文章编号：1002-0268（2007）09-0116-04

动态交通分配中一种多模式动态决定式点排队模型及其特性分析

李曙光，许宏科
（长安大学 电子与控制工程学院，陕西 西安 710064）

摘要：提出了一个可应用于动态交通分配中的多模式决定式点排队模型。模型中不同的交通模式（如小汽车、卡车和公交车等）由于车辆特性以及长度的差异在路网中将分别具有不同的行驶特性。为了能够反映不同模式车辆在路段上的相互作用，将单模式点排队模型扩展为多模式点排队模式。并对这个模型的相关特性进行了研究，如：反映不同模式车辆在路段上的速度收敛特性，在路段上每一模式车辆的先入先出特性（FIFO）以及路段上不同模式车辆的因果特性。

关键词：交通工程；多模式决定式点排队模型；动态交通分配
中图分类号：U491 文献标识码：A

Analysis of Multi-mode Dynamic Deterministic Point Queue Model Properties in Dynamic Traffic Assignment

LI Shu-guang，XU Hong-ke
（School of Information Engineering, Chang'an University, Shaanxi Xi'an 710064，China）

Abstract：A multi-mode dynamic deterministic point model for dynamic traffic assignment is proposed. The mode classes typically refer to different vehicle types such as passenger cars，trucks，and buses sharing the same road space. Each vehicle type has its own characteristics, such as free flow speed，vehicle size. A single mode deterministic point mode is extended to multimode deterministic point model for modeling the asymmetric interactions among various modes. It is proved that the multimode deterministic point model within each mode-user meets the FIFO discipline，the speeds of different modes approach consistent during congestion，and the causality of different modes on link.

Key words：traffic engineering；multimode deterministic point queue model；dynamic traffic assignment

0 引言

路段动态模型作为宏观动态交通分配模型主要的组成部分，大量的研究者对其进行了相应的研究。路段动态模型直接反映了不同时间进入路段的车辆在路段上的运行状况。如何给出更加真实的路段动态模型，目前是宏观动态交通分配研究中的一个重要研究方向。目前的路段动态模型有点排队模型[2~5,10]、基于延误函数的模型以及反映物理排队的元胞传输模型[7,8]等。这些路段模型主要是侧重于单模式模型的研究，而文献［1］首先给出了反映在路段上多种交通模式相互作用的路段动态模型，但是这个模型并不能直接反映路段出口容量的影响以及在路段不同模式车辆的排队情况等。文献［9］给出了多模式点排队动态交通分配模型，并对其连续时间模型的相关特性进行了研究。本文在文献［9］的基础上，进一步对离散时间多模式点排队路段动态模型以及相关特性进行了研究。

为了能够模拟不同模式车辆的排队情况，本章将单模式点排队模型（单位是标准小汽车）扩展到多模

收稿日期：2006-04-28
基金项目：长安大学科技发展基金项目（2001Q07）
作者简介：李曙光（1974-），男，安徽郎溪人，博士，研究方向为智能交通系统.（klsg@sohu.com）

式点排队模型。假设路段分为两个部分: 一部分是运行段, 另一部分是路段排队段。各种模式的车辆根据各自的自由流速度穿过路段, 到达路段出口加入相应的路段出口排队。各种模式的车辆在时间和空间的相互作用主要体现在路段出口处。进一步对这个模型的相关特性进行了研究如: 反映不同模式车辆在路段上的速度收敛特性, 在路段上每一模式车辆的先入先出特性 (FIFO), 路段上不同模式车辆的因果特性等。

