结论

为提高加筋圆柱壳的承载能力并减小质量以降低制造成本, 设计出主次筋尺寸不同的多级加筋结构, 并将功能梯度材料作为蒙皮的制造材料, 提出了一种新型功能梯度多级加筋圆柱壳结构.

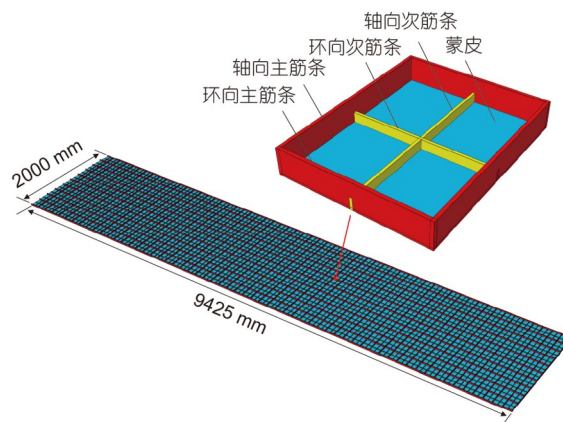


图3 (网络版彩图)圆柱壳展开图

Figure 3 (Color online) Expansion diagram of cylindrical shell.

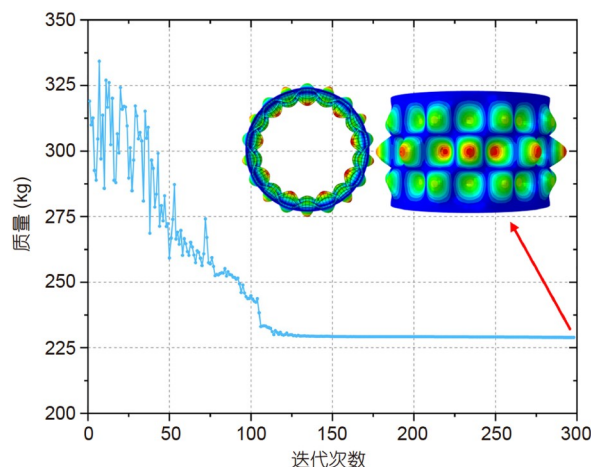


图4 (网络版彩图)轻量化设计迭代历史

Figure 4 (Color online) Iterative history of lightweight design.

针对功能梯度多级加筋圆柱壳结构, 通过等效原理建立了其等效刚度模型. 该模型考虑了功能梯度材料的非均匀性以及筋条的多层级特性, 可以快速预测临界屈曲荷载. 此外, 基于等效刚度法计算效率高的特点, 提出了一种轻量化设计策略. 功能梯度材料选用密度相近的Al- $ZrO_2$ 材料, 设计变量包含结构尺寸和材料分布两方面. 采用粒子群算法可以有效优化功能梯度多级加筋圆柱壳.

算例结果表明: (1) 功能梯度多级加筋圆柱壳能够有效降低制造成本. 以初始设计时的临界屈曲荷载为约束, 优化后的质量明显小于其他所有设计方案下的质量, 降比可达35.3%. 这说明了功能梯度多级加筋圆

柱壳能够充分挖掘材料潜力, 具备很好的实用性. (2) 功能梯度多级加筋圆柱壳具有很高的承载能力. 与传统加筋圆柱壳相比, 在初始设计下同质量的功能梯度多级加筋圆柱壳的临界屈曲荷载提升了29.0%, 这说明功能梯度材料有利于提高结构的承载能力, 具备很

高的可靠性. (3) 采用特征值屈曲分析对优化结果进行验证显示基于等效刚度法计算的临界屈曲荷载与有限元法计算结果的相对误差仅为3.2%, 满足工程要求. (4) 优化迭代历史表明采用等效刚度模型能够大大提升优化效率, 节省计算资源.

