钙质砂-石英砂单颗粒破碎-强度-尺寸效应 试验研究

孟敏强¹, 袁正鑫², 蒋翔^{3*}

1. 西北农林科技大学水利与建筑工程学院, 杨凌 712100;
2. 香港科技大学土木及环境工程学系, 香港 999077;
3. 重庆大学山地城镇建设与新技术教育部重点实验室, 重庆 400045

* E-mail: cqujiangxiang@163.com

收稿日期: 2021-06-16; 接受日期: 2021-07-14; 网络版发表日期: 2022-04-06

国家自然科学基金优秀青年基金项目(批准号: 51922024)、国家自然科学基金重点基金项目(批准号: 41831282)、国家自然科学基金青年基金项目(批准号: 52108343)、重庆市杰出青年科学基金项目(编号: cstc2019jcyjqqX0014)和中央高校基本科研业务费专项基金项目(编号: 2452020209)资助

摘要 南海岛礁岩土工程建设是我国未来南海战略实施的重要支撑, 钙质砂作为我国南海岛礁工程建设主要的基础填料和建筑材料, 由于特殊的材料来源和形成过程, 使其具有多孔性及易破碎性等特点. 为揭示钙质砂单颗粒破碎-强度-尺寸效应, 对取自南海某岛礁的钙质砂进行不同颗粒粒径的单颗粒破碎试验, 并与相同条件下的石英砂单颗粒破碎试验结果进行对比. 根据单颗粒破碎试验所得的力-位移关系曲线, 分析了钙质砂和石英砂单颗粒破碎模式; 利用Weibull分布函数, 对钙质砂和石英砂的颗粒破碎强度进行了统计分析; 基于尺寸效应, 分析了单颗粒破碎强度随颗粒尺寸的变化规律. 研究表明, 钙质砂和石英砂单颗粒破碎模式均可分为三种模式, 分别是单峰值点、双峰值点以及多峰值点模式; 钙质砂与石英砂单颗粒峰值力随颗粒粒径的增大而增大, 破碎强度随颗粒粒径的增大而减小, 钙质砂和石英砂单颗粒破碎强度均存在明显的尺寸效应; 钙质砂与石英砂单颗粒的破碎能量随颗粒粒径的增大而增大, 当颗粒粒径相同时, 石英砂单颗粒破碎强度和破碎能量均大于钙质砂单颗粒; Weibull分布函数可用于统计钙质砂和石英砂单颗粒破碎强度, 钙质砂和石英砂的Weibull模量分别为2.2和2.97, 且可通过Weibull模量获得更大颗粒粒径的破碎强度. 研究成果可为揭示钙质砂破碎特性及钙质砂场地工程建设稳定性分析提供理论依据.

关键词 钙质砂, 石英砂, 单颗粒破碎强度, Weibull分布, 尺寸效应

1 引言

南海是我国和平发展战略的重要依托, 南海岛礁

的岩土工程建设对我国实现南海海域有效格局管控具有重大意义. 钙质砂作为南海岛礁工程建设主要的基础填料和建筑材料, 是一种由珊瑚碎屑及软体动物碎

引用格式: 孟敏强, 袁正鑫, 蒋翔. 钙质砂-石英砂单颗粒破碎-强度-尺寸效应试验研究. 中国科学: 技术科学, 2022, 52: 1035–1047

Meng M Q, Yuan Z X, Jiang X. Experimental study of the single-particle crushing-strength-size effect of calcareous sand-quartz sand (in Chinese). Sci Sin Tech, 2022, 52: 1035–1047, doi: [10.1360/SST-2021-0241](https://doi.org/10.1360/SST-2021-0241)

片组成的特殊岩土材料, 碳酸钙含量高达90%以上。由于钙质砂独特的成因及组分构成, 导致其具有多孔隙、颗粒形状不规则、脆性及易发生破碎等特点, 与一般陆源砂(如石英砂)的力学性质存在较大差异^[1~5]。因此, 为了更好地开发我国南海资源, 针对钙质砂力学特性开展相关的试验研究尤为必要。

钙质砂作为一种特殊的岩土颗粒材料, 当施加的外荷载超过其本身所能承受的强度时, 钙质砂颗粒发生破碎^[6]。目前国内外针对岩土颗粒材料的颗粒破碎特性及力学性能开展了一系列的室内试验研究。吴京平等人^[7]通过三轴剪切试验分析了颗粒破碎对钙质砂强度变形的影响, 随后刘崇权和汪稔^[8]也对钙质砂的物理力学特性进行了研究, 结果表明, 在研究钙质砂的工程性能时必须考虑颗粒破碎、剪胀及颗粒重排列的影响。Coop等人^[9]通过钙质砂环剪试验研究了钙质砂的颗粒破碎特性, 结果表明钙质砂试样在大剪切位移时会达到一个极限分维, 但是最终的颗粒级配与所施加的法向应力和初始级配有关。单颗粒的力学特性是研究群颗粒力学特性的基础^[10]。Nakata等人^[11]对硅砂进行了一系列的一维压缩试验和单颗粒破碎试验, 结果表明硅砂群颗粒的屈服应力不仅与颗粒粒径有关, 还和单颗粒的破碎强度有关。Lim等人^[12]通过对6种不同颗粒粒径的铁路道砟进行单颗粒破碎试验, 研究了Weibull分布对铁路道砟材料颗粒强度统计的适用性。迟世春等人^[13]通过单颗粒破碎试验研究了堆石料单颗粒破碎强度的Weibull分布, 发现破碎后的小颗粒碎屑的级配服从分形分布。Ma等人^[14]通过开展单颗粒破碎试验, 分别从破碎强度、破碎模式、分形维数以及破碎能量研究了颗粒粒径和加载速率对珊瑚砂力学性能的影响。为了研究岩土颗粒材料的尺寸效应, Frossard等人^[15]基于断裂力学, 在考虑颗粒破碎对尺寸效应影响的条件下, 利用Weibull模量, 提出了一种获得岩土颗粒材料抗剪强度的方法。Xiao等人^[16]和王磊等人^[17]利用声发射和单颗粒破碎试验协同手段研究了钙质砂单颗粒破碎强度的尺寸效应和雪崩动力学特性, 表明雪崩动力学统计规律可以很好地描述钙质砂单颗粒破碎时根据所监测的声发射信号所得到的声发射能量分布、等候时间以及余震序列等。还有一些学者针对外部环境对岩土颗粒材料单颗粒破碎强度的影响开展了相关研究^[18~20]。