1　动态多模式决定式点排队模型

1.1　路段动态函数

这部分主要将单模式点排队模型扩展到多模式点排队模型。假设路段分为两个部分, 第 1 部分 (定义为路段运行段), 假设每一模式的车辆根据各自模式的自由流速度行驶, 在路段运行段上各种模式的车辆并不相互干扰; 也可以说, 各种模式的车辆在进入路段后, 经过恒定的运行时间 k_{am} ($k_{a1} < k_{a2} < \cdots < k_{an}$, 因为在不拥挤的情况下, 各种模式车辆速度是不同的, 如卡车速度就小于小汽车的速度) 到达路段出口排队处。路段的第 2 部分是出口排队段, 各种模式的车辆在路段出口处形成排队(假设各种模式的车辆是没有长度的点, 因而不会因为路段上车辆排队的出现而影响运行段的各模式车辆的行程时间)。由于有限的路段出口容量(标准小汽车数/h) , 引起了各种模式车辆的排队延误。

图 1 给出了路段上模式 m 出行者的流量传播特性。在时间间隔数 $k - t_{am}$ 进入路段 a 的模式 m 出行者的入口流量率 $u_{am}(k - t_{am})$, 在路段上行驶 k_{am} 时间后, 在时间间隔数 k 到达路段 a 的出口排队段。在时间间隔数 k 路段 a 的模式 m 出行者的出口流量率是 $v_{am}(k)$。相应的路段动态函数表示如下:

$$q_{am}(k) - q_{am}(k-1) = (u_{am}(k - t_{am}) - v_{am}(k)) \cdot \delta \quad \forall a, m, k, \tag{1}$$

式中, q_{am} 表示在时间间隔数 k 路段 a 上模式 m 出行者的排队车辆数。也可以说, 在时间间隔数 k 路段 a 上模式 m 出行者的排队车辆数的边际变化等于在时间间隔数 k 路段 a 出口排队段的模式 m 出行者的到达流

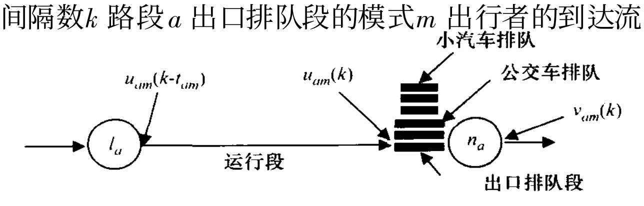

图 1　路段流量传播特性

Fig. 1　Link flow propagation

量率与其出口流量率之差。

1.2　路段行程时间函数

在路段上模式 m 出行者经历的排队延误是由这个路段上出口排队段的总车辆数确定的。在时间间隔数 k 进入路段 a 的模式 m 出行者将经历恒定的运行时间 k_{am} 到达出口排队段。也可以说, 模式 m 的出行者在时间间隔数 $k + k_{am}$ 进入路段的排队段, 在时间间隔数 $k + k_{am}$ 路段总的排队车辆数是 $\sum_n pcu_n \cdot q_{an}(k + t_{am})$。

在时间间隔数 k 进入路段 a 的模式 m 出行者的总的路段行程时间等于运行段行程时间和排队延误之和。

$$t_{am}(k) = t_{am} + \frac{\sum_n pcu_n \cdot q_{an}(k + t_{am})}{s_a} \quad \forall a, m, k \tag{2}$$

式中, s_a 表示路段出口容量(标准小汽车数/h)。

1.3　路段出口流量函数

为了能够恰当地反映车辆在路段上的流量传播特性, 相应的连续时间多模式路段流量传播函数表示如下:

$$v_{am}(t + t_{am}(t)) = \frac{u_{am}(t)}{1 + \mathrm{d}t_{am}(t)/\mathrm{d}t}, \tag{3}$$

为了简化分析, 将公式(3) 离散化, 得到下式,

$$v_{am}(k + t_{am}(k)) = \frac{u_{am}(k)}{1 + (t_{am}(k) - t_{am}(k-1))/\delta}, \tag{4}$$

当时间间隔长度 δ 是足够的小时, 离散化公式(4) 越接近连续时间公式(3)。

将式(2) 代入式(4) 中, 得到下式:

$$v_{am}(k + t_{am}(k)) = \frac{u_{am}(k)}{1 + \sum_n pcu_n (q_{an}(k + t_{am}) - q_{an}(k - 1 + t_{am}))/(s_a \cdot \delta)}。 \tag{5}$$

