

文章编号:1673-5005(2009)03-0059-07

直流电测深中各向异性层状地层的视电阻率响应特征

沈金松^{1,2,3}, 郭乃川¹, 苏本玉¹

(1. 中国石油大学 资源与信息学院, 北京 102249; 2. 中国石油大学 CNPC 物探重点实验室, 北京 102249;
3. 中国石油大学 油气资源与探测国家重点实验室, 北京 102249)

摘要:基于各向异性介质的电磁场方程,利用极向型与环向型标量位函数,得到了任意各向异性层状介质的电磁场响应和视电阻率响应关系。利用界面上电磁场切向分量的连续性及地面激励源的耦合条件,导出不同层之间电磁场的传播状态矩阵和递归计算关系。针对递归计算中指数项的数值不稳定性,借助状态矩阵的性质,构造稳定的计算格式。针对横向各向同性(TI)介质中极向位与环向位解耦的特点,地面磁场的计算采用格林函数积分方法,用均匀各向异性介质的解析解检验所提算法的正确性。结果表明:对于水平薄交互储层或水平裂缝带,地面测得的视电阻率小于实际地层的真电阻率,由此计算的含油气饱和度偏低;对于发育倾斜裂缝的储层,方位视电阻率的极向图表现出明显的反常现象,即随方位视电阻率呈椭圆状分布,长轴方向指向裂缝分布的走向;利用方位视电阻率的椭圆特征参数可以估算地下地层的裂缝分布参数。

关键词:状态矩阵;各向异性层状介质;极向型与环向型位函数;裂缝性地层;电法测井;电阻率响应
中图分类号:O 441.4 **文献标识码:**A

Response characteristics of apparent resistivity of anisotropic laminar formation in direct current electric sounding

SHEN Jin-song^{1,2,3}, GUO Nai-chuan¹, SU Ben-yu¹

(1. School of Resource and Information Technology in China University of Petroleum, Beijing 102249, China;
2. Key Laboratory of Geophysical Exploration of CNPC in China University of Petroleum, Beijing 102249, China;
3. State Key Laboratory of Petroleum Resource and Prospecting in China University of Petroleum, Beijing 102249, China)

Abstract: The relation between electromagnetic field response and apparent resistivity response was expressed in potentials of poloidal and toroidal scalars based on the electromagnetic equations in the arbitrarily anisotropic formation. Based on the continuity of the electromagnetic fields within layer boundaries and the coupling of the source on the earth surface, the propagation state matrix of the electromagnetic fields from the upper layer to the lower layers was derived, and the electromagnetic fields were calculated recursively from the bottom layer to the top layer. For the instability of the exponential term, a stable formulation was deduced through the state matrix. An integral of the Green's function was used in the computation of the magnetic field because of the decoupling of the poloidal and toroidal functions. The validity of the numerical method was checked with an analytic solution of a homogeneous half space with arbitrary anisotropy. The results show that for horizontal thin overlapping formation and horizontal fractured formation, the measured apparent resistivity will be less than the true resistivity, which results in low hydrocarbon saturation. The polar diagram of azimuthal apparent resistivity of the formations that exist slanting fractures shows evident paradox; that is, its distribution shows elliptical configuration of the apparent resistivity and the long axis points to the strike of the fracture extension. The elliptical characteristics of the azimuthal apparent resistivity can be used to estimate the parameters of the distribution of the subsurface fractures.

Key words: state matrix; anisotropic layered medium; poloidal and toroidal potential function; fractured formation; electric logging; resistivity response.

收稿日期:2008-08-28

基金项目:国家“973”重点基础研究发展计划项目(2007CB209607);中国石油天然气集团公司基础研究项目(07A10303)

作者简介:沈金松(1964-),男(汉族),江苏吴江人,副教授,博士,主要从事电磁探测与地球物理测井方法理论及应用研究。

电各向异性是地下介质的电性参数依赖于方向变化的电性特征,在电磁测量中它使地下介质中产生的电场方向偏离施加的电流方向。油气勘探及储层评价中,电各向异性的存在影响含油气饱和度的评价精度,常使传统感应测井视电阻率计算的含水饱和度偏高,因此该问题一直为地球物理学家广泛关注^[1-4]。Astern 等^[5]和 Matias 等^[6]分析了裂缝和构造对电各向异性的影响,指出了测得的视电阻率与地层真电阻率的差异。Li 等^[7]用矢量位与标量位定义分析了方位各向异性二层介质中电偶极子的电磁响应与裂缝分布方向的关系。Chlamtac 等^[8]和 Anderson 等^[9]研究了层状各向异性介质视电阻率与真电阻率的关系。Pal 等^[10-12]给出了倾斜各向异性2层介质的电磁响应结果,显示了视电阻率与电各向异性分布的密切关系。国内关于各向异性电磁响应研究的文献还不多,而且主要偏向于井中测量的研究^[13-15]。本研究是在 Yin 等^[11]研究的基础上开展的,目的是探讨地面直流电勘探对裂缝等电各向异性地层的响应特征,分析直流电测深方法对这些地层的探测能力。

