



黑洞热力学: 起源、拓展及其理论结构

肖勇^{1,2*}, 田雨^{3,4*}, 刘玉孝^{5,6*}

1. 河北大学物理科学与技术学院, 保定 071002;

2. 河北省量子场论精细计算与应用重点实验室, 保定 071002;

3. 中国科学院大学物理科学学院, 北京 100049;

4. 中国科学院理论物理研究所, 北京 100190;

5. 兰州大学物理科学与技术学院, 兰州 730000;

6. 兰州理论物理中心, 量子理论及应用基础教育部重点实验室, 兰州 730000

* 联系人, E-mail: xiaoyong@hbu.edu.cn; ytian@ucas.ac.cn; liuyx@lzu.edu.cn

Black hole thermodynamics: Its origin, extension and theoretical structure

Yong Xiao^{1,2*}, Yu Tian^{3,4*} & Yu-Xiao Liu^{5,6*}

¹ College of Physical Science and Technology, Hebei University, Baoding 071002, China;

² Key Laboratory of High-precision Computation and Application of Quantum Field Theory of Hebei Province, Baoding 071002, China;

³ School of Physical Sciences, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

⁴ Institute of Theoretical Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;

⁵ College of Physical Science and Technology, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China;

⁶ Key Laboratory for Quantum Theory and Applications of the Ministry of Education, Lanzhou Center for Theoretical Physics, Lanzhou 730000, China

* Corresponding authors, E-mail: xiaoyong@hbu.edu.cn; ytian@ucas.ac.cn; liuyx@lzu.edu.cn

doi: 10.1360/TB-2024-0126

20世纪70年代, 贝肯斯坦(Bekenstein J D)思考了这样一个科学问题: 当你把一杯热茶扔进一个黑洞(图1), 宇宙中的熵是否会减少? 这个问题来自他与他的博士生导师惠勒(Wheeler J A)的一场对话, 看似简单却直击要害。

熵是热力学中的概念, 也是无序度的体现。人们从日常生活中早已知晓, 一个孤立系统的熵总是有随时间自发增加的趋势。比如, 口袋里的手机线很快就会盘成一团, 空气中的一团烟雾很快会扩散到整个房间。这就是热力学第二定律: 孤立系统的熵只可能增加, 而绝不会减少。然而, 根据经典的引力理论——广义相对论, 黑洞是一个只吞不吐的“怪兽”。按照黑洞的无毛定理, 你只能了解黑洞的质量、角动量和电荷量, 再无法从黑洞提取任何其他有效信息。也就是说, 黑洞携带的熵看起来只能等于零。把茶丢进黑洞中, 茶里所携带的熵, 在它掉入黑洞的那一刻就彻底消失了。这明显违反了热力学第二定律。

为了解决这个矛盾, 贝肯斯坦^[1]通过一系列的思想实验, 指出黑洞应该具有熵, 而且黑洞所携带的熵正比于黑洞的视界面积。随后, 霍金(Hawking S W)^[2]使用弯曲时空的量子场论技术, 严格证明了黑洞有热辐射, 从而有温度和熵等热力

学特性。黑洞竟然是一个热力学系统。黑洞熵的表达式含有物理学中最重要的几个基本自然常数: 引力常数、光速、普朗克常数和玻尔兹曼常数, 这揭示了引力理论、量子力学和统计物理之间的深刻联系。

显然, 黑洞热力学本质上应该是量子引力的效应, 于是黑洞成为量子引力的绝佳研究对象。将量子力学和引力理论统一起来, 从爱因斯坦(Einstein A)开始, 就是一代代物理学家的梦想。黑洞物理中隐藏着完整量子引力理论的线索, 引发了最近二三十年量子引力方面很多激动人心、突破性的新思想和新方法。特别地, 由于黑洞熵正比于黑洞的视界面积, 启发了霍夫特('t Hooft G)和萨斯坎德(Susskind L)在20世纪90年代提出所谓的全息原理。这最初只是一种哲学构想, 他们认为, 一个引力系统的信息总是可以完全编码在该系统的边界上。1998年, 马尔达西纳(Maldacena J)^[3]找到了全息原理的一个具体实现——著名的AdS/CFT对偶, 即AdS空间内的引力理论可以由其边界上的共形场论来描述。近年来的相关研究还包括热力学和引力场方程的等价性、黑洞信息佯谬, 以及量子纠缠和时空等。这些研究都极大扩展了人们对于时空和引力本质的认识。