在点排队的假设下, 当在时间间隔数 k 期间进入路段 a 的总路段入口流量小于时 s_a。在时间间隔数 k 进入路段的模式 m 的车流量将没有延误的退出路段, 则相应的路段出口流量计算如下:

$$v_a(k + t_{am}(k)) = u_{am}(k) \quad \forall a, m, k, \tag{6}$$

反之, 当在时间间隔数 k 期间进入路段 a 的总路段入口流量大于等于 s_a 时, 由于出口容量的限制, 退出路段的不同模式车辆的总出口流量应该等于路段出口容量。将式(1) 累加, 得到下式:

$$\sum_n q_{an}((k + t_{am}) - q_{an}(k - 1 + t_{am})) =$$

$$\sum_n u_{an}(k)\cdot\delta-\sum_n v_{an}(k+t_{am})\cdot\delta,$$

$$\forall a,k,m,\qquad(7)$$

由于路段的不同模式车辆的总出口流量等于路段出口容量,即

$$\sum_n v_{an}(k+t_{am})\cdot\delta=s_a,\qquad(8)$$

将式(8)代入式(7)中,得到下式:

$$\sum_n(q_{an}(k+t_{am})-q_{an}(k-1+t_{am}))=$$

$$\sum_n u_{an}(k)\cdot\delta-s_a,\ \forall a,k,m,\qquad(9)$$

将式(9)代入式(5)中,得到

$$v_{am}(k+t_{am}(k))=\frac{u_{am}(k)}{\sum_n u_{an}(k)}\cdot s_a,\qquad(10)$$

综合式(6)和(10),得到不同模式车辆的路段出口流量率计算公式。

$$v_{am}(k+t_{am}(k))=\begin{cases}\dfrac{u_{am}(k)}{\sum_n u_{am}(k)}\cdot s_a & 如果\sum_n u_{an}(k)\geqslant s_a,\\ u_{am}(k) & 否则。\end{cases}\qquad(11)$$

根据式(11)和式(1),以及路段出口排队的非负性,以及相应的简化,得到模式 m 的出口排队车辆数的计算公式:

$$q_{am}(k)=\max\{q_{am}(k-1)+(u_{am}(k-t_{am})-\frac{u_{am}(k-t_{am})}{\sum_n u_{an}(k-t_{am})}\cdot s_a)\delta,0\}。\qquad(12)$$

可以认为单模式的点排队模型是上面给出的多模式点排队模型的一个特例。如路段上仅有一种交通模式,则可以将其他交通模式的入口流量设为0,则上面给出的模型则是完全等价于单模式模型的结果。也可以说单模式点排队模型是本文给出的多模式点排队模型的一个特例。下面对模型的相关特性进行研究。

2 模型特性分析

主要是对多模式动态点排队模型的相关模型特性进行研究。包括不同模式车辆的速度收敛特性,不同模式车辆在路段上先入先出特性(FIFO),路段因果特性等。文献[1]指出当交通处于拥挤状态时,不同模式车辆的速度趋近一致。也可以说,在拥挤状态下,没有理由相信某一模式的车辆会比其他模式的车辆行驶得更快。