1 各向异性介质中电磁场方程

在直流电勘探中,电磁场及电流密度满足如下麦克斯韦(Maxwell)方程^[9,16]:

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{J} = 0, \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2)$$

$$\mathbf{J} = \hat{\sigma} \mathbf{E} + \mathbf{J}_s, \quad \hat{\sigma} = \hat{\rho}^{-1}, \quad \hat{\rho} = \begin{bmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} & \rho_{xz} \\ \rho_{xy} & \rho_{yy} & \rho_{yz} \\ \rho_{xz} & \rho_{yz} & \rho_{zz} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

式中, $\hat{\sigma}$ 为电导率张量,S/m; $\hat{\rho}$ 为相应的电阻率张量, $\Omega \cdot \text{m}$; $\mathbf{E}$ 为电场强度,V/m; $\mathbf{H}$ 为磁场强度,A/m; $\mathbf{J}$ 和 $\mathbf{J}_s$ 分别为总电流密度和源电流密度,A/m²; $\mathbf{B}$ 为磁感应强度,T。在地面以上的空气中,假设电导率张量为 $\hat{\sigma} = [0]$,且地下介质为非磁性物质,即 $\mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu_0$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ 。

1.1 电磁场的标量位表示及基本解

根据供电电流的性质和地下介质的线性特征,Maxwell 方程中的电流密度与磁场可表示成电和磁的螺线型与极向型标量位^[10-11],表达式为

$$\begin{cases} \mathbf{J} = \nabla \times (\mathcal{Z} T_J) + \nabla \times \nabla \times (\mathcal{Z} P_J), \\ \mathbf{H} = \nabla \times (\mathcal{Z} T_H) + \nabla \times \nabla \times (\mathcal{Z} P_H). \end{cases} \quad (4)$$

式中, T_J 为电性类螺线型标量位,A/m; P_J 为电性类极向型标量位,A; T_H 为磁性类螺线型标量位,A; P_H

为磁性类极向型标量位,A/m; $\mathcal{Z}$ 为垂直方向的单位矢量,地面取 z 坐标的原点。

在地面以上的半空间中空气绝缘,没有传导电流,因此有电性类标量位 $T_J = 0, P_J = 0 (z < 0)$ 。为讨论方便并借助快速算法,公式的推导均在水平方向 x 和 y 的波数域进行。对式(4)的电流密度与磁场矢量取 x 和 y 方向的二维 Fourier 变换,得到场分量的波数域关系为

$$\bar{F}(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(x, y) \exp(-i(ux + vy)) dx dy, \quad (5)$$

$$\bar{\mathbf{J}} = \begin{bmatrix} i(v\bar{T}_J + u\bar{P}'_J) \\ i(-u\bar{T}_J + v\bar{P}'_J) \\ k^2 \bar{P}_J \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} i(v\bar{T}_H + u\bar{P}'_H) \\ i(-u\bar{T}_H + v\bar{P}'_H) \\ k^2 \bar{P}_H \end{bmatrix}. \quad (6)$$

其中

$$\hat{\mathbf{k}} = u\hat{\mathbf{x}} + v\hat{\mathbf{y}}, \quad k = |\hat{\mathbf{k}}|.$$

式中, $\hat{\mathbf{k}}$ 是水平方向的波数矢量; $\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}}$ 分别是水平 x 和 y 方向的单位矢量; $\bar{F}'$ 表示对 z 的导数。

若用电磁在 z 方向的投影 $\mathcal{Z} \cdot \mathbf{F}$ 表示,由式(2)得

$$\mathcal{Z} \cdot (\nabla \times \mathbf{H} - \mathbf{J}) = 0, \quad \mathcal{Z} \cdot [\nabla \times (\nabla \times \mathbf{H} - \mathbf{J})] = 0, \quad (7)$$

$$T_H = P_J, \quad T_J = -\nabla^2 P_H. \quad (7)$$

式(7)的二维 Fourier 变换为

$$\bar{T}_H = \bar{P}_J, \quad \bar{T}_J = k^2 \bar{P}_H - \bar{P}''_H. \quad (8)$$

由式(1)得

$$\mathcal{Z} \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) = \mathcal{Z} \cdot [\nabla \times (\hat{\rho} \mathbf{J})] = 0,$$

$$\mathcal{Z} \cdot [\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E})] = \mathcal{Z} \cdot [\nabla \times \nabla \times (\hat{\rho} \mathbf{J})] = 0, \quad (9)$$

$$d\bar{P}''_J + 2e\bar{P}'_J - (c^2 + af)\bar{P}_J = 0, \quad (10)$$

$$- \bar{P}''_H + k^2 \bar{P}'_H = (ck^2 \bar{P}_J - b\bar{P}'_J)/a = \bar{T}_J. \quad (10)$$

其中

$$a = v^2 \rho_{xx} - 2uv\rho_{xy} + u^2 \rho_{yy}, \quad c = i(v\rho_{xz} - u\rho_{yz}),$$

$$b = (v^2 - u^2)\rho_{xy} + uv(\rho_{xx} - \rho_{yy}), \quad d = \rho_{xx}\rho_{yy} - \rho_{xy}^2,$$

$$e = iv(\rho_{xz}\rho_{xy} - \rho_{yz}\rho_{xx}) + iu(\rho_{yz}\rho_{xy} - \rho_{xz}\rho_{yy}), \quad f = \rho_{xx}.$$