岩土颗粒材料的力学特性与一般岩土材料存在明

显不同, 其具有独特的破碎特性且强度具有尺寸效应。本文在前人研究成果基础上, 针对颗粒粒径对岩土颗粒材料力学特性的影响, 开展了钙质砂单颗粒在不同颗粒粒径影响下的单颗粒破碎试验, 并选用相同粒径的石英砂单颗粒进行对比分析。采用X射线衍射(XRD)和扫描电子显微镜(SEM)技术, 从微细观角度阐明了钙质砂和石英砂颗粒形貌的区别; 基于单颗粒破碎试验结果, 分析了钙质砂和石英砂单颗粒破碎模式, 研究了单颗粒破碎峰值力、颗粒破碎强度及破碎能量随颗粒粒径的变化规律; 分析了钙质砂和石英砂单颗粒的残存概率和特征强度与颗粒粒径的关系, 同时采用Weibull分布函数统计了钙质砂和石英砂单颗粒破碎强度, 分析了钙质砂和石英砂颗粒的Weibull模量及尺寸效应, 为研究钙质砂颗粒破碎特性及其场地工程建设稳定性分析提供了理论依据。

2 单颗粒破碎试验

2.1 试验材料

试验所选取的材料为钙质砂和石英砂。钙质砂取自我国南海某岛礁, 主要由珊瑚碎屑及软体生物外壳组成, 相对密度 $G_s=2.79$, 图1(a)为钙质砂单颗粒的XRD图; 石英砂为福建产ISO标准砂, 相对密度 $G_s=2.68$, 图1(b)为石英砂单颗粒的XRD图。由图1可知钙质砂主要成分为碳酸钙(CaCO_3)^[21], 石英砂主要成分为二氧化硅(SiO_2)。

图2为钙质砂和石英砂单颗粒的SEM图。对比钙质砂和石英砂单颗粒放大倍率为200倍时的SEM图可知, 钙质砂单颗粒相比石英砂单颗粒, 其表面具有多孔隙的特性^[17]; 对比钙质砂和石英砂单颗粒放大倍率为1000倍时的SEM图可知, 钙质砂单颗粒表面多孔, 不平整且粗糙, 而石英砂单颗粒表面较为光滑, 孔隙较少, 存在的不平整多为颗粒摩擦等所导致的破损^[22]。对比图2(a)和(b), 可更加直观地观察到钙质砂与石英砂单颗粒的典型微观形貌。

2.2 试验仪器及方案

单颗粒破碎试验仪器采用的是重庆大学煤矿灾害动力学与控制国家重点实验室的Microtest材料测试模块, 该试验系统主要包括3个主要部分: 主显示界面(图3(a))、主控制器(图3(b))以及单颗粒破碎试验装置

图 1 (网络版彩图)试样矿物XRD图. (a) 钙质砂; (b) 石英砂

Figure 1 (Color online) The XRD of the sample mineral. (a) Calcareous sand; (b) quartz sand.

图 2 (网络版彩图)试样SEM图. (a) 钙质砂; (b) 石英砂

Figure 2 (Color online) The SEM of samples. (a) Calcareous sand; (b) quartz sand.

(图3(c)). 单颗粒破碎试验仪器根据试样材料以及所进行的试验类型, 其力的量程可设置为2 N~5 kN之间, 精度为0.01 N, 试验采取数据的时间间隔设置为0.1 s. 由于试验装置两个加载板之间的距离相比于砂颗粒的颗粒粒径较大, 为了减小试验误差, 在两个加载板之间安置一个金属垫块, 并将砂颗粒粘于垫块中部, 以0.1 mm/min的速度进行加载, 以保证试验过程中砂颗粒受力均匀及试验精度. 单颗粒破碎试验加载过程及试验简图如图3(d)所示. 用微距照相机记录砂颗粒的

整个破碎过程.

试验所选用钙质砂和石英砂单颗粒均经105°C, 12 h烘干后备用. 由于钙质砂和石英砂的颗粒形状不规则, 且颗粒粒径较小, 所以选取一定颗粒粒径范围的砂颗粒试样进行试验. 本文所选取的砂颗粒粒径范围为0.8~1, 1.46~1.7以及2~2.36 mm三组, 级配曲线如图4所示, 并以 D_{50} 来代替颗粒粒径. 因此单颗粒破碎试验所选取的钙质砂和石英砂单颗粒的颗粒粒径分别为0.9, 1.58和2.18 mm共3个粒径. McDowell和Amon^[23]的

图3 (网络版彩图)单颗粒破碎试验系统. (a) 显示界面; (b) 主控制器; (c) 单颗粒破碎试验装置; (d) 单颗粒破碎试验简图; (e) 试验前后颗粒对比

Figure 3 (Color online) The single-particle crushing test system. (a) Display screen; (b) main controller; (c) the single-particle crushing test apparatus; (d) the diagram of single-particle crushing; (e) the comparison before and after test.

图4 (网络版彩图)试样级配曲线

Figure 4 (Color online) The particle size distribution of samples.

