



声子晶体振动带隙及减振特性研究

温激鸿* 王 刚 郁殿龙 赵宏刚 刘耀宗 温熙森

(国防科学技术大学机电工程与自动化学院, 长沙 410073)

摘要 对声子晶体的简化结构——周期弹簧振子结构, 一、二、三维声子晶体纵向振动以及一、二维声子晶体弯曲振动的带隙特性及减振特性进行了研究.

关键词 声子晶体 弹性波带隙 振动带隙 减振

近年来, 模拟天然晶体原子排列的人造周期性复合结构中弹性波传播的研究受到广泛关注^[1-17]. 弹性常数周期性分布的周期性结构功能材料称为声子晶体. 弹性波在受到弹性常数的周期调制时, 可能产生弹性波带隙, 即特定频率范围的弹性波被禁止传播; 当周期性结构中存在点缺陷和线缺陷时, 弹性波会局域在点缺陷处或只能沿线缺陷方向传播. 声子晶体的弹性波带隙特性使得它在无源隔音、精密机械平台减振等减振降噪领域有着广阔的应用前景.

1992 年, Sigalas 和 Economou^[1]第 1 次从理论上证实了球形散射体埋入某一基体材料中形成的三维周期点阵结构具有弹性波带隙特性; 1993 年, Kushwaha^[2]等人第 1 次明确提出了声子晶体的概念; 1995 年, Martinez-Sala 等人^[3]在对西班牙马德里的一座 200 多年前制作的雕塑“流动的旋律”进行声学特性研究时, 第 1 次从实验角度证实了弹性波带隙的存在. 自此, 声子晶体成为物理学、材料科学等领域的研究热点.

目前, 国内外众多研究机构及学者在从事声子晶体方面的研究, 这些工作主要集中在带隙机理、带隙计算方法、缺陷态特性等方面, 其中大部分工作属于基础理论研究, 实验研究工作相对较少, 关于声子晶体应用探索方面的研究工作更为少见. Diez 等人^[4]通过在光纤中刻蚀声学光栅构成一维声子晶体实现了光纤的声光调制; Cervera 等人^[5]采用金属棒设计出了二维声子晶体声波透镜, 能够将 1~3 kHz 范围内的声波进行聚焦; 而在声子晶体带隙特性的减振应用方面, 除我们目前所做的一些研究工作外, 尚未见到其他报道.

振动是一种普遍存在的物理现象, 由振动或冲击产生的共振、疲劳破坏等危害到国民经济的各个领域. 工程实际中存在大量的振动问题需要解决, 这推动着减振技术不断向前发展. 声子晶体所具有的弹性波带隙特性为现有的减振技术提供了一种新的思路. 振动通常以弹性波的形式在介质中传播, 声子晶体的弹性波带隙可以抑制振动的传播, 所以本文的弹性波带隙也可称为振动带隙.

本文首先从固体物理学中一维双原子复式格子的振动频谱出发, 引出了一维声子晶体的

简化形式——无限周期弹簧振子结构中存在振动带隙, 并对其带隙特性及减振特性进行了研究; 应用理论计算、有限元仿真和实验验证相结合的研究方法, 对一至三维声子晶体纵向振动及一和二维声子晶体的弯曲振动的带隙特性及减振特性进行了研究. 在带隙特性研究的基础上, 对声子晶体的带隙机理进行了初步的探讨, 最后对全文内容进行了总结并指出了下一步的研究方向.

1 周期弹簧振子结构的振动带隙及减振特性

1.1 一维双原子复式格子的振动频谱及振动带隙^[18]

图1为一维双原子复式格子, 图1中两种不同质量的原子 m 和 M 交错排列构成无限周期结构, 相邻同种原子间的距离为 $2a$ (即晶格常数). 通过计算可以得到该结构中存在的振动传播形式所对应的波矢和频率的关系, 并将其绘成图2为能带结构图, 也即一维双原子复式格子的振动频谱, 其中波矢 q 的取值范围为第1 Brillouin 区, 即 $(-\pi/2a, \pi/2a)$.