解式(9),(10)便可得到电磁场的标量位的基本解。

1.2 地层界面电磁场的连续性条件

由地下地层界面上电场 $\mathbf{E}$ 切向分量连续和电流密度 $\mathbf{J}$ 的垂向分量及磁场 $\mathbf{H}$ 的连续有

$$[\bar{P}_H] = 0, [\bar{P}'_H] = 0, [\bar{P}_J] = 0, [(d\bar{P}'_J + e\bar{P}_J)/a] = 0. \quad (11)$$

式中, $[\]$ 表示界面两边电磁场标量位的连续变化,在直流测量中,由于 E 是位场,自然满足 $\mathcal{E} \cdot (\hat{k} \times E) = 0$ 。电场切向分量连续,需要加上 $\hat{k} \cdot E = 0$ 的条件,由此导出了式(11)的第4个关系。

2 地面电流源的耦合条件

在地面 $z = 0$ 处的两个点电流源 $+I(r_A = (x_A, y_A, 0))$ 和 $-I(r_B = (x_B, y_B, 0))$ 位置,电流密度 J 满足关系^[11,17]:

$$\nabla \cdot J = I[\delta_2(r - r_A) - \delta_2(r - r_B)]\delta(z). \quad (12)$$

式中, $\delta_2(\cdot)$ 表示在 x, y 平面上的二维狄拉克 δ 函数; I 为供电电流强度, A。在地面 $z = 0$ 处,从 $z = 0^-$ 到 $z = 0^+$ 积分,由于空气中电流密度为零,即 $J_z(z = 0^-) = 0$,相应地电流密度的垂向分量 $J_z(z = 0^+)$ 为 $J_z(z = 0^+) = I[\delta_2(r - r_A) - \delta_2(r - r_B)]$ 。 (13)

式(13)的二维 Fourier 变换关系为

$$\tilde{J}_z(k, 0^+) = I[\exp(-i\hat{k} \cdot \hat{r}_A) - \exp(-i\hat{k} \cdot \hat{r}_B)]. \quad (14)$$

将方程(6)与(11)代入式(14)得

$$[\tilde{P}_j]_{z=0^-}^{z=0^+} = D_j = \tilde{P}_j(k, 0^+) = I[\exp(-i\hat{k} \cdot \hat{r}_A) - \exp(-i\hat{k} \cdot \hat{r}_B)]/k^2. \quad (15)$$

式中, $[\tilde{P}_j]_{z=0^-}^{z=0^+}$ 表示地表面两侧的变化。

对于导线连接的两个点电流源,导线周围水平磁场分量出现不连续,由方程(6)磁场的水平分量可表示为

$$\tilde{H}_h = \tilde{H}_x \hat{x} + \tilde{H}_y \hat{y},$$

即

$$\tilde{H}_h = i(\hat{k} \times \mathcal{E})\tilde{P}_j + i\hat{k}\tilde{P}'_H. \quad (16)$$

对式(16)两边同时作 $i\hat{k}$ 的标量积得到

$$\hat{P}'_H = -i\hat{k} \cdot \tilde{H}_h/k^2, [\hat{P}'_H]^+ = -i\hat{k} \cdot [\tilde{H}_h]^+/k^2. \quad (17)$$

若连接两个点电流源的导线看成直线,且其单位矢量为 $\hat{d} = \frac{(\hat{r}_A - \hat{r}_B)}{|\hat{r}_A - \hat{r}_B|}$,则根据 Biot-Savart 定律,磁场的水平分量为^[18]

$$H_h(r) = \frac{I(\hat{d} \times \mathcal{E})z}{4\pi} \int_{r_B}^{r_A} \frac{ds_0}{|r - r_0|^3}. \quad (18)$$

其中

$$r = (x, y, z), r_0 = (x_0, y_0, 0).$$

式中, ds_0 为线元长度。

式(18)中 $H_h(r)$ 的波数域关系为

$$\tilde{H}_h(k, z) = \frac{I}{2}(\hat{d} \times \mathcal{E})\text{sign}(z) \int_{r_B}^{r_A} \exp(-ikr_0 -$$

$$k|z|)ds_0. \quad (19)$$

同样,在地面 $z = 0$ 处,从 $z = 0^-$ 到 $z = 0^+$ 积分,得到水平磁场的计算关系为

$$[\tilde{H}_h(k, z)]^+ = I(\hat{d} \times \mathcal{E}) \int_{r_B}^{r_A} \exp(-ikr_0)ds_0 = I(\hat{d} \times \mathcal{E}) \frac{\exp(-i\hat{k} \cdot \hat{r}_A) - \exp(-i\hat{k} \cdot \hat{r}_B)}{-i(\hat{k} \cdot \hat{d})}. \quad (20)$$

$$D_H = [\tilde{P}'_H]^+ = I \frac{\hat{k} \cdot (\hat{d} \times \mathcal{E})}{k^2(\hat{k} \cdot \hat{d})} (\exp(-i\hat{k} \cdot \hat{r}_A) - \exp(-i\hat{k} \cdot \hat{r}_B)) \quad (21)$$