研究表明,当应用Weibull分布函数统计分析岩土颗粒材料的单颗粒破碎强度时,需保证单颗粒试样的颗粒形状相似,因此将烘干后的钙质砂和石英砂分别进行筛分,并在筛分后的砂颗粒中挑选出颗粒形状相似的进行试验.当砂颗粒破碎成3~4小块时,且每一小块均小于1/2颗粒大小时,试验结束,如图3(e)所示.研究表明^[24],对于岩土颗粒材料的单颗粒破碎试验,在95%的置信区间内,30次试验所得到的总体标准差与真实值的偏差可以控制在25%以内.因此,本文钙质砂和石英砂单颗粒破碎试验3个粒径分别选取30颗砂颗粒进行,选取颗粒数量与已有相关岩土颗粒材料研究类

似^[18,25].钙质砂和石英砂单颗粒数分别共90颗,具体如表1所示.

3 试验结果

3.1 单颗粒破碎模式

单颗粒破碎模式一般可分为无明显破损、单一棱角破损、多棱角破损、断裂和破碎颗粒的进一步破损5种^[11].但是单颗粒破碎过程一般不会只存在一种模式,往往是两种及两种以上模式共存^[26].图5为典型钙质砂单颗粒加载过程力-位移关系曲线图及微距照相机记录破碎过程图.由图5可知,在加载初始阶段,钙质砂单颗粒较为完整,随着加载位移的增大,力也随之增大;当到达第一个峰值点时,钙质砂单颗粒开始出现裂纹,力-位移曲线出现一个大的力降(即力-位移关系曲线的抖动);加载位移继续增大,力-位移曲线呈现锯齿状,多个小的力降出现,这主要是因为钙质砂单颗粒棱角的破损;随后出现第二个峰值点,钙质砂单颗粒裂纹完全贯通;当出现第三个峰值点时,钙质砂单颗粒完全裂开,随后不能再继续承受力的作用,力-位移曲线急剧下降,钙质砂单颗粒完全破碎.石英砂单颗粒破碎过程与钙质砂单颗粒破碎过程类似,此处不再赘述.

将钙质砂和石英砂3个颗粒粒径各90颗砂颗粒的力-位移曲线进行统计分析,发现单颗粒破碎主要可分为单峰值点、双峰值点以及多峰值点三种主要模式,如图6所示.由图6(a)可知对于单峰值点破碎模式的钙

表 1 钙质砂和石英砂颗粒粒径分布表**Table 1** The distribution of the particle size of calcareous sand and quartz sand

粒径范围 (mm)	D_{50} (mm)	钙质砂颗粒 数量	石英砂颗粒 数量
0.8~1	0.9	30	30
1.46~1.7	1.58	30	30
2~2.36	2.18	30	30

图 5 (网络版彩图)典型钙质砂单颗粒力-位移关系曲线图及破坏过程**Figure 5** (Color online) The force-displacement curve and process of failure of representative calcareous sand.

质砂单颗粒, 在试验过程中力随着位移的增大而增大, 在达到峰值点时, 钙质砂单颗粒破裂并伴随着清脆的声音, 力-位移关系曲线有一个陡峭的力降, 试验结束; 双峰值点破碎模式的钙质砂单颗粒, 在试验初阶段, 力随着位移的增大而增大, 在达到第一个峰值点时, 有一个突然的力降, 此时钙质砂单颗粒一般只出现裂缝或者裂纹, 而其本身还能继续承受力的作用, 随着试验的继续, 出现第二个峰值点, 钙质砂单颗粒完全破碎, 试验结束; 多峰值点破碎模式的钙质砂单颗粒, 在试验初阶段, 力随着位移的增大而增大, 在达到第一个峰值点时, 有一个突然力降, 与双峰值点破碎模式类似, 此时一般只出现一个裂纹, 而钙质砂单颗粒还能够继续承受力的作用(其他多峰值点破碎模式中还存在试验初期, 力-位移关系曲线呈现一个锯齿状的上升, 这是由于钙质砂单颗粒棱角的破损所导致的), 随着试验的继续, 随后会出现多个峰值点, 当力-位移关系曲线不

再上升时, 钙质砂单颗粒完全破碎, 试验结束. 在钙质砂单颗粒破碎模式中, 单峰值点破碎模式、双峰值点破碎模式和多峰值点破碎模式的单颗粒数分别占总颗粒数的43.5%, 14.1%和42.4%.

石英砂单颗粒破碎模式也可按照其力-位移曲线峰值点的不同, 分为单峰值点、双峰值点以及多峰值点三种主要模式, 如图6(b)所示, 主要分析过程与钙质砂单颗粒类似, 不同点在于石英砂含有的 SiO_2 较钙质砂含有的 CaCO_3 强度高, 属于典型的脆性材料破碎, 一般只出现一个峰值点, 少数情况出现双峰值点和多个峰值点, 单峰值点破碎模式、双峰值点破碎模式和多峰值点破碎模式单颗粒数分别占石英砂总颗粒数的63.7%, 16.5%和19.8%. 对比图6(a)和(b)的力-位移关系曲线, 钙质砂和石英砂单颗粒在达到力峰值点后, 发生破碎, 钙质砂单颗粒的力-位移关系曲线下落坡度与石英砂相比较缓, 这是因为钙质砂单颗粒发生破碎后, 部分小颗粒的棱角还在发生破损.