图1 (网络版彩色) 黑洞的概念图

Figure 1 (Color online) A conceptual image of the black hole

近十几年来, 黑洞热力学相关领域最重要的发展之一是所谓的拓展热力学, 或者叫做拓展相空间中的黑洞热力学。拓展热力学的一个动机是理论形式的完备性。著名的Smarr关系联系了黑洞的质量、温度、熵以及宇宙学常数等物理量。然而, 与其他物理量不同, 宇宙学常数却不直接出现在传统的黑洞热力学第一定律中。于是, 为了匹配Smarr关系和黑洞热力学第一定律, 就需要把宇宙学常数作为额外的热力学变量来处理, 它的共轭量是黑洞的热力学体积。在更一般的引力理论中还含有其他耦合参数, 根据同样的分析, 这些耦合参数也应当被纳入拓展的热力学形式中。简而言之, Smarr关系为拓展黑洞热力学的第二定律提供了线索, 引出了拓展相空间中的黑洞热力学形式^[4]。

拓展的黑洞热力学具有丰富的物理内涵及理论应用。首先, 拓展的热力学形式为研究各种类型的黑洞相变提供了肥沃的土壤, 引发了一个被称为黑洞化学的研究方向^[5]。黑洞被认为是由具有类似于范德瓦尔斯相互作用的微观分子所组成, 这种相互作用可以是吸引或排斥的^[6]。有趣的是, 拓展的黑洞热力学包含了超出普通物质系统的很多新奇的热力学行为^[7]。其次, 在全息原理的框架下, 目前已有几种方案来探索这种拓展的热力学形式在其边界上的对偶。尽管在引力系统中, 宇宙学常数往往被解释成热力学压强, 在边界理论中它并不对应于压强, 而是对应于中心荷^[8]。最后, 拓展的黑洞热力学还在全息复杂性^[9]、弱宇宙监督猜想^[10]和弱引力猜想^[11]等研究领域中得到应用。

作为一个新兴的研究领域, 拓展的黑洞热力学中还存在很多问题亟待解决。比如, 宇宙学常数在广义相对论中是作为一个常量来处理的, 原则上它不应该被作为变量处理。这就要求把广义相对论作为一个更大的理论框架中的一部分, 在这个框架中, 宇宙学常数不是一个基本的物理量, 而是由其他物理机制所诱导出来的。近期的文献^[12]提供了一个膜

世界的模型来实现这个想法, 能够通过膜上的张力来调节宇宙学常数。

拓展黑洞热力学中的另一个重要问题是, 相比于传统的黑洞热力学, 它的更深层次的理论结构并不清楚。在早期文献中, 拓展的热力学第一定律总是被作为先验的假设使用, 之后再在此基础上导出热力学体积等共轭量。然而, 这种强行写出的第一定律形式总是有不自在的地方, 因为它看起来更像是一种人为的设定, 而不是植根于引力理论本身。

我们近期的研究成果^[13]解决了这个长期存在且十分重要的问题。要去解释拓展黑洞热力学背后的理论结构, 当然需要强大的技术手段。我们知道, 传统的黑洞热力学中已经积累了相当多的工具和方法。在20世纪90年代, 由沃尔德(Wald R)等人提出和发展了一套使用协变相空间来研究引力系统的方法, 最主要的理论框架体现在伊耶(Iyer V)和沃尔德^[14]1994年的论文中, 因此这个方法也常被叫做Iyer-Wald形式化方法。这套工具强大而且优美, 以至于经过了30年时间, 伊耶和沃尔德的原始文章的影响力不降反升。通过这套方法, 可以很容易地定义引力系统中的各种守恒量, 比如能量和角动量等。同时, 它还自然地给出了传统黑洞热力学的内禀和普适结构。简单地说, 在Iyer-Wald形式化方法中, 存在一个数学表达式联系起了黑洞的视界和无穷远处, 在黑洞的视界表面, 它给出的是黑洞的温度和熵的乘积; 而在无穷远处, 它给出的是黑洞的能量等守恒量。这样就直截了当地导出了黑洞热力学的Smarr关系和热力学第一定律。