对于 $(\hat{k} \cdot \hat{d}) = 0$ 的特殊情况,式(20)的积分简化有

$$D_H = [\tilde{P}'_H]^+ = \frac{I}{k^2} \hat{k} \cdot (\hat{d} \times \mathcal{E}) \exp(-i\hat{k} \cdot (\hat{r}_A + \hat{r}_B)/2). \quad (22)$$

在地面 $z = 0$ 处

$$D_H = [\tilde{P}'_H]^+ = P'_H(0^+) - P'_H(0^-) = P'_H(0^+) - kP_H(0). \quad (23)$$

3 各向异性层状介质中 $\tilde{P}_j(k, z)$ 和 $\tilde{P}_H(k, z)$ 的稳定计算

3.1 $\tilde{P}_j(k, z)$ 的计算

各向异性层状介质模型以及各层厚度、界面深度及电阻率张量参数如图1所示。各层的标量位 $\tilde{P}_j(k, z)$ 必须满足两个条件:层界面之间场的连续性条件及地面的源耦合条件。

由方程(9)可知,在第 l 层内部 $\tilde{P}_j(k, z)$ 的通解可以表示为 $\tilde{P}_j \sim \exp(-\alpha_l z)$,代入方程(9)得

$$d_l \alpha_l^2 - 2e_l \alpha_l - (c_2 + a_l f_l) = 0, \alpha_l^* = \beta_l \pm \gamma_l. \quad (24)$$

其中

$$\beta_l = e_l/d_l, \gamma_l = \sqrt{(c_l^2 + a_l f_l)/d_l} = \sqrt{a_l \det \rho_l}/d_l.$$

式中, $\det \rho_l$ 为电阻率张量的行列式值。

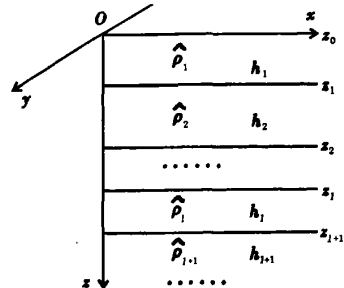


图1 任意各向异性层状地层模型

Fig.1 Arbitrary anisotropic laminar formation model

由电阻率张量的正定性知道, $d_l > 0$, β_l 为纯虚

数。

$$a_l = v^2 \rho_{xx} - 2uv\rho_{xy} + u^2 \rho_{yy} \geq v^2 \rho_{xx} - 2|uv| \sqrt{\rho_{xx}\rho_{yy}} + u^2 \rho_{yy} \geq 0. \quad (25)$$

对于 $k > 0$, 必有 $\gamma_l > 0$ 。这样在第 l 层内, $\bar{P}_j$ 的完整解为

$$\bar{P}_j(z) = A_l^+ e^{-\alpha_l^+(z-z_l)} + A_l^- e^{-\alpha_l^-(z-z_l)}, \quad z_l < z < z_{l+1}. \quad (26)$$

式中, A_l^+ 和 A_l^- 分别为上行波和下行波对应的幅度; α_l^+ 和 α_l^- 分别为上行波和下行波对应的波数。在最下层没有向上的反射波, 即 $A_L = 0$ 。应用 $\bar{P}_j$ 的两个连续性条件, 在 l 层与 $l+1$ 的界面 $z = z_{l+1}$ 处, 由式(11)的 $[\bar{P}_j] = 0, [(d\bar{P}'_j + e\bar{P}_j)/a] = 0$ 得

$$A_l^+ e^{-\alpha_l^+ h_l} + A_l^- e^{-\alpha_l^- h_l} = A_{l+1}^+ + A_{l+1}^-, \quad (27)$$

$$[d_l \bar{P}'_j(z_l^+) + e_l \bar{P}'_j(z_l^-)]/a_l = [d_{l+1} \bar{P}'_j(z_{l+1}^+) + e_{l+1} \bar{P}'_j(z_{l+1}^-)]/a_{l+1}. \quad (28)$$

将式(26)代入式(27), (28)整理得

$$\sqrt{\frac{\det \hat{\rho}_l}{a_l}} [A_l^- e^{-\alpha_l^- h_l} - A_l^+ e^{-\alpha_l^+ h_l}] = \sqrt{\frac{\det \hat{\rho}_{l+1}}{a_{l+1}}} [A_{l+1}^- - A_{l+1}^+]. \quad (29)$$

令 $\xi_l = \sqrt{\det \hat{\rho}_l / a_l}$, 式(29)可表示为

$$\xi_l [A_l^+ e^{-\alpha_l^+ h_l} - A_l^- e^{-\alpha_l^- h_l}] = \xi_{l+1} [A_{l+1}^+ - A_{l+1}^-]. \quad (30)$$