3.2 单颗粒破碎强度

对于单颗粒破碎强度的计算, 目前多采用两种计算方式, 第一种为 $\sigma = F/d^2$ ^[20,27], 第二种为 $\sigma = 0.9F/d^2$ ^[26], 其中 σ 为材料所受压应力, F 为试验中所得到的力的大小, d 为颗粒粒径. 颗粒粒径可采用其平均粒径 D_{50} 表示, 也可通过测量其长轴(L)、中轴(I)和短轴(S)来确定. 通过长中短轴确定其颗粒粒径方法主要有 $d=S$, $d=(L+I+S)/3$, $d=\sqrt[3]{LIS}$, $d=0.887\sqrt[3]{LIS}$ 和 $d=\sqrt{IS}$ 共5种^[28]. 为简化起见, 本文采用第一种计算方式确定单颗粒破碎强度, 并采用平均粒径 D_{50} 表示颗粒粒径.

图7为选取的典型钙质砂单颗粒不同颗粒粒径条件下的力-位移关系曲线及应力-应变关系曲线对比图, 其中 F_f 为最大峰值力, σ_f 为最大峰值应力. 由图7(a)可知, 钙质砂单颗粒的最大峰值力 F_f 随着颗粒粒径 d 的增大而增大, 例如当 $d=0.9$ mm时, F_f 约为44 N, 而当 $d=2.18$ mm时, F_f 约为105 N, 后者较前者增大了约138.64%; 但是图7(b)得到的规律恰好与图7(a)相反, 钙质砂单颗粒的最大峰值应力 σ_f 随着颗粒粒径 d 的增大而减小, 例如当 $d=0.9$ mm时, σ_f 约为54 MPa, 而当 $d=2.18$ mm时, σ_f 约为22 MPa, 后者较前者减小了约59.26%, 这是因为颗粒粒径越大, 颗粒内部孔隙或已形成的天然裂纹越多, 从而导致强度越小, 这与文献[29]得到的规律一致.

图 6 (网络版彩图)砂颗粒破碎模式. (a) 钙质砂; (b) 石英砂

Figure 6 (Color online) The crushing modes of sand particles. (a) Calcareous sand; (b) quartz sand.

图 7 (网络版彩图)典型钙质砂单颗粒不同颗粒粒径强度对比曲线. (a) 力-位移关系图; (b) 应力-应变关系图

Figure 7 (Color online) Comparison curves of strength of different particle sizes of representative calcareous sand. (a) Force-displacement relationship; (b) stress-strain relationship.

图8为选取的典型石英砂单颗粒不同颗粒粒径条件下的力-位移关系曲线及应力-应变关系曲线对比图, 其所得到的结论与钙质砂单颗粒得到的结论类似, 即随着颗粒粒径的增大, 最大峰值力增大, 如当 $d=0.9$ mm时, F_f 约为66 N, 而当 $d=2.18$ mm时, F_f 约为131 N, 后者较前者增大了约98.48%; 而最大峰值应力在减小, 如当 $d=0.9$ mm时, σ_f 约为82 MPa, 而当 $d=2.18$ mm时, σ_f 约为28 MPa, 后者较前者减小了约65.85%.

3.3 单颗粒破碎能量

单颗粒破碎试验可直接获得单颗粒发生破碎时的最大峰值力与位移, 经简单换算后, 即可得到单颗粒破碎强度. 对于单颗粒破碎能量, 则无法直接通过试验获得, 但是已有研究表明, 单颗粒破碎能量可以表述为破

碎力相对于位移的积分函数^[30], 如式(1)所示:

$$E_f = \int_0^{\Delta} F d\Delta, \quad (1)$$

其中, E_f 为单颗粒破碎能量, F 为破碎力, Δ 为位移. 单颗粒破碎能量计算示意图如图9所示, 其中阴影部分为单颗粒破碎能量^[31].

对于单颗粒破碎能量, 即使相同颗粒材料的颗粒粒径相同形状相似, 其破碎能量也不尽相同. 本文采用与文献[31]相同的方法, 即用相同颗粒粒径条件下的平均单颗粒破碎能量代替单颗粒破碎能量 E_f 进行统计分析, 破碎能量值具体如表2所示. 由表2可知, 钙质砂和石英砂单颗粒的破碎能量均随着颗粒粒径的增大而增大, 这是因为颗粒粒径越大, 其蕴含的能量就越大, 当所施加的荷载超过其颗粒本身所能承受的荷载

图 8 (网络版彩图)典型石英砂单颗粒不同颗粒粒径强度对比曲线. (a) 力-位移关系图; (b) 应力-应变关系图

Figure 8 (Color online) Comparison curves of strength of different particle sizes of representative quartz sand. (a) Force-displacement relationship; (b) stress-strain relationship.

图 9 (网络版彩图)单颗粒破碎能量计算示意图

Figure 9 (Color online) Schematic diagram of single-particle crushing energy calculation.

表 2 钙质砂和石英砂单颗粒破碎能量分布表

Table 2 The distribution of the crushing energy of single-particle calcareous sand and quartz sand

D_{50} (mm)	钙质砂单颗粒破碎 能量 (mJ)	石英砂单颗粒破碎 能量 (mJ)
0.9	1.56	2.93
1.58	3.57	4.17
2.18	4.27	5.24

时, 颗粒发生破碎, 破碎时所释放的能量也越大. 例如, 当 $d=0.9$ mm时, 钙质砂和石英砂单颗粒破碎能量分别为1.56和2.93 mJ, 但是当 $d=2.18$ mm时, 钙质砂和石英

砂单颗粒破碎能量分别为4.27和5.24 mJ, 分别增长了173.72%和78.84%. 由表2还可知, 石英砂单颗粒破碎能量均高于钙质砂单颗粒破碎能量, 当 $d=0.9$ mm时, 石英砂单颗粒破碎能量较钙质砂单颗粒破碎高了87.82%, 当 $d=2.18$ mm时, 石英砂单颗粒破碎能量较钙质砂单颗粒破碎能量高了22.72%. 这主要是由于石英砂颗粒的主要成分为 SiO_2 , 而钙质砂颗粒的主要成分为 CaCO_3 , 一般情况下 SiO_2 的强度高于 CaCO_3 的强度, 因此即使在相同颗粒粒径下的石英砂颗粒和钙质砂颗粒, 石英砂颗粒中所蕴含的能量更大, 在破碎时所释放的能量也就越大. 再通过与文献[31]对比可知, 本文钙质砂和石英砂单颗粒的破碎能量增长速率较慢, 这是因为文献[31]中试样是堆石料, 且最小颗粒粒径为2.5 mm, 最大颗粒粒径为10 mm, 与本文存在一定的差异性.