2.1 速度收敛特性

定理2.1:在拥挤状况情况下,不同模式出行者的路段行程时间之间的比趋近1。

证明:首先定义 $q_a(k^*)=\sum_m pcu_m\cdot q_{am}(k^*)$,$q_a(k^*)$ 表示在时间间隔数 k^* 路段 a 上的总的排队车辆数(单位是标准小汽车)。当路段处于拥挤状态时,由于有限的路段出口容量的限制,可以认为在一定时间范围内在路段出口段总的排队车辆数足够的大,且变化不大。也可以说,$q_a(k^*)$ 在一定时间间隔范围内变化很小(近似不变化)。另一方面也可以说,在时间间隔数 k 进入路段 a 的不同模式出行者所经历的路段出口排队延误 $d_{ai}(k)$,$d_{aj}(k)$,$i,j\in M$ 也是足够的大,且是类似的,因而不同模式出行者在时间间隔数 k 进入路段 a 所经历的总的路段行程时间中,路段自由流行程时间的所占比例非常的小,从而能够得到:

$$\frac{t_{ai}(k)}{t_{aj}(k)}=\frac{t_{ai}+d_{ai}(k)}{t_{aj}+d_{aj}(k)}\to 1,\qquad(13)$$

证明完成。

2.2 FIFO(先进先出)特性

下面的定理证明模式 m 的动态路段行程时间函数合乎FIFO(先进先出)特性。

定理2.2 模式 m 的动态路段行程时间函数合乎FIFO(先进先出)特性。也可以说,后进入路段的某一确定模式的出行者不会比已经行驶在类似路段上的类似模式出行者先退出路段(如:后进入路段 a 的小汽车不将比已经进入路段 a 的小汽车先退出路段)。

证明:FIFO的条件可以表示如下:

$$k-1+t_{am}(k-1)\leqslant k+t_{am}(k)\Rightarrow$$

$$t_{am}(k-1)-t_{am}(k)\leqslant 1\Rightarrow\sum_n q_{an}(k+t_{am}-1)-$$

$$q_a(k+t_{am})\leqslant\delta\cdot s_a。\qquad(14)$$

这个不等式意味着在时间间隔数 k-1 进入路段 a 的模式 m 出行者必须比在时间间隔数 k 进入路段的模式 m 出行者先退出路段。

根据式(12)可以得到如下表达式:

$$\sum_n q_{an}(k+t_{am})=\max\{\sum_n q_{an}(k-1+t_{am})+$$

$$\sum_n u_{an}(k)\cdot\delta-s_a\cdot\delta,0\},\qquad(15)$$

从式(15)中可以看出,对于在时间间隔数 k 进入路段 a 的模式 m 出行者所经历的排队仅有两种情况可能发生。一是 $\sum_n q_{an}(k+t_{am})=0$,可以得到

$$\sum_n(q_{an}(k-1+t_{am})/\delta+u_{an}(k))\leqslant s_a\Rightarrow$$

$$\sum_n(q_{an}(k-1+t_{am})/\delta)\leqslant s_a,\qquad(16)$$

另一种是

$$\sum_n q_{an}(k+t_{am})=\sum_n q_{an}(k-1+t_{am})+$$

$$\sum_n u_{an}(k)\cdot\delta - s_a\cdot\delta, \tag{17}$$

从上式可以得到：

$$\sum_n q_{an}(k+t_{am}-1)-q_a(k+t_{am}) = s_a\delta-\sum_n pcu_n u_{an}(k)\,\delta\leqslant s_a\delta, \tag{18}$$

从这个公式和所有路段入口流量为非负的条件下可以直接推导出不等式(14)，证明完成。

这种 FIFO 特性需要在每一模式内得到满足，在非拥挤的情况下不需要在不同模式之间满足；但是当交通处于拥挤状态时，根据定理 2.1 可知，不同模式的车辆在路段上运行时间趋于一致，因此，也可认为在不同模式之间的 FIFO 特性也可以得到满足。

2.3　因果特性

在动态情况以及路网中仅有一种交通模式出行者的情况下，因果特性表示当前出行者的行为受到已经发生（过去）的出行者行为的影响，而不会受到将来出行者行为的影响。在本性上这种情况是一种自然需求，因为在某一时间间隔数 k 出行者所面临的交通状况是由过去的时间内出行者行为累计造成的，而不会是由将来时间的出行者行为造成的。在路段上的因果特性可以描述为：在时间间隔数 k 进入路段 a 的出行者行为，只会受到在时间间隔数 k 之前进入路段 a 的出行者行为的影响，而不会受到在时间间隔数 k 之后进入路段 a 出行者行为（即路段上游出行者）的影响。由于考虑了因果特性，在动态交通分配中在时间间隔数 k 的路段行程时间函数是在时间间隔数 k 以及时间间隔数 k 之前的流量确定的，不会受到将来时间间隔数的进入路段的流量的影响。

