

毫米波宽带谐波振荡器的理论 分析与实验研究

洪 伟 李 嗣 范

(东南大学无线电系,南京 210018)

摘 要

本文提出了一种分析立体型毫米波谐波宽带振荡器阻抗特性的混合场分析方法,首次计算了外电路阻抗(从有源器件向外看去的阻抗)随结构参数变化的曲线,并由此得出一些毫米波谐波振荡器设计准则。在理论分析的基础上我们研制了 W 波段宽带谐波振荡器,在 75—100 GHz 的频率范围内获得了 2—22.5 mW 的功率输出。

关键词: 毫米波,谐波振荡器,宽带调谐

众所周知,在毫米波振荡器的准确计算机辅助设计中存在着两个困难的问题,其一是有源器件的大信号特性描述;其二是从有源器件向外看去的外电路阻抗计算。人们对前者进行了较深入的研究,但还未获得很满意的结果;后者通常是很复杂的电磁场边值问题,到现在为止,这方面所开展的工作很少。本文针对一种具有代表性的毫米波谐波振荡器结构分析了其外电路阻抗特性,并得出一些毫米波振荡器设计准则。

由于这种结构由同轴腔、径向线和带短路器的矩形波导立体交叉而成,因此我们所面临的是一个建立在圆柱与直角混合坐标系中的复杂边值问题。针对结构的复杂性,本文提出了一种由模式展开、Galerkin 与配置法相结合的混合分析方法。这种方法也可用于其它一些类似问题的分析。

目前,我国 W 波段频谱资源正处于研究与开发阶段,而 W 波段振荡器则是该波段雷达、导弹制导前端、射电望远镜和测试系统中的关键部件之一。因此,研制宽频带 W 波段振荡器具有较高的实用价值。

一、理论分析

1. 结构与模式

图 1 所示为具有代表性的毫米波谐波振荡器结构,其中上、下分别为主视图和俯视图。 $c_0 \times b_0$ 为矩形波导尺寸, b 和 a 分别为同轴腔外导体和内导体半径, l 为同轴腔高度, d 和 h 分别为径向盘半径和高度, d_0 为有源器件半径, s 为短路面位置。设有源器件在径向线

中激励 $+\hat{R}$ 方向的 TM_{0n}^y 模, 则通过径向盘边缘在同轴腔及波导中主要激励起 TM_{mn}^y 模, 由于反射在径向线中也激励起 $-\hat{R}$ 方向的 TM_{mn}^y 模。

对于 TM^y 模, 直角坐标系中有:

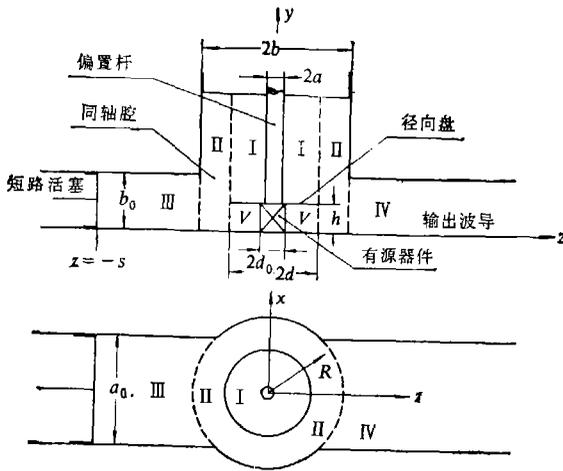


图1 毫米波谐波振荡器结构

2. 各区域中的场分量

将整个结构分为五个区域(见图1), 则在各域中的切向场分量如下:

在区域 I 中,

$$E_y^I = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn} Z_m(k_{cn}^I R) \cos m\varphi \cos \frac{n\pi(y-h)}{l-h}, \tag{5}$$

$$H_{\varphi}^I = \xi \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A_{mn}}{k_{cn}^I} Z'_m(k_{cn}^I R) \cos m\varphi \cos \frac{n\pi(y-h)}{l-h}, \tag{6}$$

$$Z_m(k_{cn}^I R) = J_m(k_{cn}^I R) N_m(k_{cn}^I a) - J_m(k_{cn}^I a) N_m(k_{cn}^I R), \tag{7}$$

$$Z'_m(k_{cn}^I R) = J'_m(k_{cn}^I R) N_m(k_{cn}^I a) - J'_m(k_{cn}^I a) N'_m(k_{cn}^I R), \tag{8}$$

$$(k_{cn}^I)^2 = k^2 - \left(\frac{n\pi}{l-h}\right)^2, \quad \xi = -j\omega\epsilon. \tag{9}$$

在区域 II 中,

$$E_y^{II} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} [B_{mn} J_m(k_{cn}^{II} R) + C_{mn} N_m(k_{cn}^{II} R)] \cos m\varphi \cos \frac{n\pi y}{l}, \tag{10}$$

$$H_{\varphi}^{II} = \xi \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} [B_{mn} J'_m(k_{cn}^{II} R) + C_{mn} N'_m(k_{cn}^{II} R)] \frac{\cos m\varphi}{k_{cn}^{II}} \cos \frac{n\pi y}{l}, \tag{11}$$

$$(k_{cn}^{II})^2 = k^2 - \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2. \tag{12}$$

在区域 III 中,

$$E_y^{III} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} D_{mn} \cos \left[\frac{(2m+1)\pi R}{a_0} \sin \varphi \right] \cos \frac{n\pi y}{b_0} \text{sh} \gamma_{mn}(R \cos \varphi + S), \tag{13}$$

$$\begin{aligned} H_x &= \frac{-j\omega\epsilon}{k^2 - k_y^2} \cdot \frac{\partial E_y}{\partial z}, \\ H_z &= \frac{j\omega\epsilon}{k^2 - k_y^2} \cdot \frac{\partial E_y}{\partial x}, \end{aligned} \tag{1}$$

圆柱坐标系中:

$$\begin{aligned} H_{\varphi} &= \frac{-j\omega\epsilon}{k^2 - k_y^2} \cdot \frac{\partial E_y}{\partial R}, \\ H_R &= \frac{j\omega\epsilon}{R(k^2 - k_y^2)} \cdot \frac{\partial E_y}{\partial \varphi}. \end{aligned} \tag{2}$$

直角坐标分量到圆柱坐标分量有如下转换关系:

$$H_{\varphi} = \cos \varphi H_x - \sin \varphi H_z, \tag{3}$$

$$H_R = \sin \varphi H_x + \cos \varphi H_z. \tag{4}$$

$$H_{\varphi}^{\text{III}} = \xi \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{D_{mn}}{(k_{cn}^{\text{III}})^2} \left\{ \gamma_{mn} \cos \varphi \cos \left[\frac{(2m+1)\pi R}{a_0} \sin \varphi \right] - \frac{(2m+1)\pi}{a_0} \sin \varphi \sin \left[\frac{(2m+1)\pi R}{a_0} \sin \varphi \right] \right\} \cos \frac{n\pi y}{b_0} \cdot \text{sh} \gamma_{mn} (R \cos \varphi + S), \quad (14)$$

$$(k_{cn}^{\text{III}})^2 = k^2 - \left(\frac{n\pi}{b_0} \right)^2, \quad (15)$$

$$(\gamma_{mn})^2 = \left(\frac{n\pi}{b_0} \right)^2 + \left[\frac{(2m+1)\pi}{a_0} \right]^2 - k^2. \quad (16)$$