对应的矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} e^{-\alpha_l^+ h_l} & e^{-\alpha_l^- h_l} \\ \xi_l e^{-\alpha_l^+ h_l} & -\xi_l e^{-\alpha_l^- h_l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_l^+ \\ A_l^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \xi_l & -\xi_{l+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{l+1}^+ \\ A_{l+1}^- \end{bmatrix}. \quad (31)$$

若令 $B_l = \xi_l \frac{A_l^+ - A_l^-}{A_l^+ + A_l^-}$, $B_{l+1} = \xi_{l+1} \frac{A_{l+1}^+ - A_{l+1}^-}{A_{l+1}^+ + A_{l+1}^-}$, $l = 1, \dots, L-1$, 在最下层没有反射波场, 得到 $B_L = \xi_L$ 。利用场的连续性条件和 B_l 与 ξ_l 的关系, 上行波及下行波的幅度可表示为

$$\begin{cases} A_l^+ = \frac{(\xi_l + B_{l+1})(A_{l+1}^+ + A_{l+1}^-)e^{\alpha_l^+ h_l}}{2\xi_l}, \\ A_l^- = \frac{(\xi_l - B_{l+1})(A_{l+1}^+ + A_{l+1}^-)e^{\alpha_l^- h_l}}{2\xi_l}. \end{cases} \quad (32)$$

消去 A_l^+ , A_l^- 并利用 B_l 与 B_{l+1} 之间的关系, 有

$$B_l = \xi_l \frac{B_{l+1} + \xi_l \tanh(r_l h_l)}{\xi_l + B_{l+1} \tanh(r_l h_l)}, \quad l = 1, \dots, L-1. \quad (33)$$

利用式(33)的递归关系, 由最下层的 $B_L = \xi_L$, 计算出各层的 B_l ($l = 1, \dots, L-1$), 并且由 B_l 和 $A_l^+ + A_l^-$

$= D_j$ 及 $B_l = \xi_l \frac{A_l^+ - A_l^-}{A_l^+ + A_l^-}$, 可以得到

$$\begin{cases} A_1^+ = \frac{\xi_1 + B_1}{2\xi_1} D_j, A_1^- = \frac{\xi_1 - B_1}{2\xi_1} D_j, \\ \bar{P}'_j(0^+) = -(\beta_1 + \gamma_1 B_1 / \xi_1) D_j. \end{cases} \quad (34)$$

3.2 $\bar{P}_H(k, z)$ 的计算

为了计算磁场, 还须计算 $\bar{P}_H(\hat{k}, z)$ 。由 $\bar{T}_j = k^2 \bar{P}_H - \bar{P}''_H$ 及式(23), 可以将 $\bar{P}_H(\hat{k}, z)$ 表示成如下积分方程^[11]:

$$2k\bar{P}_H(z = z_0) = \int_0^{+\infty} \bar{T}_j(z) e^{-k|z-z_0|} dz - D_H e^{-k|z_0|}. \quad (35)$$

该关系式, 对地下介质 $z \geq 0$ 及空气 $z < 0$ 都成立。特别地, 在地面上 $z = 0$, 有

$$2k\bar{P}_H(0) = \int_0^{+\infty} \bar{T}_j(z) e^{-kz} dz - D_H, \quad (36)$$

$$2\bar{P}'_H(0^+) = \int_0^{+\infty} \bar{T}_j(z) e^{-kz} dz + D_H. \quad (37)$$

对于式(36), (37)中的 $\bar{T}_j$, 由式(10)的第二个关系 $(ck^2 \bar{P}_j - bP'_j)/a = \bar{T}_j$ 可以求得。

3.3 横向各向同性(TI)介质中 $\bar{P}_H(\hat{k}, z)$ 的计算

由式(9)和(10)的系数定义可知, 横向各向同性(TI)介质中, $b = 0, c = 0$ 。因此, $\bar{T}_j = 0$, 方程(36), (37)退化为

$$2k\bar{P}_H(0) = -D_H, \quad 2\bar{P}'_H(0^+) = D_H. \quad (38)$$

4 直流电测量中视电阻率的计算

4.1 标量表示的电流密度及电磁场关系

将标量位的值代入方程(6)即得到电流密度、磁场及电场的计算关系, 即

$$\begin{bmatrix} J_x(0^+) & J_y(0^+) & J_z(0^+) \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} i\{vc_1 k^2 \bar{P}_j(0^+) + (ua_1 - vb_1) \bar{P}'_j(0^+)\}/a_1 \\ i\{-uc_1 k^2 \bar{P}_j(0^+) + (va_1 + ub_1) \bar{P}'_j(0^+)\}/a_1 \\ k^2 \bar{P}'_j(0^+) \end{bmatrix}, \quad (39)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{H}_x(0^+) \\ \bar{H}_x(0^-) \\ \bar{H}_y(0^+) \\ \bar{H}_y(0^-) \\ \bar{H}_z(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i\{v\bar{P}_j(0^+) + u\bar{P}'_H(0^+)\} \\ iuk\bar{P}_H(0) \\ i\{-u\bar{P}_j(0^+) + v\bar{P}'_H(0^+)\} \\ ivk\bar{P}_H(0) \\ k^2 \bar{P}_H(0) \end{bmatrix}, \quad (40)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{E}_x(0^+) \\ \bar{E}_y(0^+) \\ \bar{E}_z(0^+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} & \rho_{xz} \\ \rho_{xy} & \rho_{yy} & \rho_{yz} \\ \rho_{xz} & \rho_{yz} & \rho_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_x(0^+) \\ J_y(0^+) \\ J_z(0^+) \end{bmatrix}.$$