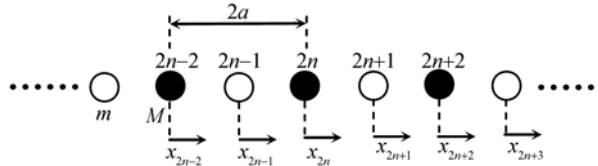


图1 一维双原子复式格子

从图2中可以看出, 一维双原子复式格子有两条色散曲线, 频率较高的一支色散曲线称为光频支, 频率较低的色散曲线称为声频支. 注意到在光频支及声频支中间的阴影部分没有色散曲线, 说明在该频率范围内, 不存在任何弹性波及振动的传播模式, 该频率范围即振动带隙.

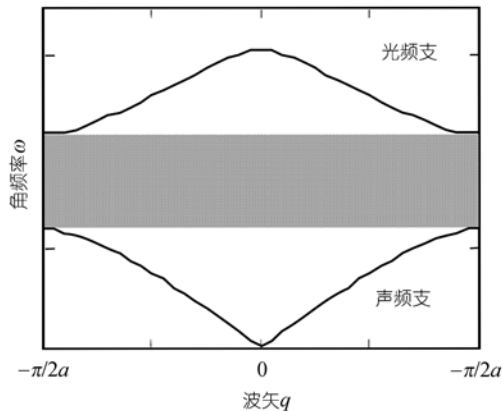


图2 一维双原子复式格子的振动频谱

将一维双原子复式格子中的原子用振子替代, 振子间用弹簧相连, 将原子间的相互作用力用弹簧的弹性恢复力来实现, 则一维双原子复式格子转化为双质量周期弹簧振子结构. 显然, 无限周期双质量弹簧振子结构必然存在同一维双原子复式格子中类似的振动带隙. 由此类推, 无限周期多质量弹簧振子结构同样存在振动带隙.

1.2 无限周期弹簧振子结构的振动带隙及减振特性^[6]

1.2.1 振动带隙计算及振动传输特性仿真

图 3(a) 为一个无限周期的弹簧振子结构, 其中单个周期由 n 个弹簧及振子串联而成, 相应的弹簧刚度系数为 $k_1 \sim k_n$, 振子质量为 $m_1 \sim m_n$, 相邻振子间距为 d , 振子 m_j 的位移为 x_j , 如图 3(b). 假定振子只能沿图 3 示 x 方向运动.

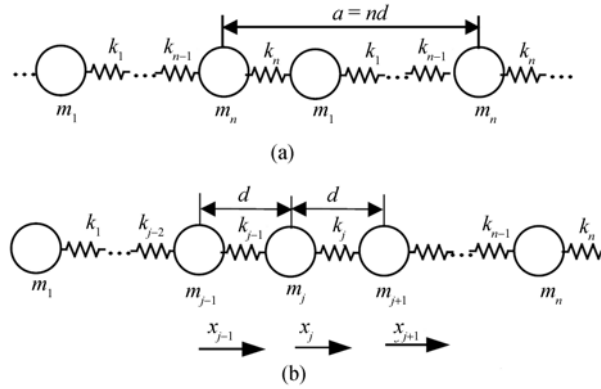


图 3 无限周期弹簧振子结构及单个周期

(a) 无限周期弹簧振子结构; (b) 无限周期弹簧振子结构的单个周期

考虑图 3(b) 中第 j 个振子的运动, 其运动方程为

$$m_j \ddot{x}_j = k_j(x_{j+1} - x_j) - k_{j-1}(x_j - x_{j-1}), \quad j = 1, \dots, n. \quad (1)$$

根据 Bloch 定理^[4], 在周期边界条件下, 该振子运动方程的解可写为振幅为 A_j 及角频率为 ω 的简谐振动

$$x_j = A_j e^{i(jqd - \omega t)}. \quad (2)$$

将 (2) 式代入 (1) 式, 并考虑周期边界条件, 可以得到一个线性方程组. 求解该线性方程组即可得到上述无限周期弹簧振子结构的振动带隙结构图.

对有限周期的周期弹簧振子结构振动传输特性的计算, 可以采用数值计算方法.

将时间 t 离散化, 微分方程 (1) 式可转化为如下所示的差分形式:

$$\begin{aligned} x_j^{(i+1)\Delta t} &= \frac{\Delta t^2}{m_j} \left[k_j(x_{j+1}^{i\Delta t} - x_j^{i\Delta t}) - k_{j-1}(x_j^{i\Delta t} - x_{j-1}^{i\Delta t}) \right] - x_j^{(i-1)\Delta t} + 2x_j^{i\Delta t}, \quad j = 2, \dots, nN-1, \\ x_{nN}^{(i+1)\Delta t} &= \frac{\Delta t^2}{m_{nN}} \left[-k_{nN-1}(x_{nN}^{i\Delta t} - x_{nN-1}^{i\Delta t}) \right] - x_{nN}^{(i-1)\Delta t} + 2x_{nN}^{i\Delta t}, \quad j = nN, \end{aligned} \quad (3)$$

式中 i 为整数, Δt 为离散时间间隔, n 为单个周期内的振子数目, N 为周期数. 求解 (3) 式即可得到有限周期的周期弹簧振子结构的振动传输特性曲线.