4 颗粒破碎强度的Weibull分布及尺寸效应

4.1 颗粒破碎强度的Weibull分布

与塑性材料颗粒强度不同, 脆性材料的颗粒强度具有较大的离散性. 研究表明, Weibull分布函数[32]可以较好地描述脆性材料的破碎, 并已证实在统计岩土颗粒材料的强度方面具有较好的适用性[33~35], 其具体表达式为

$$P_s = \exp \left[- \left(\frac{\sigma}{\sigma_{0,d}} \right)^m \right], \quad (2)$$

表 3 单颗粒Weibull分布及特征强度

Table 3 The Weibull distribution and characteristic strength of single-particle sand

D_{50} (mm)	钙质砂			石英砂		
	Weibull模量	平均Weibull模量	37%特征应力 (MPa)	Weibull模量	平均Weibull模量	37%特征应力 (MPa)
0.9	2.2		41.9	3.3		69.9
1.58	2.4	2.2	23.9	2.5	2.97	44.5
2.18	2.0		16.6	3.1		24.7

图 10 (网络版彩图)砂单颗粒残存概率分布图. (a) 钙质砂; (b) 石英砂

Figure 10 (Color online) Surviving probability distribution of single-particle of sand. (a) Calcareous sand; (b) quartz sand.

其中, P_s 为颗粒的残存概率, 即在某一特征应力作用下未发生破碎的颗粒数占总颗粒数的比例, 一般用公式 $P_s = n/N$ 来计算, 其中 n 为在该特征应力下未破碎颗粒数, N 为试验的总颗粒数, 本文在给定颗粒粒径时的总颗粒数 $N=30$; σ 为给定的某一特征应力, $\sigma_{0,d}$ 为残存概率 37% 时 (当 $\sigma = \sigma_{0,d}$ 时, 残存概率 $P_s = 1/e \approx 37\%$ [36]) 所对应的特征应力, 一般简称 37% 特征应力, 其中钙质砂和石英砂颗粒的 37% 特征应力如表 3 所示; m 为 Weibull 模量, 表征颗粒强度的离散性, m 值越小, 颗粒强度的离散性越大.

图 10 为不同颗粒粒径的钙质砂和石英砂单颗粒在某一特征应力作用下的残存概率曲线图, 可发现钙质砂与石英砂表现出相似的变化规律. 由图 10 可知, 不同颗粒粒径的砂颗粒的破碎强度不同, 颗粒粒径较小的砂颗粒的破碎强度明显高于粒径较大的, 且随着颗粒粒径的增大, 砂颗粒破碎强度的分布范围减小; 由图 10 还可发现, 在给定某一特征应力作用下, $d = 0.9$ mm 的砂颗粒残存概率明显高于 $d = 1.58$ mm 和 $d = 2.18$ mm 的砂颗粒, 这也验证了上文所解释的原因,

即颗粒粒径较大的砂颗粒相比于颗粒粒径较小的砂颗粒, 其内部含有更多的孔隙和裂纹, 更容易发生破碎. 图 11 为将图 10 中的砂颗粒破碎强度进行归一化后结果, 可知 3 个颗粒粒径的钙质砂和石英砂单颗粒破碎强度归一化后的残存概率曲线落在了一个较小的范围内, 基本重合, 说明归一化后的单颗粒破碎强度与颗粒粒径无关.

为方便使用 Weibull 分布函数来描述单颗粒破碎强度分布, 从而求得 Weibull 模量 m , 判别单颗粒破碎强度的离散性, 对式 (2) 等号两边进行对数变换, 具体表达式如下:

$$\begin{cases} \ln\left(\ln\left(\frac{1}{P_s}\right)\right) = m \ln\left(\frac{\sigma}{\sigma_{0,d}}\right), \\ \ln\left(\ln\left(\frac{1}{P_s}\right)\right) = m \ln \sigma - b, \end{cases} \quad (3)$$

其中, $b = m \ln \sigma_{0,d}$. 当 $\ln(\ln(1/P_s)) = 0$ 时, 可得 37% 特征应力 $\sigma_{0,d} = \sigma$, $\ln(\ln(1/P_s))$ 和 $\ln(\sigma/\sigma_{0,d})$ 的斜率即为 Weibull 模量 m . 图 12 为钙质砂和石英砂单颗粒的 Weibull 分布曲线图,

图 11 (网络版彩图)砂单颗粒破碎强度归一化残存概率分布图. (a) 钙质砂; (b) 石英砂

Figure 11 (Color online) Normalized surviving probability distribution of single-particle of sand. (a) Calcareous sand; (b) quartz sand.

图 12 (网络版彩图)砂颗粒强度Weibull分布图. (a) 钙质砂; (b) 石英砂

Figure 12 (Color online) Weibull distribution of sand particle strength. (a) Calcareous sand; (b) quartz sand.

不同颗粒粒径的钙质砂和石英砂Weibull模量 m 具体数值如表3所示. 由表3可知, 对于同一种材料, 其Weibull模量 m 数值差异性较小, 又由于Weibull模量 m 本身为材料的一种特性, 因此采用3个颗粒粒径的Weibull模量 m 平均值来表述该材料的Weibull模量 $\bar{m}$, 因此钙质砂和石英砂的最终Weibull模量 m 分别为2.2和2.97, 其中钙质砂的单颗粒破碎强度的离散性较石英砂的大.