空间域的场通过二维 Fourier 逆变换得到

$$F(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{F}(u, v) \exp[i(ux + vy)] du dv. \quad (41)$$

4.2 视电阻率的计算

由水平电场与视电阻率关系,可以得到各向异性地层的视电阻率^[18]为

$$\begin{cases} \rho_a(r) = G \frac{E_r(0^+)}{I}, \\ E_r(0^+) = \sqrt{E_x^2(0^+) + E_y^2(0^+)} (r = \sqrt{x^2 + y^2}). \end{cases}$$

式中, G 为电极系数, 对于供电电极间距为 $2L$ 的测深装置 $G = \pi L^2$ 。

5 数值模拟结果分析

为了检验上述各向异性地层视电阻率响应特征分析方法的正确性和精度, 首先设计了图2所示的均匀各向异性地层, 沿层面方向和垂直层面方向的电阻率分别为 $\rho_T = 25 \Omega \cdot m$ 和 $\rho_N = 100 \Omega \cdot m$, 地层层面与水平面的夹角为 α , 地层走向沿 y 轴方向。

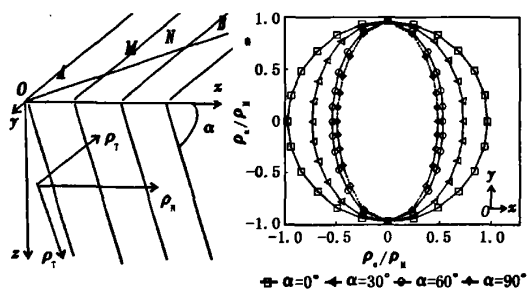


图2 均匀各向异性地层模型(左)及其视电阻率结果(右)

Fig.2 Homogeneous anisotropic formation model and its results of apparent resistivity

采用 Schlumberger 直流装置^[18], 供电电极之间的距离 $2L = 60 m$, 图2中给出了本文的计算结果与解析解对比。图中采用了视电阻率 ρ_a 与各向异性地层电阻率的几何平均 $\rho_M = \sqrt{\rho_T \rho_N}$ 的比值 (ρ_a / ρ_M) 显示, 通常称这种显示方式为极向图或 Argand 图^[18]。图中各点与原点 $(0, 0)$ 的径向矢量长度表示视电阻率的大小, 矢径方向表示测线的方位。可以看到, 离散点的数值解与解析结果一致。需要注意的是, 对于横向各向同性介质 ($\alpha = 0^\circ$), 不同方向测线的电阻率等于各向异性地层电阻率的几何平均 $\rho_a = \rho_M$, 因此在水平砂泥交互储层或水平裂缝层中, 利用直流电测深方法得到的视电阻率小于实际地层的真电阻率, 使视电阻率计算的含油气饱和度偏低。另外, 由于电各向异性地层沿层面方向与垂直层面方向电阻率的差异, 视电阻率在极向图 (Argand 图) 上表现出

明显的反常现象^[18-19], 即沿地层走向的测线得到的视电阻率最大, 沿倾向的测线地层视电阻率最小, 这是利用直流电测深方法研究各向异性地层分布的物理基础。

其次, 为了考察在各向同性背景地层中, 直流电测深方法对各向异性地层的探测能力, 设计了图3所示的两层地层模型, 上部的水平各向异性地层 ($\alpha = 0^\circ$) 覆盖于下部均匀各向同性地层之上, 利用不同的电极距计算视电阻率。不同方位的测线在不同电极距测量时的视电阻率见图3。由图看到, 对应于相同电极距, 视电阻率分布呈同心圆状, 而且电极距较小时, 探测深度小, 测得的视电阻率主要反映上部各向异性层的电阻率。随电极距增大, 探测深度增加, 视电阻率受到下部各向同性地层的影响, 视电阻率仍呈圆形分布, 但视电阻率值增大。注意到, 尽管从视电阻率分布形态难于识别各向异性层的存在, 但视电阻率始终受上部各向异性地层影响, 表明各向异性地层信息仍可以得到反映。

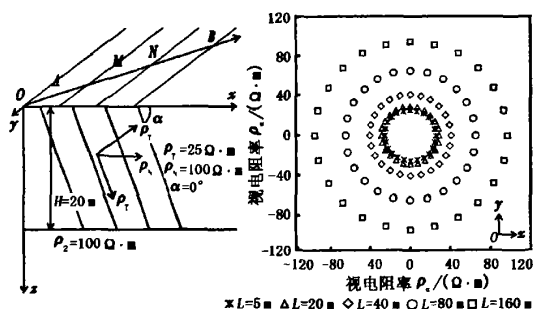


图3 顶部水平各向异性二层模型(左)及其视电阻率结果(右)