既然Iyer-Wald形式化方法可以导出传统的黑洞热力学, 我们合理猜测, 对其进行适当的拓展, 是不是也可以导出拓展的黑洞热力学? 于是, 在Iyer-Wald形式化方法中, 我们考虑了对宇宙学常数和其他耦合参数的变分, 确实能够自然地导出拓展的热力学第一定律。通过具体的黑洞实例, 我们得到了各个热力学量的精确表达式。该研究有两方面的重要意义。第一, 它揭示了拓展黑洞热力学更深层次的理论结构。我们发现, 拓展的Iyer-Wald形式化方法可以描述拓展的黑洞热力学, 正如Iyer-Wald形式化方法本身可以描述传统的黑洞热力学那样。第二, 它提供了一个新颖和系统的方法来计算拓展黑洞热力学中耦合参数的共轭热力学量。在早期的文献中, 宇宙学常数的共轭量是黑洞的热力学体积。对于最简单的Schwarzschild-AdS黑洞, 这个热力学体积的表达式刚好与黑洞的几何体积一致, 该几何体积的定义可参考文献^[13,15]。然而, 对于稍复杂的Kerr-AdS黑洞, 这一关系就已经不再成立。这种含糊性一直是该领域中让人非常困惑的问题。与之相比, 我们的方法很好地解释了这一现象。具体来说, 热力学体积含有两部分的贡献, 其中, 对作用量中显含的宇宙学常数的变分给出几何体积项, 而黑洞解本身可能还隐含地依赖于宇宙学常数, 对这种隐式的宇宙学常数变分就会贡献出额外的体积项。

总而言之, 这项工作提供了拓展黑洞热力学背后的理论框架, 从而将其建立在一个坚实的基础之上。在我们的方法

中, 热力学体积以及其他耦合参数的共轭量都可以得到良好的定义和计算, 厘清了之前这方面的含糊之处. 基于这套方

法, 我们能够得以一窥引力和黑洞物理的严丝合缝、精细优雅的理论结构.

推荐阅读文献

- 1 Bekenstein J D. Black holes and entropy. *Phys Rev D*, 1973, 7: 2333–2346
- 2 Hawking S W. Particle creation by black holes. *Commun Math Phys*, 1975, 43: 199–220
- 3 Maldacena J. The large N limit of superconformal field theories and supergravity. *Adv Theor Math Phys*, 1998, 2: 231–252
- 4 Kastor D, Ray S, Traschen J. Enthalpy and the mechanics of AdS black holes. *Class Quantum Grav*, 2009, 26: 195011
- 5 Kubizňák D, Mann R B, Teo M. Black hole chemistry: Thermodynamics with Lambda. *Class Quantum Grav*, 2017, 34: 063001
- 6 Wei S W, Liu Y X. Insight into the microscopic structure of an AdS black hole from a thermodynamical phase transition. *Phys Rev Lett*, 2015, 115: 111302
- 7 Wei S W, Liu Y X, Mann R B. Repulsive interactions and universal properties of charged anti-de Sitter black hole microstructures. *Phys Rev Lett*, 2019, 123: 071103
- 8 Ahmed M B, Cong W, Kubizňák D, et al. Holographic dual of extended black hole thermodynamics. *Phys Rev Lett*, 2023, 130: 181401
- 9 Al Balushi A, Hennigar R A, Kunduri H K, et al. Holographic complexity and thermodynamic volume. *Phys Rev Lett*, 2021, 126: 101601
- 10 Gwak B. Thermodynamics with pressure and volume under charged particle absorption. *J High Energy Phys*, 2017, 11: 129
- 11 Harlow D, Heidenreich B, Reece M, et al. Weak gravity conjecture. *Rev Mod Phys*, 2023, 95: 035003
- 12 Frassino A M, Pedraza J F, Svesko A, et al. Higher-dimensional origin of extended black hole thermodynamics. *Phys Rev Lett*, 2023, 130: 161501
- 13 Xiao Y, Tian Y, Liu Y X. Extended black hole thermodynamics from extended Iyer-Wald formalism. *Phys Rev Lett*, 2024, 132: 021401
- 14 Iyer V, Wald R M. Some properties of the Noether charge and a proposal for dynamical black hole entropy. *Phys Rev D*, 1994, 50: 846–864
- 15 Dutta S, Punia G S. String theory corrections to holographic black hole chemistry. *Phys Rev D*, 2022, 106: 026003