为验证所求Weibull模量 m 的合理性, 采用McDowell和Harireche^[37]所提出的理论公式分析试验所得的平均峰值力与利用Weibull模量 m 所得到的理论平均峰

值力的关系, 具体表达式如下:

$$F = \Gamma \left(1 + \frac{1}{m} \right) \sigma_{0,d} d^2, \quad (4)$$

其中, F 为理论平均峰值力, Γ 为伽马函数, 具体数值可通过查表得到. 本文钙质砂的伽马函数值为0.8856, 石英砂的伽马函数值为0.8927, 具体对比如图13所示. 由图13可知试验平均峰值力与理论平均峰值力差距较小, 其两者拟合得到的 $y=x$ 直线的相关系数 R^2 可达0.98. 因此说明本文所求钙质砂和石英砂的Weibull模量 m 是合理的.

图 13 (网络版彩图)试验平均峰值力与理论平均峰值力对比
Figure 13 (Color online) Comparison curve of test average peak force and theoretical average peak force.

4.2 颗粒破碎强度的尺寸效应

对于易破碎的岩土颗粒材料, 其破碎强度不仅存在离散性, 还存在明显的尺寸效应^[38]. 目前对于单颗粒的破碎强度, 也多采用Weibull分布来分析尺寸效应对单颗粒破碎强度的影响. 通过对其尺寸效应的分析, McDowell和Amon^[23]和Frossard等人^[15]给出了破碎强度与颗粒粒径的关系, 如式(5)所示:

$$\sigma \propto d^{-3/m} \quad (5)$$

由表3和图14(a)可知, 钙质砂和石英砂单颗粒的37%特征应力 $\sigma_{0,d}$ 具有明显的尺寸效应, 即随着颗粒粒

径的增大, 37%特征应力在减小, 即单颗粒破碎强度减小. 利用式(5)对其进行拟合验证发现, 式(5)所得曲线与试验结果基本一致, 其中钙质砂和石英砂单颗粒的37%特征应力与颗粒粒径的关系曲线相关系数 R^2 分别为0.91和0.94. 一般情况下, 即使材料和颗粒粒径完全相同的两个颗粒, 其形状和内部孔隙也不可能完全一样. 因此在分析单破碎强度时, 也可采用单颗粒破碎过程中的平均峰值强度代替某种材料在某个颗粒粒径下的单颗粒破碎强度. 图14(b)为钙质砂和石英砂单颗粒平均破碎强度对比分析图. 由图14(b)可知, 钙质砂和石英砂单颗粒平均破碎强度与式(5)所得的理论结果吻合度较好, 具有明显的尺寸效应. 由图14还可知, 钙质砂3个颗粒粒径的37%特征应力和单颗粒平均破碎强度均低于石英砂, 这与上述所分析破碎能量原因类似, 主要是由于 CaCO_3 的强度低于 SiO_2 , 同时钙质砂相对于石英砂, 其表面粗糙, 内部的孔隙和裂纹较多. 图14同时验证了所求得钙质砂和石英砂的Weibull模量的合理性. 因此, 利用式(5)能够预测更大颗粒粒径的破碎强度, 可为工程实践提供相应的理论依据.

5 结论

本文对3种不同颗粒粒径的钙质砂单颗粒开展了单颗粒破碎试验, 并与相同颗粒粒径的石英砂单颗粒破碎试验结果进行对比分析, 研究了砂颗粒的破碎模式、破碎强度、破碎能量、Weibull分布及破碎强度的尺寸效应. 主要得到如下结论.

图 14 (网络版彩图)单颗粒破碎强度的尺寸效应. (a) 37%特征应力与颗粒粒径双对数关系图; (b) 平均强度与颗粒粒径关系图

Figure 14 (Color online) Size effect of single-particle crushing strength. (a) The relationship between 37% characteristic stress and particle size in the double logarithmic coordinates; (b) the relationship between average strength and particle size.

(1) 钙质砂单颗粒的破碎模式根据力-位移关系曲线可分为3种, 即单峰值点破碎模式、双峰值点破碎模式和多峰值点破碎模式, 石英砂单颗粒破碎模式存在类似的规律; 钙质砂和石英砂单颗粒的力-位移关系曲线存在明显不同, 达到峰值力后, 钙质砂单颗粒的力-位移关系曲线下降坡度与石英砂单颗粒相比较缓。

(2) 随着颗粒粒径的增大, 钙质砂和石英砂单颗粒的峰值力增大, 而相应的峰值应力减小; 其破碎能量也随着颗粒粒径的增大而增大。但相同颗粒粒径下, 石英砂单颗粒的峰值应力和破碎能量大于钙质砂单颗粒。

(3) 通过单颗粒破碎试验获得了钙质砂和石英砂单颗粒的残存概率与特征应力之间的关系曲线, 同时

阐明了Weibull分布函数在岩土颗粒材料中的应用, 验证了Weibull分布在描述砂颗粒破碎强度分布规律的适用性。在本文的试验和颗粒粒径条件下, 钙质砂和石英砂的Weibull模量分别为2.2和2.97, 且钙质砂单颗粒破碎强度的离散性更大。

(4) 钙质砂和石英砂颗粒的37%特征应力与单颗粒平均破碎强度均存在明显的尺寸效应, 即单颗粒的37%特征应力与单颗粒平均破碎强度随着颗粒粒径的增大而减小, 且可采用Weibull模量来预测更大颗粒粒径的破碎强度。另外本文所进行的单颗粒破碎试验颗粒粒径较小, 对于更大粒径单颗粒破碎能量及Weibull模量值还需要通过试验进一步验证。