而多模式动态路段模型与单模式模型的因果特性具有本质上的区别，首先在多模式情况下，每一模式的出行者应该合乎每一模式内的因果特性，也可以说，当前模式 m 的出行者行为不但受到过去的各种模式出行者行为的影响，而且还可能会受到其他模式过去与将来的出行者行为的影响。假设路段上有小汽车和卡车，在时间间隔数 k 进入路段 a 的卡车，不断会受到在时间间隔数 k 之前进入路段 a 的卡车以及小汽车的影响，而且还会受到在时间间隔 k 后进入路段 a 的小汽车出行者的影响（由于小汽车的车速是高于卡车）。当路段处于拥挤状态时候，根据定理 2.1 可知各种模式的车辆速度趋于一致，也可以说，路段上不同模式的车辆不能随意超车，因此多模式的路段模型与单模式的路段模型是一致的，即当前模式 m 出行者的行为受到已经发生（过去）的不同模式出行者行为的影响，而不会受到将来不同模式出行者行为的影响。

3　结论

本文将经典的单模式点排队模型扩展为多模式点排队模型，单模式点排队模型可以认为是本文给出模型的一个特例，而且能够在一定程度上反映不同模式车辆（小汽车、卡车等）在路段上的相互作用。并进一步证明了多模式点排队模型的相关特性，如速度收敛特性、先入先出特性（FIFO）以及因果特性。在进一步研究中，可将此模型应用于动态交通分配中，用于评估各种交通政策对交通系统的影响。

参考文献：

[1] BLIEMER M C J, BOVY P H L. Quasi-Variational Inequality Formulation of the Multiclass Dynamic Traffic Assignment Problem [J]. Transportation Research B: 2003, 37 (3): 501-519.

[2] HUANG H J, WILLIAM H K. Modeling and solving the dynamic user equilibrium route and departure time choice problem in network with queues [J]. Transportation Research B, 2002, 36 (5): 253-273.

[3] JUN LI, O FUJIWURA. A reactive dynamic user equilibrium model in network with queues [J] Transportation Research B, 2000, 34 (4): 605-624.

[4] KUWAHARA M, AKAMATSU T. Dynamic equilibrium assignment with queues for a one-to-many OD pattern [C] // In Proceedings of the 12th International Symposium on Transportation and Traffic Theory. 1997: 185-204.

[5] KUWAHARA M, AKAMATSU T. Decomposition of the reactive dynamic assignments with queues for a many-to-many origin-destination pattern [J]. Transportation Research B, 1997, 31 (2): 1-10.

[6] WYNTER L M. Advances in the theory and application of the multiclass traffic assignment problem [D]. France: Ph. D. thesis, Ecole National des Ponts et Chauss_ees, 1995.

[7] DAGANZO C F. The Cell Transmission Model Part I: A Dynamic Representation of Highway Traffic Consistent with Hydrodynamic Theory [J]. Transportation Research B, 1994, 28: 269-281.

[8] DAGANZO C F. The Cell Transmission Model Part II: Network Ttraffic [J]. Transportation Research B, 1995, 29: 79-93.

[9] LI Shu-guang, SU Yan-ming. Multimode stochastic dynamic simultaneous route/departure time equilibrium problem with queues [J]. Journal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies, 2005, 6: 2 092-2 107.

[10] 李曙光，周庆华. 基于 GIS 的多模式动态网络装载程序设计研究 [J]. 公路交通科技，2006, 23 (9): 81-84.