在区域 IV 中,

$$E_y^{\text{IV}} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} F_{mn} \cos \left[\frac{(2m+1)\pi}{a_0} R \sin \varphi \right] \cos \frac{n\pi y}{b_0} e^{-\gamma_{mn} R \cos \varphi}, \quad (17)$$

$$H_{\varphi}^{\text{IV}} = \xi \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{F_{mn}}{(k_{cn}^{\text{IV}})^2} \left\{ -\gamma_{mn} \cos \varphi \cos \left[\frac{(2m+1)\pi}{a_0} R \sin \varphi \right] - \frac{(2m+1)\pi}{a_0} \sin \varphi \sin \left[\frac{(2m+1)\pi R}{a_0} \sin \varphi \right] \right\} \cos \frac{n\pi y}{b_0} e^{-\gamma_{mn} R \cos \varphi}. \quad (18)$$

在区域 V 中,

$$E_x^{\text{V}} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} L_{mn} H_m^{\text{II}}(k_{cn}^{\text{V}} R) \cos m\varphi \cos \frac{n\pi y}{h} + H_0^{[2]}(kR), \quad (19)$$

$$H_x^{\text{V}} = \xi \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{L_{mn}}{k_{cn}^{\text{V}}} H_m^{\text{I}}(k_{cn}^{\text{V}} R) \cos m\varphi \cos \frac{n\pi y}{h} - \xi H_0^{[2]}(kR)/k, \quad (20)$$

$$(k_{cn}^{\text{V}})^2 = k^2 - (n\pi/h)^2. \quad (21)$$

其中 $J_m(\cdot)$, $N_m(\cdot)$, $N_m^{\text{II}}(\cdot)$ 和 $H_m^{\text{I}}(\cdot)$ 分别为 m 阶 Bessel 函数, Neumann 函数和第一、第二类 Hankel 函数.

3. 边界匹配

在各区域交界面上切向场分量满足下列边界条件:

$$E_y^{\text{II}} = \begin{cases} E_y^{\text{I}}, & h \leq y \leq l, \\ E_y^{\text{V}}, & 0 \leq y \leq h, \end{cases} \quad R = d, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \quad (22)$$

$$H_{\varphi}^{\text{II}} = \begin{cases} H_{\varphi}^{\text{I}}, & h \leq y \leq l, \\ H_{\varphi}^{\text{V}}, & 0 \leq y \leq h, \end{cases} \quad R = d, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \quad (23)$$

$$H_{\varphi}^{\text{II}} = \begin{cases} H_{\varphi}^{\text{III}}, & \text{在 } S_{\text{III}} \text{ 上,} \\ H_{\varphi}^{\text{IV}}, & \text{在 } S_{\text{IV}} \text{ 上,} \end{cases} \quad (24)$$

$$E_y^{\text{II}} = \begin{cases} 0, & \text{在 } S_c \text{ 上,} \\ E_y^{\text{III}}, & \text{在 } S_{\text{III}} \text{ 上,} \\ E_y^{\text{IV}}, & \text{在 } S_{\text{IV}} \text{ 上,} \end{cases} \quad (25)$$

其中 S_{III} , S_{IV} 为矩形波导与同轴腔相交的柱形口面, S_c 为圆柱面 $\{0 \leq \varphi \leq 2\pi, 0 \leq y \leq l, R = b\}$ 减去 S_{III} 和 S_{IV} 后的电壁.

将场分量(5)–(21)式代入边界条件(22)–(25)并利用 Galerkin 和配置法相结合的技术得如下矩阵方程:

$$[U]_1 \mathbf{B} + [U]_2 \mathbf{C} = [U]_3 \mathbf{A}, \tag{26}$$

$$[U]_4 \mathbf{B} + [U]_5 \mathbf{C} = [U]_6 \mathbf{L} + \mathbf{V}_1, \tag{27}$$

$$[T]_1 \mathbf{B} + [T]_2 \mathbf{C} = [T]_3 \mathbf{D}, \tag{28}$$

$$[T]_4 \mathbf{B} + [T]_5 \mathbf{C} = [T]_6 \mathbf{F}, \tag{29}$$

$$[U]_7 \mathbf{B} + [U]_8 \mathbf{C} = [T]_7 \mathbf{A} + [T]_8 \mathbf{L} + \mathbf{V}_2, \tag{30}$$

$$[U]_9 \mathbf{B} + [U]_{10} \mathbf{C} = [T]_9 \mathbf{D} + [T]_{10} \mathbf{F}, \tag{31}$$

矩阵元素见附录.