参考文献

- Liu C Q, Yang Z Q, Wang R. The present condition and development in studies of mechanical properties of calcareous soils (in Chinese). *Rock Soil Mech*, 1995, 16: 74–84 [刘崇权, 杨志强, 汪稔. 钙质土力学性质研究现状与进展. *岩土力学*, 1995, 16: 74–84]
- Liu C Q, Wang R, Wu X S. Some problems for the tests of physico-mechanical properties of calcareous sand (in Chinese). *Rock Soil Mech*, 1999, 18: 91–94 [刘崇权, 汪稔, 吴新生. 钙质砂物理力学性质试验中的几个问题. *岩石力学与工程学报*, 1999, 18: 91–94]
- Hassanlourad M, Rasouli M R, Salehzadeh H. A comparison between the undrained shear behavior of carbonate and quartz sands. *Int J Civil Eng*, 2014, 12: 338–350
- Wang G, Wang Z, Ye Q, et al. Particle breakage and deformation behavior of carbonate sand under drained and undrained triaxial compression. *Int J Geomech*, 2020, 20: 04020012
- Xiao Y, Yuan Z, Desai C S, et al. Effects of load duration and stress level on deformation and particle breakage of carbonate sands. *Int J Geomech*, 2020, 20: 06020014
- Wu Y, Cui J, Li N, et al. Experimental study on the mechanical behavior and particle breakage characteristics of hydraulic filled coral sand on a coral reef island in the South China Sea (in Chinese). *Rock Soil Mech*, 2020, 41: 3181–3191 [吴杨, 崔杰, 李能, 等. 岛礁吹填珊瑚砂力学行为与颗粒破碎特性试验研究. *岩土力学*, 2020, 41: 3181–3191]
- Wu J P, Chu Y, Lou Z G. Influence of particle breakage on deformation and strength properties of calcareous sands (in Chinese). *Chin J Geotech Eng*, 1997, 19: 51–57 [吴京平, 褚瑶, 楼志刚. 颗粒破碎对钙质砂变形及强度特性的影响. *岩土工程学报*, 1997, 19: 51–57]
- Liu C Q, Wang R. Preliminary research on physical and mechanical properties of calcareous sand (in Chinese). *Rock Soil Mech*, 1998, 19: 32–37, 44 [刘崇权, 汪稔. 钙质砂物理力学性质初探. *岩土力学*, 1998, 19: 32–37, 44]
- Coop M R, Sorensen K K, Bodas Freitas T, et al. Particle breakage during shearing of a carbonate sand. *Géotechnique*, 2004, 54: 157–163
- Jiang M J, Xu Z W, Liu J, et al. Experimental study on single-particle crushing of calcareous sand under cyclic loading (in Chinese). *J Tianjin Univ (Sci Technol)*, 2019, 52: 23–28 [蒋明镜, 许泽伟, 刘俊, 等. 循环荷载下钙质砂单颗粒破碎试验研究. *天津大学学报(自然科学与工程技术版)*, 2019, 52: 23–28]
- Nakata Y, Kato Y, Hyodo M, et al. One-dimensional compression behaviour of uniformly graded sand related to single particle crushing strength. *Soils Found*, 2001, 41: 39–51
- Lim W L, McDowell G R, Collop A C. The application of Weibull statistics to the strength of railway ballast. *Granul Matter*, 2004, 6: 229–237
- Chi S C, Wang F, Jia Y F, et al. Modeling particle breakage of rockfill materials based on single particle strength (in Chinese). *Chin J Geotech Eng*, 2015, 37: 1780–1785 [迟世春, 王峰, 贾宇峰, 等. 考虑细观单粒强度的堆石料破碎特性研究. *岩土工程学报*, 2015, 37: 1780–1785]
- Ma L J, Li Z, Wang M Y, et al. Effects of size and loading rate on the mechanical properties of single coral particles. *Powder Tech*, 2019, 342: 961–971
- Frossard E, Hu W, Dano C, et al. Rockfill shear strength evaluation: A rational method based on size effects. *Géotechnique*, 2012, 62: 415–427