## 参考文献

- 1 Wu H, Yan Y, Yan W, et al. Adaptive approximation-based optimization of composite advanced grid-stiffened cylinder. *Chin J Aeronaut*, 2010, 23: 423–429
- 2 Wang B, Hao P, Li G, et al. Optimum design of hierarchical stiffened shells for low imperfection sensitivity. *Acta Mech Sin*, 2014, 30: 391–402
- 3 Li Z C, Tian K, Zhao H X. Efficient variable-fidelity models for hierarchical stiffened shells (in Chinese). *Acta Aeronaut Astronaut Sin*, 2020, 41: 43–53 [李增聪, 田阔, 赵海心. 面向多级加筋壳的高效变保真度代理模型. *航空学报*, 2020, 41: 43–53]
- 4 Wang B, Du K F, Hao P, et al. Design of sandwich-walled cylindrical shell structure with initial imperfections (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2018, 48: 95–102 [王博, 杜凯繁, 郝鹏, 等. 考虑几何缺陷的轴压双层蒙皮加筋圆柱壳结构设计. *中国科学: 物理学 力学 天文学*, 2018, 48: 95–102]
- 5 Liew K M, Pan Z, Zhang L W. The recent progress of functionally graded CNT reinforced composites and structures. *Sci China-Phys Mech Astron*, 2020, 63: 234601
- 6 Niino M, Hirai T, Watanabe R. Functionally gradient materials as thermal barrier for space plane. *J Jpn Compos Mater*, 1987, 13: 257–264
- 7 Koizumi M. FGM activities in Japan. *Compos B: Eng*, 1997, 28: 1–4
- 8 Zhong Z, Wu L Z, Chen W Q. Progress in the study on mechanics problems of functionally graded materials and structures (in Chinese). *Adv Mech*, 2010, 40: 528–541 [仲政, 吴林志, 陈伟球. 功能梯度材料与结构的若干力学问题研究进展. *力学进展*, 2010, 40: 528–541]
- 9 Najafizadeh M M, Hasani A, Khazaeinejad P. Mechanical stability of functionally graded stiffened cylindrical shells. *Appl Math Model*, 2008, 33: 1151–1157
- 10 Huy Bich D, Van Dung D, Nam V H, et al. Nonlinear static and dynamic buckling analysis of imperfect eccentrically stiffened functionally graded circular cylindrical thin shells under axial compression. *Int J Mech Sci*, 2013, 74: 190–200
- 11 Tran M T, Nguyen V L, Pham S D, et al. Free vibration of stiffened functionally graded circular cylindrical shell resting on Winkler-Pasternak foundation with different boundary conditions under thermal environment. *Acta Mech*, 2020, 231: 2545–2564
- 12 Zhang D, Mu J J, Jiang Y M, et al. Thermal buckling of stiffened cylinders under axial compression (in Chinese). *Sect Environ Eng*, 2019, 46: 30–35 [张东, 穆京京, 蒋亦曤, 等. 轴压下圆柱加筋壳的热屈曲. *强度与环境*, 2019, 46: 30–35]
- 13 Huang H W, Han Q, Wei D M. Buckling of FGM cylindrical shells under combined axial compression and bending loads (in Chinese). *J South China Univ Technol (Nat Sci Ed)*, 2012, 40: 158–161 [黄怀伟, 韩强, 魏德敏. 轴压-弯曲联合荷载下功能梯度材料圆柱壳的屈曲. *华南理工大学学报(自然科学版)*, 2012, 40: 158–161]
- 14 Cheng Z, Xu F. Intricate evolutions of multiple-period post-buckling patterns in bilayers. *Sci China-Phys Mech Astron*, 2021, 64: 214611
- 15 Javaheri R, Eslami M R. Thermal buckling of functionally graded plates. *AIAA J*, 2002, 40: 162–169
- 16 Hao P, Wang B, Li G, et al. Hybrid optimization of hierarchical stiffened shells based on smeared stiffener method and finite element method. *Thin-Walled Struct*, 2014, 82: 46–54
- 17 Hao P, Wang B, Li G, et al. Hybrid optimization of grid-stiffened cylinder based on surrogate model and smeared stiffened model (in Chinese). *Chin J Comput Mech*, 2012, 29: 481–486 [郝鹏, 王博, 李刚, 等. 基于代理模型和等效刚度模型的加筋圆柱壳混合优化设计. *计算力学学报*, 2012, 29: 481–486]

# Lightweight design of functionally graded hierarchical stiffened cylindrical shells

LUO XuanHe, ZHOU HuanLin<sup>\*</sup> & MENG Zeng<sup>\*</sup>

*School of Civil Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China*

To improve the bearing capacity of cylindrical shells, a functionally graded (FG) material hierarchical stiffened cylindrical shell is proposed. The smeared stiffener of FG hierarchical stiffened cylindrical shells is derived using the equivalence principle. The critical buckling load is calculated on the basis of the equivalent stiffness model, and a lightweight design model of FG hierarchical stiffened cylindrical shells, considering the structural component dimensions and material distribution of FG components, is established. The particle swarm optimization algorithm is used to analyze the optimization results, which is further verified using the finite element eigenvalue buckling analysis. The results show that the mass of the FG hierarchical stiffened cylindrical shell is substantially reduced after optimization, and its load-bearing performance is highly competitive. Thus, the calculation example proves that the optimized FG hierarchical stiffened cylindrical shell is feasible and safe.

**functionally graded material, stiffened cylindrical shell, smeared stiffener method, lightweight design, critical buckling load**

**PACS:** 02.60.Pn, 45.10.Db, 46.32.+x, 46.70.De

**doi:** [10.1360/SSPMA-2022-0037](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2022-0037)