联立求解矩阵方程(26)–(31)得

$$[III] \mathbf{L} = \mathbf{\Pi}, \tag{32}$$

其中

$$[III] = [U]_6 - [S]_6 [S]_5^{-1} [T]_3, \tag{33}$$

$$\mathbf{\Pi} = [S]_6 [S]_5^{-1} \mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1, \tag{34}$$

$$[S]_4 = [U]_4 + [U]_5 [S]_2^{-1} [S]_1, \tag{35}$$

$$[S]_5 = [S]_3 + [S]_4 [S]_2^{-1} [S]_1, \tag{36}$$

$$[S]_7 = [U]_8 - [T]_7 [U]_3^{-1} [U]_2, \tag{37}$$

$$[S]_8 = [U]_7 - [T]_7 [U]_3^{-1} [U]_1, \tag{38}$$

$$[S]_2 = [U]_5 - [T]_5 [T]_3^{-1} [T]_1 - [T]_{10} [T]_6^{-1} [T]_4, \tag{39}$$

$$[S]_1 = [T]_7 [T]_3^{-1} [T]_2 + [T]_{10} [T]_6^{-1} [T]_5 - [U]_{10}. \tag{40}$$

由方程(32)即可求得系数向量 $\mathbf{L} = (L_{00}, L_{01}, \dots, L_{MN})$, 进而可求得从径向线某一半径向外看去的输入阻抗.

4. 外电路阻抗定义

从有源器件半径 d_0 向外看去的阻抗定义为振荡器的外电路阻抗 Z_e , 而且按照功率电流定义有

$$Z_e = 2P / |I|^2, \tag{41}$$

其中 P 为穿过柱面 $\{0 \leq \varphi \leq 2\pi, R = d_0, 0 \leq y \leq h\}$ 的 $+\hat{R}$ 方向总传输功率, I 为径向盘上 $+\hat{R}$ 方向总电流.

由坡印廷矢量即可求得功率

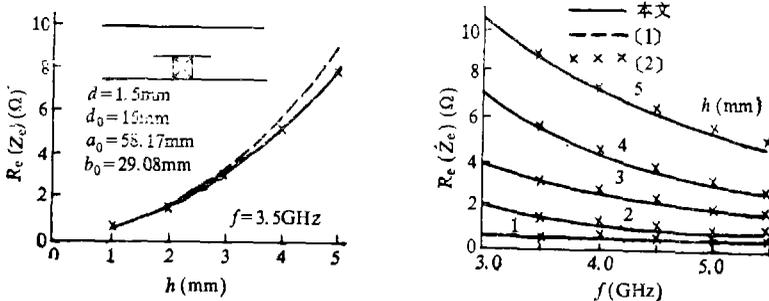


图2 矩形波导中径向盘阻抗变换器阻抗特性
(图中 $d = 1.5 \text{ mm}$ 应为 15 mm , $d_0 = 15 \text{ mm}$ 应为 1.5 mm)

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{d_0}{2} \int_0^h \int_0^{2\pi} E_y^* H_\varphi^* d\varphi dy \\
 &= \frac{hd_0\xi}{2k} \int_0^{2\pi} \left[\sum_{m=0}^M L_{m0} H_m^{(1)}(kd_0) \cos m\varphi + H_0^{(2)}(kd_0) \right] \\
 &\quad \cdot \left\{ - \sum_{m=0}^M L_{m0}^* [H_m^{(1)*}(kd_0)]' \cos m\varphi + H_1^{(2)*}(kd_0) \right\} d\varphi \\
 &= \frac{\pi h \xi d_0}{k} \left\{ H_0^{(2)}(kd_0) H_1^{(2)*}(kd_0) - \frac{1}{2} \sum_{m=0}^M |L_{m0}|^2 H_m^{(1)}(kd_0) [H_m^{(1)*}(kd_0)]' \right\},
 \end{aligned}$$