Fig.3 Two-layer formation model with electric anisotropy in the top layer and its results of apparent resistivity

再次, 利用图3中地层模型的参数, 将各向异性地层置于下部, 建立图4(左)所示的地层模型。此模型的不同测线方向与不同电极距时视电阻率见图4。与图3结果相同, 对应不同方位的测线得到相同的视电阻率, 同样, 对应于小电极距, 测量得到的视电阻率主要反映上部各向同性层的电阻率。随着电极距的增大, 探测深度增加, 视电阻率受到下部各向异性地层的影响, 但电阻率仍呈圆形分布, 而且视电阻率值接近于各向异性地层电阻率的几何平均。因此, 针对这种情况, 需要精心设计电极距参数, 才能探测到各向异性地层信息。

利用图4中的地层模型参数, 仅将下部各向异

性地层倾角设为 $\alpha = 45^\circ$,不同测线方向与不同电极距时视电阻率结果如图5所示。对应于小电极距($L/H \leq 2$),其结果与图4相似,测量得到的视电阻率主要反映上部各向同性层的电阻率。随着电极距的增大($L/H > 2$),探测深度增加,视电阻率受到下部各向异性地层的影响,视电阻率呈椭圆形分布,长轴指示各向异性地层走向,短轴指示各向异性地层倾向。因此,对于这种情况,通过适当选择电极距,可以描述各向异性地层的分布。

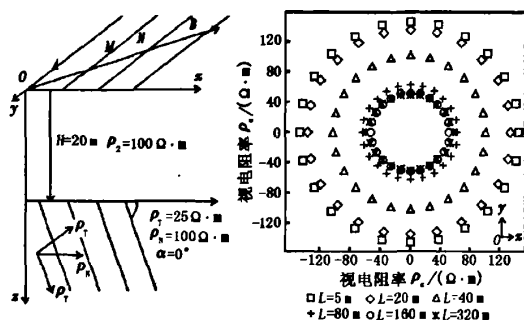


图4 底部水平各向异性二层模型(左)
及其视电阻率结果(右)

Fig.4 Two-layer formation model with horizontal anisotropy in the bottom layer and its results of apparent resistivity

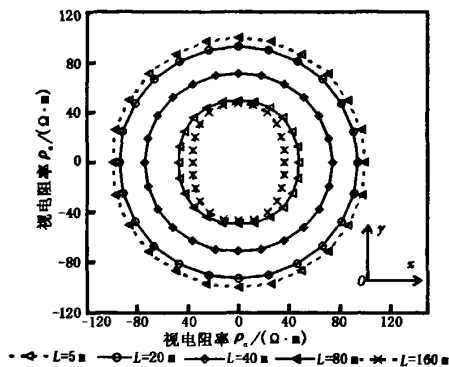


图5 底部低阻各向异性二层模型的视电阻率结果
Fig.5 Two-layer anisotropic formation model with low conductive medium in the bottom layer and its results of apparent resistivity

图6(左)所示的为三层地层模型,中间层为各向异性介质,地层倾角 $\alpha = 45^\circ$ 。此模型的不同测线方向与不同电极距时视电阻率结果见图6(右)。由图看到,对应小电极距时,测量的视电阻率呈圆形分布,对应于上部的均匀地层的电阻率。随着电极距增大(160 m),探测深度加大,视电阻率为椭圆分布,显示了各向异性地层的存在。对应于小电极距,测量

的视电阻率主要反映上部各向异性层的电阻率。随着电极距增大,探测深度增加,视电阻率受下部各向异性地层的影响增大。尽管视电阻率仍呈椭圆形分布,但视电阻率值明显变大,而且长轴方向指示各向异性地层走向,短轴指示各向异性地层倾向。对于这种情况,用视电阻率响应,可以容易地发现各向异性地层的存在。

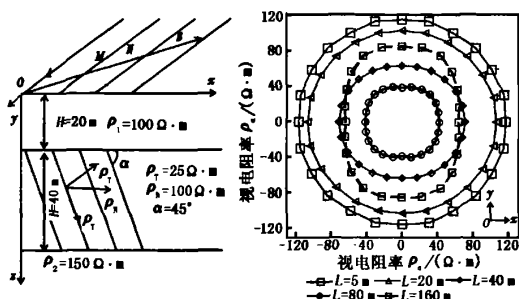


图6 中间层低阻各向异性三层模型(左)
及其视电阻率结果(右)

Fig.6 Three-layer anisotropic formation model with low conductive in the middle layer and its results of apparent resistivity

6 结论

(1)对于水平薄交互层或水平裂缝带这样的横向各向同性(TI)地层,地面测得的视电阻率等于各向异性地层电阻率的几何平均 $\rho_a = \rho_M$,小于实际地层的真电阻率,由视电阻率计算的含油气饱和度偏低。

(2)对于各向异性地层不同方位的测线得到的视电阻率在极向图上表现出明显的反常现象,即沿地层走向的测线视电阻率最大,沿地层倾向的测线视电阻率最小,这是利用直流电测深方法研究方位各向异性地层分布的物理基础。