图 4 给出了 3 个不同振子及弹簧构成的周期弹簧振子结构的无限周期下的振动带隙及有限周期下的振动传输特性曲线. 图 4 中阴影部分为带隙(下文同). 从图 4 中可以看出, 有限周期弹簧振子结构振动传输特性曲线上的振动衰减频率范围与无限周期结构的振动带隙是相互对应的, 即带隙频率范围内的振动传播受到了明显的抑制作用. 计算中振子质量分别为 1 kg, 4 kg, 8 kg, 弹簧刚度系数分别为 1000 N/m, 2000 N/m, 3000 N/m.

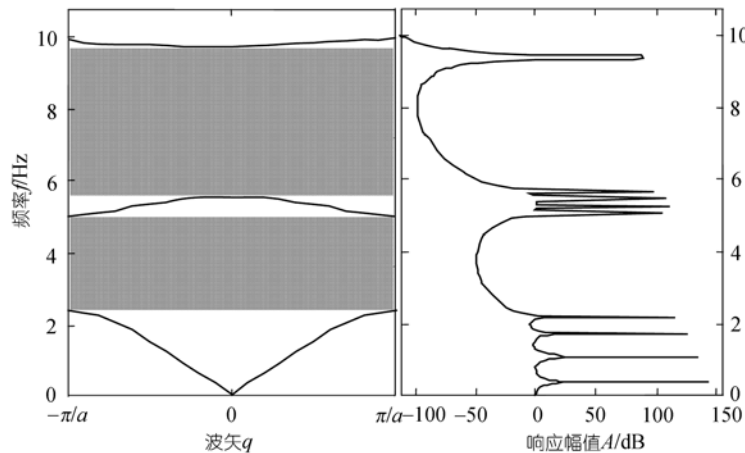


图4 周期弹簧振子振动带结构图与传输特性曲线图

1.2.2 有限周期弹簧振子结构的减振特性实验

以双质量有限周期弹簧振子结构为例, 对其减振特性进行了实验验证. 图5为双质量有限周期弹簧振子结构减振特性实验样件及测试过程框图. 实验样件由导向杆、弹簧、圆形铜板及铝板构成. 铜板及铝板质量分别为 1.05 kg 和 0.39 kg, 作为两个振子; 振子间弹簧刚度系数分别为 8.55×10^4 N/m 和 1.75×10^5 N/m. 试件中导向杆用于保证整个弹簧振子结构的稳定性和振动的方向性.

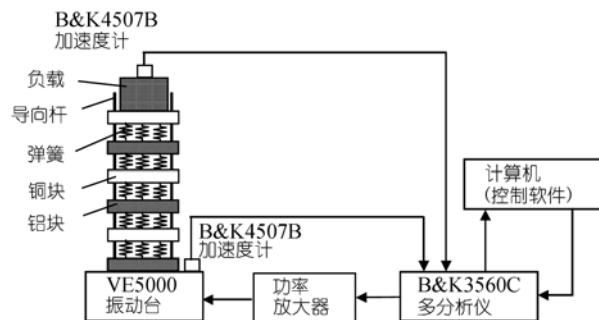


图5 实验仪器及测试过程框图

实验所用的仪器及测试过程框图如图5. 利用 B&K7700 振动与噪声分析软件及 B&K3560C 多分析仪产生宽带随机激励信号, 通过功率放大器驱动 VE5000 振动台对周期弹簧振子结构进行垂直激励. 两个 B&K4507B 加速度计获取周期弹簧振子结构的输入及负载输出端的响应并输入到 B&K3560C 多分析仪中, 计算机中 B&K7700 振动与噪声分析软件完成数据采集和分析. 实验激励方式采用 0~2000 Hz 的宽带随机激励.