总电流

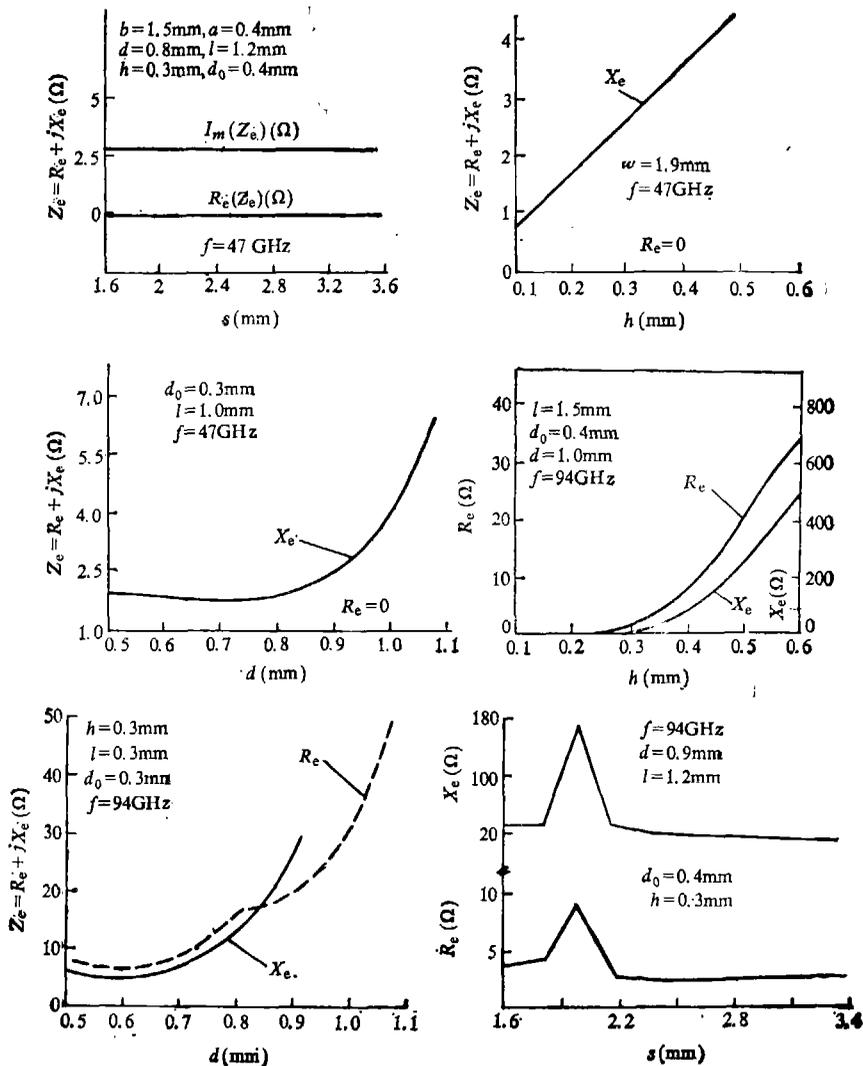


图 3 毫米波宽带谐波振荡器结构外电路阻抗随结构参数变化的曲线

$$\begin{aligned}
 I &= d_0 \int_0^{2\pi} H_{\varphi}^y d\varphi \\
 &= \frac{d_0 \xi}{k} \int_0^{2\pi} \left\{ \sum_{m=0}^M L_{m0} [H_m^{(1)}(kd_0)]' \cos m\varphi - H^{(2)}(kd_0) \right\} d\varphi \\
 &= \frac{j d_0}{60} [L_{00} H_1^{(1)}(kd_0) + H_1^{(2)}(kd_0)]. \tag{43}
 \end{aligned}$$