- 16 Xiao Y, Wang L, Jiang X, et al. Acoustic emission and force drop in grain crushing of carbonate sands. *J Geotech Geoenviron Eng*, 2019, 145: 04019057
- 17 Wang L, Jiang X, Xiao Y, et al. Experimental research on the size effect and avalanche dynamics characteristics of calcareous sand particles (in Chinese). *Chin J Geotech Eng*, 2021, 43: 1029–1038 [王磊, 蒋翔, 肖杨, 等. 钙质砂颗粒的尺寸效应及雪崩动力学特性试验研究. *岩土工程学报*, 2021, 43: 1029–1038]
- 18 Xiao Y, Sun Z C, Desai C S, et al. Strength and surviving probability in grain crushing under acidic erosion and compression. *Int J Geomech*, 2019, 19: 04019123
- 19 Manso J, Marcelino J, Caldeira L. Single-particle crushing strength under different relative humidity conditions. *Acta Geotech*, 2021, 16: 749–761
- 20 Meng M, Sun Z, Wang C, et al. Size effect on mudstone strength during freezing-thawing cycle. *Environ Geotech*, 2019, 1–13
- 21 Xiao Y, Liu H, Xiao P, et al. Fractal crushing of carbonate sands under impact loading. *Géotech Lett*, 2016, 6: 199–204
- 22 Ma Q F, Liu H L, Xiao Y, et al. Compression and particle breakage features of calcareous sand under high stress (in Chinese). *J Disast Prevent Mitig Eng*, 2018, 38: 1020–1025 [马启峰, 刘汉龙, 肖杨, 等. 高应力作用下钙质砂压缩及颗粒破碎特性试验研究. *防灾减灾工程学报*, 2018, 38: 1020–1025]
- 23 McDowell G R, Amon A. The application of Weibull statistics to the fracture of soil particles. *Soils Found*, 2000, 40: 133–141
- 24 McDowell G R. Statistics of soil particle strength. *Géotechnique*, 2001, 51: 897–900
- 25 Xiao Y, Meng M Q, Daouadji A, et al. Effects of particle size on crushing and deformation behaviors of rockfill materials. *Geosci Front*, 2020, 11: 375–388
- 26 Wang W, Coop M R. An investigation of breakage behaviour of single sand particles using a high-speed microscope camera. *Géotechnique*, 2016, 66: 984–998
- 27 Jayatilaka A D S, Trustrum K. Statistical approach to brittle fracture. *J Mater Sci*, 1977, 12: 1426–1430
- 28 Wu X H, Cai Y Q, Xu S F, et al. Effects of size and shape on the crushing strength of coral sand particles under diametral compression test. *Bull Eng Geol Environ*, 2021, 80: 1829–1839
- 29 Ovalle C, Frossard E, Dano C, et al. The effect of size on the strength of coarse rock aggregates and large rockfill samples through experimental data. *Acta Mech*, 2014, 225: 2199–2216
- 30 Wang Y, Shao C, Xu Y. Fractal crushing of solid particles. *KSCE J Civ Eng*, 2017, 21: 987–993
- 31 Meng M Q, Wang L, Jiang X, et al. Single-particle crushing test and numerical simulation of coarse grained soil based on size effect (in Chinese). *Rock Soil Mech*, 2020, 41: 2953–2962 [孟敏强, 王磊, 蒋翔, 等. 基于尺寸效应的粗粒土单颗粒破碎试验及数值模拟. *岩土力学*, 2020, 41: 2953–2962]
- 32 Weibull W. A statistical distribution function of wide applicability. *J Appl Mech*, 1951, 13: 293–297
- 33 Guida G, Bartoli M, Casini F, et al. Weibull distribution to describe grading evolution of materials with crushable grains. *Procedia Eng*, 2016, 158: 75–80
- 34 Zhang Y D, Buscarnera G, Einav I. Grain size dependence of yielding in granular soils interpreted using fracture mechanics, breakage mechanics and weibull statistics. *Géotechnique*, 2016, 66: 149–160
- 35 Zhang Z T, Gao W H, Zhang Z M, et al. Evolution of disintegration breakage of red sandstone particles using Weibull distribution (in Chinese). *Rock Soil Mech*, 2020, 41: 1–10 [张宗堂, 高文华, 张志敏, 等. 基于Weibull分布的红砂岩颗粒崩解破碎演化规律. *岩土力学*, 2020, 41: 1–10]
- 36 Nakata A F L, Hyde M, Hyodo H, et al. A probabilistic approach to sand particle crushing in the triaxial test. *Géotechnique*, 1999, 49: 567–583
- 37 McDowell G R, Harireche O. Discrete element modelling of soil particle fracture. *Géotechnique*, 2002, 52: 131–135
- 38 Zhou M J, Wen Y F, Deng G, et al. Three-dimensional discrete element simulation of random breaking strength and size effect in single particle splitting test of rockfill (in Chinese). *Rock Soil Mech*, 2019, 40: 503–510 [周梦佳, 温彦锋, 邓刚, 等. 堆石料单颗粒劈裂试验破碎强度随机性与尺寸效应的三维离散元模拟. *岩土力学*, 2019, 40: 503–510]

Experimental study of the single-particle crushing-strength-size effect of calcareous sand-quartz sand

MENG MinQiang¹, YUAN ZhengXin² & JIANG Xiang³

¹ College of Water Resources and Architectural Engineering, Northwest A&F University, Yangling 712100, China;

² Department of Civil and Environmental Engineering, Hong Kong University of Science and Technology, Hong Kong 999077, China;

³ Key Laboratory of New Technology for Construction of Cities in Mountain Area, Chongqing University, Chongqing 400045, China

Geotechnical engineering constructions of islands and reefs in the South China Sea are important for the implementation of the South China Sea strategy in the future. Calcareous sand is the main material of foundations and buildings for engineering construction of the island and reef of South China. Calcareous sand has the characteristics of porosity and fragility because of the special material source and formation process. A series of single-particle crushing tests for calcareous sand of different particle sizes taken from the island and reef of South China was performed to determine the crushing strength characteristics and size effect. The experimental results were compared with the single-particle crushing test results of quartz sand under identical conditions. According to the force-displacement curves plotted based on the single-particle crushing test results, the crushing modes of single particles of calcareous and quartz sand were analyzed. The particle-crushing strengths of calcareous and quartz sand were analyzed statistically based on the Weibull distribution function. The relationship between the single-particle crushing strength and particle size was explained based on the size effect. The results show that the single-particle crushing mode of calcareous and quartz sand can be divided into three modes, namely, the single peak point mode, double peak point mode, and multipeak point mode. The peak force of a single particle of calcareous sand and quartz sand decreases with a decrease in particle size. However, its crushing strength decreases with an increase in particle size and shows an obvious size effect. The crushing energy increases with an increase in particle size. The crushing strength and crushing energy of single-particle of quartz sand are greater than those of single-particle of calcareous sand when the particle sizes of calcareous and quartz sand are identical. The Weibull distribution can be applied to calculate the crushing strength of the calcareous and quartz sand well. The values of the Weibull modulus are 2.2 and 2.97 for calcareous and quartz sand, respectively. The crushing strength for larger particle sizes can be obtained using the Weibull modulus. The research results provide a theoretical basis for revealing the particle-crushing characteristics of calcareous sand and the stability of the engineering construction at a calcareous sand site.

calcareous sand, quartz sand, single-particle crushing strength, Weibull distribution, size effect

doi: [10.1360/SST-2021-0241](https://doi.org/10.1360/SST-2021-0241)