图6给出了有负载及无负载情形下3个周期的双质量周期弹簧振子结构的振动传输特性曲线. 从图中可以看出, 在这两种情形下, 在 60~125 Hz 频率范围内的振动传播均有较大的衰减, 这和无限周期下计算得到的振动带隙的频率范围是一致的. 周期结构上连接的负载使得整个结构增加了一个额外的固有频率, 通过合理选择负载及负载与结构的连接方式, 可以

使周期弹簧振子结构的带隙频率范围不受该固有频率的影响.

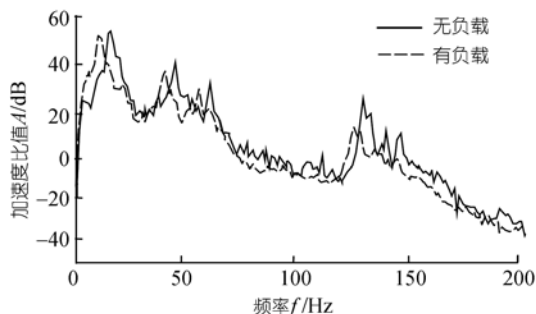


图 6 周期弹簧振子结构振动传输特性曲线

周期弹簧振子结构的带隙特性为减振提供了一种新的思路. 合理选择负载质量及其连接刚度, 可望得到一个适合一定负载范围的、在某一频段有较好减振特性的通用减振平台.

2 一维声子晶体的振动带隙及减振特性

两种或多种材料组成的周期层状结构或杆状结构均可称为一维声子晶体. 本文主要讨论一维杆状结构声子晶体的振动带隙及减振特性. 对一维杆状声子晶体而言, 其主要的振动模式有两种: 沿周期方向的纵向振动以及弯曲振动.

2.1 一维声子晶体纵向振动带隙及减振特性

2.1.1 一维声子晶体纵向振动带隙的计算——集中质量法^[7]

对于连续介质系统来说, 可以利用近似方法求解其振动特性. 各种近似方法的共同特点是将连续系统用一个有限多自由度系统近似替代. 集中质量法是最简单的一种连续系统离散化方法, 它将连续系统的质量集中到有限个点或截面上. 应用集中质量法, 可以将一维声子晶体简化为周期弹簧振子结构, 从而将一维声子晶体的纵向振动带隙及振动传输特性的计算转化为周期弹簧振子结构的振动带隙及振动传输特性的计算.

一维声子晶体的单个周期可以简化为 n 个自由度的弹簧振子结构, 如图 7 所示.

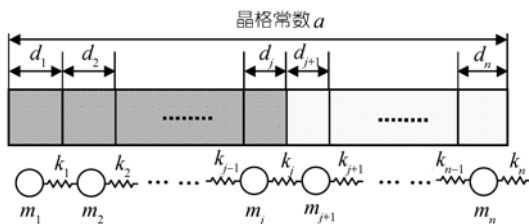


图 7 一维声子晶体的离散

离散后形成的弹簧振子结构中, 振子的质量 m 由下式确定

$$m_j = \rho S d_j, \quad j = 1, \dots, n, \quad (4)$$

式中的 S 为声子晶体的横截面面积, ρ 为离散单元的材料密度.

对于一维杆状结构声子晶体, 当相邻两个离散单元为同种材料时, 沿周期方向的拉压刚

度为 $2ES/(d_{j+1}+d_j)$; 不同种材料时, 拉压刚度为 $2E_AE_BS/(E_Ad_{j+1}+E_Bd_j)$, E 为弹性模量. 对于原胞中包含多种材料叠合的情形, 同样可按上述方法进行简化处理.

一维声子晶体振动带隙的计算中也可采用传递矩阵法, 该方法能通过理论推导直接得到带结构的解析关系式, 从而得到精确解. 当它仅对最简单的一维二组元时, 其推导过程和最后结果才相对简单, 对于单个原胞中存在多种材料的多组元一维声子晶体, 其复杂度将大大增加. 集中质量法采用离散化的思想来处理连续系统, 其复杂程度与单个原胞中的组元数没有直接关系, 所以同传递矩阵法相比, 在满足计算精度的前提下, 集中质量法的通用性优于传递矩阵法.

低频宽带的带隙特性有利于声子晶体在减振领域中的应用, 采用集中质量法, 通过仿真计算, 可以定性地得到由金属和非金属两种材料构成的一维声子晶体纵向振动第1带隙的影响因素和影响规律: 增大金属材料的密度、减小非金属材料的密度、选择适当的非金属材料的弹性模量有利于获得低频宽带隙; 材料组份比对带隙的位置和宽度都有影响, 存在一个最优的组份比以获得低频宽带隙, 其取值与组元材料的具体参数有关.