5. 数值结果

为了验证上述模型及软件的正确性, 我们计算了一种简单情况——矩形波导中径向盘阻抗变换器的阻抗特性曲线(图 2), 它与文献[1]中的实验结果和文献[2]中的理论结果一致. 图 3 给出了图 1 所示毫米波宽带谐波振荡器结构外电路阻抗随结构参数变化的曲线, 其中矩形波导为 3 mm 波段减高波导 ($a_0 \times b_0 = 2.54 \times 0.64 \text{ mm}^2$), 截止频率为 59 GHz. 由图 3 可得如下结论:

(1) 调节短路活塞位置 S 对基波几乎没有影响, 且在基波波段外电路阻抗 $Z_0 = jX_0$ 为纯虚数;

(2) 在基波波段内, 降低径向盘高度可减小感抗, 从而提高振荡频率;

(3) 调节径向盘高度可在谐波波段获得小于 1 欧姆到几十欧姆的任何电阻值 R_0 和从几欧姆到几百欧姆的任何电抗值, 因而是匹配外电路与有源器件阻抗、优化输出功率的有效手段;

(4) 在基波波段, 外电路阻抗为纯感抗且随径向盘半径的增加出现一最小值, 这时可获得高振荡频率. 从总趋势讲, 径向盘半径小则谐振频率高;

(5) 改变径向盘半径是优化谐波输出功率的另一有效措施;

(6) 调节短路活塞位置可在谐波波段内改变外电路阻抗, 从而优化谐波输出功率.

二、实验结果

在上述理论分析的基础上, 我们研制了 W 波段宽带机械调谐谐波振荡器, 实物外形见图

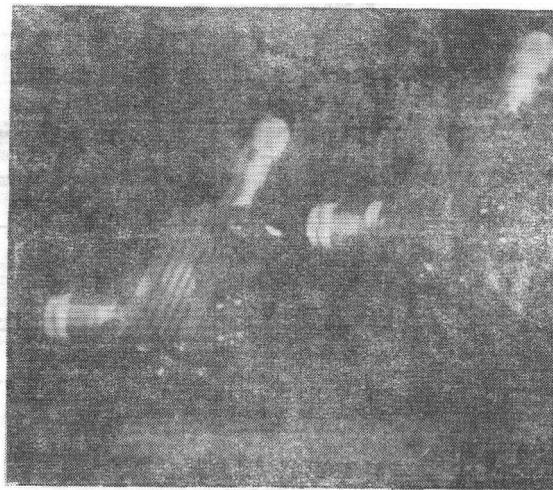


图 4 W 波段宽带谐波振荡器实物照片

4. 调节顶端活塞可连续地改变振荡器振荡频率, 而调节侧边活塞可以优化谐波输出功率. 在研制过程中, 为了便于调试, 我们将 Gunn 氏管和同轴腔上端面都设计成上下可调, 而且加工了多个半径不等的径向盘供选择. 振荡器功率、频率实验曲线如图 5 所示, 在 75—100 GHz 的频率连续可调范围内输出功率为 2—22.5 mW. 其中 $O_m G_n$ 表示第 m 号振荡器腔体中装第 n 号 Gunn 管.

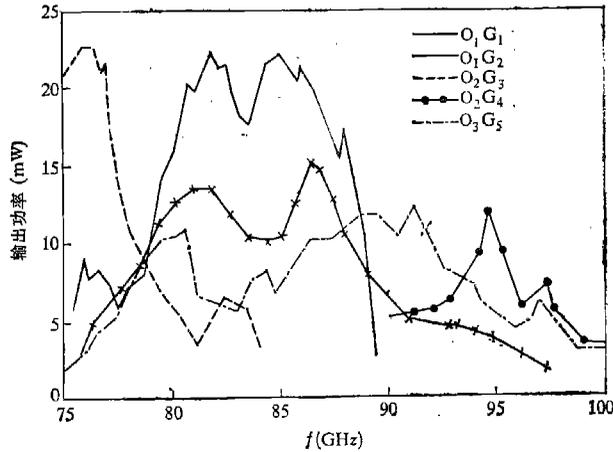


图 5 W 波段振荡器功率、频率特性曲线

附 录

矩阵元素如下:

$$\begin{aligned}
 [U]_1 &= \text{Diag}[[U]_{1m}], \\
 U_{1m}^{11} &= \int_m (k_{ct}^{11} d) C_1(s, t) / k_{ct}^{11}, \\
 C_1(s, t) &= \int_s^t \cos \frac{s\pi(y-h)}{l-h} \cos \frac{t\pi y}{l} dy, \\
 [U]_2 &= \text{Diag}[[U]_{2m}], \\
 U_{2m}^{22} &= N'_m (k_{ct}^{11} d) C_1(s, t) / k_{ct}^{11}, \\
 [U]_3 &= \text{Diag}[[U]_{3m}], \\
 [U]_{3m} &= \text{Diag}[0.5(l-h) Z'_m(k_{cs}^1 d) / k_{cs}^1], \\
 [U]_4 &= \text{Diag}[[U]_{4m}], \\
 U_{4m}^{44} &= \int_m (k_{ct}^{11} d) C_2(s, t) / k_{ct}^{11}, \\
 C_2(s, t) &= \int_0^h \cos \frac{s\pi y}{h} \cos \frac{t\pi y}{l} dy, \\
 [U]_5 &= \text{Diag}[[U]_{5m}], \\
 U_{5m}^{55} &= N'_m (k_{ct}^{11} d) C_2(s, t) / k_{ct}^{11}, \\
 [U]_6 &= \text{Diag}[[U]_{6m}], \\
 [U]_{6m} &= \text{Diag}[0.5h [H_m^{11}(k_{cs}^1 d)]' / k_{cs}^1], \\
 [T]_1 &= [[T]_{1sm}], \quad m, s = 0, 1, 2, \dots, M, \\
 T_{1sm}^{11} &= \int_m (k_{cn}^{11} b) \cos(m\phi_s) C_3(t, n) / k_{cn}^{11},
 \end{aligned}$$

$$C_3(t, n) = \int_0^{b_0} \cos \frac{t\pi y}{b_0} \cos \frac{n\pi y}{l} dy, \quad t, n = 0, 1, 2, \dots, N,$$

$$\phi_s = \pi - (s + 0.5)\theta / (M + 1), \quad \theta = \sin^{-1}(a_0/2b).$$

$$[T]_2 = [[T]_{2sm}], \quad s, m = 0, 1, 2, \dots, M,$$

$$T_{2sm}^{in} = N'_m(k_{cn}^{II}b) \cos(m\phi_s) C_3(t, n) / k_{cn}^{II}.$$

$$[T]_3 = [[T]_{3sm}], \quad s, m = 0, 1, 2, \dots, M,$$

$$T_{3sm}^{in} = \text{Diag} \left[\frac{b_0}{2(k_{cn}^{III})^2} \left\{ \gamma_{mn} \cos \phi_s \cos((m + 0.5)\pi \sin \phi_s) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{(2m + 1)\pi}{a_c} \sin \phi_s \sin((m + 0.5)\pi \sin \phi_s) \right\} \right. \\ \left. \cdot \text{sh} \gamma_{mn} \left(\frac{1}{2} a_c \cos \phi_s + S \right) \right], \quad t, n = 0, 1, 2, \dots, N.$$