(3)即使在各向同性上覆地层和围岩中,只要电极距选择适当,各向异性地层的异常响应仍然较为明显,而且视电阻率的椭圆分布仍与各向异性地层的走向及倾向关系密切,利用这一特征可以研究地下各向异性地层的参数分布。

(4)通过精心设计观测系统,利用直流电测深法可以探测裂缝性地层,估计裂缝分布形状及倾斜地层的电性参数,为裂缝性地层的定量评价提供一条新的途径。

参考文献:

- [1] LOSETH L O, URSIN B. Electromagnetic fields in pla-

- narly layered anisotropic media[J]. *Geophys J Int*, 170(1):44-80.
- [2] 谭茂金,张庚骥. 非均匀层状介质中感应测井响应的新型计算方法[J]. *中国石油大学学报:自然科学版*, 2006,30(2):31-35.
TAN Mao-jin, ZHANG Geng-ji. An improved numerical calculation method for induction log response in inhomogeneous stratified media[J]. *Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science)*, 2006,30(2):31-35.
- [3] O'Brien D P, MORRISON H F. Electromagnetic fields in an n-layer anisotropic half-space[J]. *Geophysics*, 1967, 32(4):668-677.
- [4] ASTEN M W. The influence of electrical anisotropy on mise-ala-masse surveys[J]. *Geophys Prosp*, 1974,22:238-245.
- [5] 魏宝君, 张庚骥, LIU Q H. 层状单轴各向异性介质并矢 Green 函数的递推算法及精确计算[J]. *中国科学 (E 辑)*, 2007,37(6):836-850.
WEI Bao-jun, ZHANG Geng-ji, LIU Q H. Recursive algorithm and accurate computation of dyadic Green's functions for stratified uniaxial anisotropic media[J]. *Science in China (Series E)*, 2007,37(6):836-850.
- [6] MATIAS M J S, HABBERJAMZ G M. The effect of structure and anisotropy on resistivity measurements[J]. *Geophysics*, 1986,51(4):964-971.
- [7] LI X, PEDERSEN L B. The electromagnetic response of an azimuthally anisotropic half-space[J]. *Geophysics*, 1991,56(9):1462-1473.
- [8] CHLAMTAC M, ABRAMOVICI F. The electromagnetic fields of a horizontal dipole over a vertically inhomogeneous and anisotropic earth[J]. *Geophysics*, 1981,46(6):904-915.
- [9] ANDERSON B, BARBER T, GIANZERO S. The effect of cross bedding anisotropy on induction tool responses [C]. *Transactions of the 39th SPWLA*, 1998, Paper A.
- [10] PAL B P, DAS Gupta S P. Electric potential due to a point current source over an inhomogeneous anisotropic earth[J]. *Geophys Prosp*, 1984,32(6):943-954.
- [11] YIN C, WEIDELT P. Geoelectrical fields in a layered earth with arbitrary anisotropy[J]. *Geophysics*, 1999,64(2):426-434.
- [12] YIN C, MAURER H M. Electromagnetic induction in a layered earth with arbitrary anisotropy[J]. *Geophysics*, 2001,66(5):1405-1416.
- [13] 魏宝君, LIU Q H. 水平层状介质中基于 DTA 的三维电磁波逆散射快速模拟算法[J]. *地球物理学报*, 2007,50(5):1595-1605.
WEI Bao-jun, LIU Q H. Fast algorithm for simulating 3-D electromagnetic inverse scattering in horizontally stratified medium via DTA[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2007,50(5):1595-1605.
- [14] 魏宝君,张庚骥, LIU Q H. 层状单轴各向异性介质并矢 Green 函数的递推算法及精确计算[J]. *中国科学 (E 辑)*, 2007,37(6):836-850.
WEI Bao-jun, ZHANG Geng-ji, LIU Q H. Recursive algorithm and accurate computation of dyadic Green's functions for stratified uniaxial anisotropic media[J]. *Science in China (Series E)*, 2007,37(6):836-850.
- [15] 魏宝君, LIU Q H. 层状介质中计算体积分方程的弱化 BCGS-FFT 算法[J]. *中国石油大学学报:自然科学版*, 2007,31(1):49-55.
WEI Bao-jun, LIU Q H. Weak-form BCGS-FFT algorithm for volume integral equations in stratified medium[J]. *Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science)*, 2007,31(1):49-55.
- [16] EDWARDS R N, NABIGHIAN M N. The magnetometric resistivity method[C]//NABIGHIAN M N. *Electromagnetic methods in applied geophysics*, Tulsa:Soc Expl Geophys, 1991:47-99.
- [17] PAL B P, MUKHERJEE K. Electric potential due to a point current source over a layered conducting earth with dipping anisotropy[J]. *Geoexploration*, 1986,24(1):15-19.
- [18] BHATTACHARYA P K, PATRA H P. *Direct current geoelectrical sounding* [M]. New York: Elsevier Publ Co, 1968.
- [19] 李金铭. *地电场与电法勘探* [M]. 北京:地质出版社, 2005:79-83.

(编辑 修荣荣)