2.1.2 一维声子晶体纵向振动传输特性计算及实验测试

对于有限周期的一维声子晶体, 通过采用集中质量法, 其振动传输特性的计算可以直接转化为求解有限周期弹簧振子结构的振动传输特性. 具体的算法同上文 1.2.2 节中有限周期弹簧振子结构振动传输特性计算相同. 采用有限元方法同样也可以计算得到一维声子晶体纵向振动的传输特性, 本文为便于描述一维声子晶体的纵向振动形式, 振动传输特性采用结构有限元分析软件 MSC.NASTRAN 计算.

图8为当晶格尺寸为 20 mm, 材料组份比为 1, 周期数分别为 5 和 10 时, 钢和丁腈橡胶叠合而成的一维杆状结构声子晶体的振动传输特性曲线. 从图8中可以看出, 在 1200~4800 Hz 频率范围有明显的振动衰减, 与无限周期的振动带隙相互对应, 即带隙频率范围内的振动传播受到了明显的抑制作用, 具有减振特性. 随着周期数的增加, 带隙内的减振特性逐渐增强.

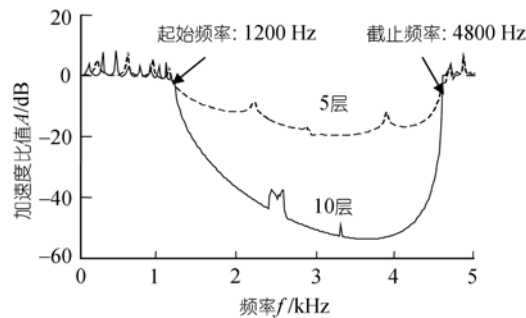


图8 钢/丁腈橡胶声子晶体振动传输特性曲线

为了能够直观理解有限周期一维杆状结构声子晶体在带隙频率范围内的减振特性, 图9(a)和(b)分别给出了带隙频率范围内和带隙频率外的振动传播形式. 从图9中可以看出, 频率落在振动带隙频率范围内的振动在传递2个周期后就几乎被完全抑制. 频率落在带隙范围外的振动不管以何种振动形式, 均能沿周期方向传递. 图9中振动从左侧激励.



图 9 有限周期一维杆状结构声子晶体纵向振动传播形式

(a) 频率在带隙频率范围内; (b) 频率在带隙频率范围外

对直径和厚度均为 10 mm 的钢柱及丁腈橡胶柱构成的 5 个周期的一维杆状结构声子晶体振动传输特性进行了实验测试. 为对比说明带隙的减振特性, 文中同时测试了同样尺寸的纯丁腈橡胶杆的振动传输特性.

图 10 为两种实验样件振动传输特性实验测试结果. 从图 10 中可以看出, 纯丁腈橡胶杆加速度频响值随着频率的增大逐渐减小, 这种减小是由于阻尼作用造成的. 钢/丁腈橡胶杆状结构声子晶体加速度频响值同样随着频率的增大而减小, 当频率小于带隙起始频率时, 加速度响应值的逐渐减小是由于阻尼作用造成的; 当频率达到带隙起始频率时, 加速度响应值会迅速减小, 这种减小是由带隙特性造成的. 由于阻尼对振动的衰减作用, 截止频率在实验中无法测到.

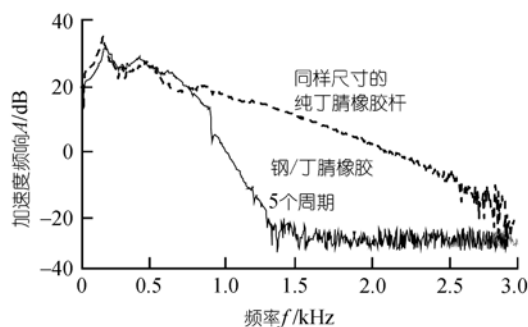


图 10 钢/丁腈橡胶声子晶体及纯丁腈橡胶杆的频响曲线

一维声子晶体具有减振特性. 合理选择一维声子晶体的材料参数及结构参数, 可以获得所需的带隙特性.