$$[T]_4 = [[T]_{4sm}], \quad s, m = 0, 1, 2, \dots, M,$$

$$T_{4sm}^{in} = J'_m(k_{cn}^{II}b) \cos(m\phi_s) C_3(t, n) / k_{cn}^{II},$$

$$\phi_s = (S + 0.5)\theta / (M + 1).$$

$$[T]_5 = [[T]_{5sm}], \quad s, m = 0, 1, 2, \dots, M,$$

$$T_{5sm}^{in} = N'_m(k_{cn}^{II}b) \cos(m\phi_s) C_3(t, n) / k_{cn}^{II}.$$

$$[T]_6 = [[T]_{6sm}], \quad s, m = 0, 1, 2, \dots, M,$$

$$T_{6sm}^{in} = \text{Diag} \left[\frac{-b_0}{2(k_{cn}^{III})^2} \left\{ \gamma_{mn} \cos \phi_s \cos((m + 0.5)\pi \sin \phi_s) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{(2m + 1)\pi}{a_s} \sin \phi_s \sin((m + 0.5)\pi \sin \phi_s) \right\} \right. \\ \left. \cdot \exp \left(-\frac{1}{2} \gamma_{mn} a_0 \cos \phi_s \right) \right], \quad t, n = 0, 1, 2, \dots, N.$$

$$[U]_7 = \text{Diag}[[U]_{7m}], \quad m = 0, 1, 2, \dots, M,$$

$$[U]_{7m} = \text{Diag} \left[\frac{1}{2} l J_m(k_{cn}^{II}d) \right], \quad n = 0, 1, 2, \dots, N.$$

$$[U]_8 = \text{Diag}[[U]_{8m}],$$

$$[U]_{8m} = \text{Diag} \left[\frac{1}{2} l N_m(k_{cn}^{II}d) \right].$$

$$[U]_9 = \text{Diag}[[U]_{9m}],$$

$$[U]_{9m} = \text{Diag} \left[\frac{1}{2} \varepsilon_m \pi l J_m(k_{cn}^I a_0 / 2) \right], \quad \varepsilon_m = \begin{cases} 1, & m > 0, \\ 2, & m = 0. \end{cases}$$

$$[U]_{10} = \text{Diag}[[U]_{10m}],$$

$$[U]_{10m} = \text{Diag} \left[\frac{1}{2} \varepsilon_m \pi l N_m(k_{cn}^I a_0 / 2) \right].$$

$$[T]_7 = \text{Diag}[[T]_{7m}],$$

$$T_{7m}^{in} = Z_m(k_{cn}^{II}d) C_4(t, n),$$

$$C_4(t, n) = \int_h^l \cos \frac{t\pi y}{l} \cos \frac{n\pi(y-l)}{l-h} dy.$$

$$[T]_8 = \text{Diag}[[T]_{8m}],$$

$$T_{sm}^{in} = H_m^{(1)}(k_c^n d) C_s(t, n),$$

$$C_s(t, n) = \int_0^h \cos \frac{i\pi y}{l} \cos \frac{n\pi y}{h} dy.$$

$$[T]_9 = [[T]_{9sm}],$$

$$T_{9sm}^{in} = \int_{\pi-\theta}^{\pi+\theta} \cos(\tau\phi) \cos[(m+0.5)\pi \sin\phi] \\ \cdot \operatorname{sh} \gamma_{mn} \left(\frac{i}{2} a_0 \cos\phi + s \right) d\phi C_s(n, t).$$

$$[T]_{10} = [[T]_{10sm}],$$

$$T_{10sm}^{in} = \int_{-b}^b \cos(\tau\phi) \cos[(m+0.5)\pi \sin\phi] \\ \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \gamma_{mn} a_0 \cos\phi\right) d\phi C_s(n, t).$$

$$V_{1m}^n = \begin{cases} -hH_1^{(1)}(kd)/k, & m = n = 0, \\ 0, & m + n \neq 0. \end{cases}$$

$$V_{2m}^n = \begin{cases} hH_0^{(1)}(kd)/k, & m = n = 0, \\ 0, & m + n \neq 0. \end{cases}$$

参 考 文 献

- [1] Doring, K. H., *Electron. Lett.*, **16** (1980), 2: 50-51.
 [2] Wu Zhende, *Electron. Lett.*, **20** (1984), 6: 256-258.