2.2 一维声子晶体弯曲振动带隙及减振特性^[9]

一维杆状结构的声子晶体可以看成具有周期结构的细直梁. 梁类结构是工程中遇到的一种基本构件, 是振动控制领域的主要研究对象之一, 其应用广泛, 并且在自身振动的同时还能辐射强烈的噪声, 因此需要采取有效的减振措施.

2.2.1 一维声子晶体弯曲振动带隙的计算——平面波展开法

一维声子晶体弯曲振动带隙的计算可采用平面波展开法. 平面波展开法可以用于各维声子晶体的弹性波带隙计算, 它通过将波动方程中的位移、弹性参数等物理量在倒格矢空间以平面波叠加的形式近似展开, 将波动方程转化为本征方程, 通过求解本征值得到本征频率与波矢之间的色散关系^[10-12].

图 11 给出了材料弹性模量、密度及截面尺寸均周期变化的一维杆状结构声子晶体的示意图(也称周期结构细直梁).

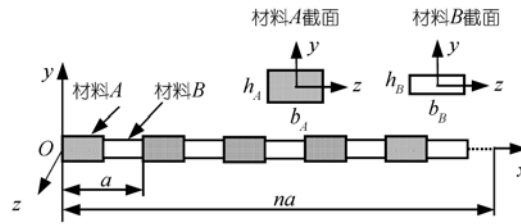


图11 材料参数及截面尺寸均周期变化的周期结构细直梁

周期结构细直梁的单个周期满足 Euler-Bernoulli 梁条件, 其弯曲振动满足如下方程:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[E(x) I(x) \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \right] + \rho(x) A(x) \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} = 0. \quad (5)$$

式中 $\rho(x)$ 为材料密度, $E(x)$ 为弹性模量, $A(x)$ 和 $I(x)$ 为截面积和截面二次矩, $y(x, t)$ 为梁的横向位移. 对上述波动方程进行平面波展开, 最终可以求得振动能带结构图.

采用平面波展开法, 通过大量的仿真计算, 可以得到一维声子晶体第1弯曲振动带隙的影响因素和影响规律: 选择适当密度及较高弹性模量的金属材料 and 适当弹性模量的非金属材料易于获得低频较宽的弯曲振动带隙; 存在一个两种材料的最优组份比, 以获得最佳的带宽.

2.2.2 一维声子晶体的弯曲振动传输特性计算及实验测试

图12给出了铝/有机玻璃构成的一维声子晶体梁的振动能带结构图及采用结构有限元分析软件 MSC.NASTRAN 计算得到的10个周期的振动传输特性曲线. 从图中可以看出, 有限周期一维声子晶体的弯曲振动传输特性曲线上的振动衰减频率范围与无限周期的弯曲振动带隙相互对应, 有限周期的一维声子晶体在弯曲带隙频率范围内具有减振特性. 计算中, 晶格尺寸 $a=70$ mm, 其中铝的长度 $l_A=50$ mm, 有机玻璃的长度 $l_B=20$ mm; 铝的截面尺寸 $b_A=10$ mm, $h_A=10$ mm; 有机玻璃的截面尺寸 $b_B=10$ mm, $h_B=5$ mm; 铝的密度为 2.799×10^3 kg/m³, 弹性模量为 7.2×10^{10} Pa; 有机玻璃的密度为 1.142×10^3 kg/m³, 弹性模量为 2.0×10^9 Pa.

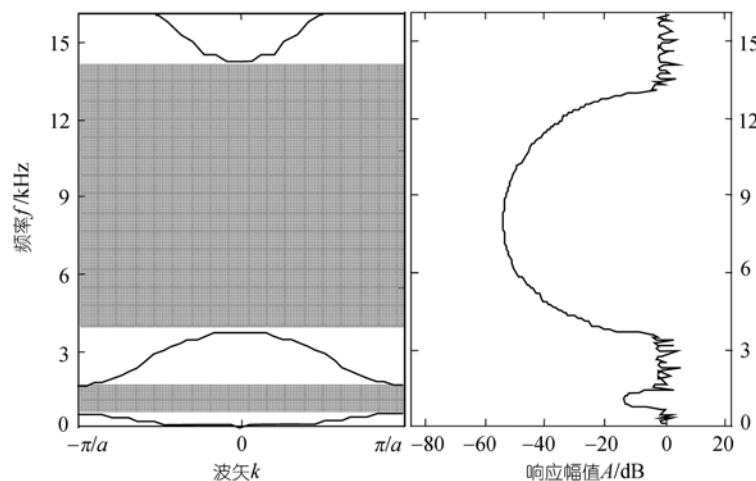


图12 周期结构细直梁弯曲振动能带结构图及传输特性曲线图

图 13(a)和(b)分别给出了弯曲波带隙频率范围内及带隙频率外的振型. 从图 13中可以看出, 弯曲振动带隙频率范围内的振动在经过 3 个周期后基本被抑制; 而带隙频率外的振动则能沿周期方向传递.



图 13 有限周期一维杆状结构声子晶体弯曲振动振型
(a) 带隙频率范围内; (b) 带隙频率范围外

对铝/有机玻璃构成的一维声子晶体梁的弯曲振动特性进行了实验测试, 测试所用的仪器及测试系统框图如图 14. 实验激振方式采用 0~6400 Hz 宽带随机激振.

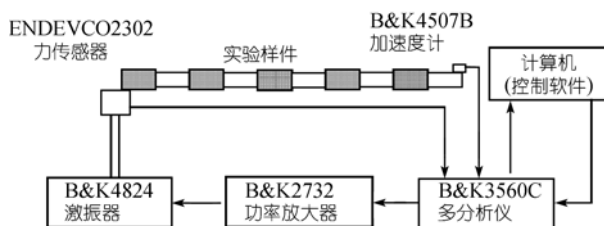


图 14 实验仪器及测试过程框图

图 15 给出了实验测得的 6 个及 10 个周期的二组元变截面周期结构细直梁的弯曲振动响应曲线. 从图 15 中可以看出, 振动在 450~1250 Hz 范围内有较大的衰减, 实验结果同上文的理论计算结果及仿真结果基本一致. 随着周期数的增加, 振动衰减逐渐增大.

一维杆状结构声子晶体中弯曲振动带隙的存在为梁类结构的减振提供了一种新的思路.

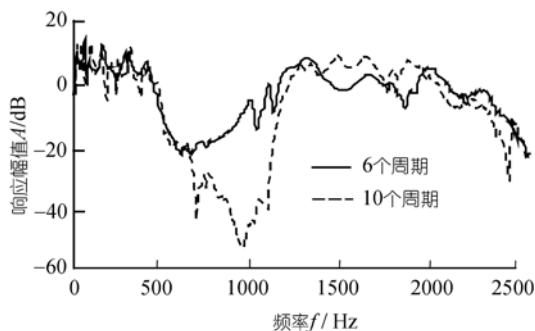


图 15 二组元变截面周期结构细直梁实验测得的弯曲振动传输特性曲线

3 二维声子晶体的振动带隙及减振特性

二维声子晶体通常是指由中心轴线平行于空间某一方向的柱体按某种二维周期点阵的方式排列在某种基体材料中所形成的复合结构. 二维声子晶体具体结构形式可以是体结构(非周期方向无穷厚度)和薄板结构(非周期方向厚度很小), 本文研究的是薄板结构二维声子晶体.

3.1 二维声子晶体的纵向振动带隙及减振特性

3.1.1 二维声子晶体纵向振动带隙的计算

图16为薄板结构二维声子晶体. 该声子晶体由两种材料组成, 图中点状阴影部分为基体材料, 黑色圆形部分为插入在基体材料中的圆柱散射体, 其材料不同于基体材料, 半径为 r . 圆柱体平行于 z 轴按正方形周期排列, 其间距 a 称为晶格常数.

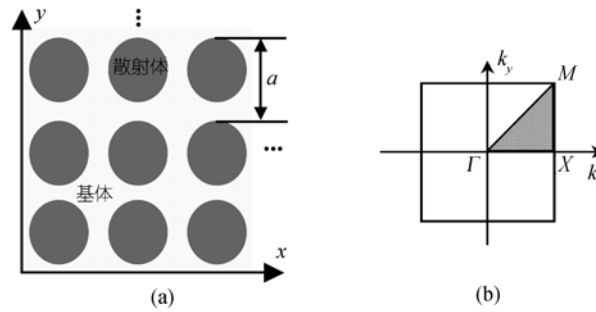


图16 薄板结构二维声子晶体

二维声子晶体满足:

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_i} \left(F \lambda \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \right\}, \quad i, j = x, y, z. \quad (6)$$

式中 ρ 为密度, λ 和 μ 为 Lamé 常数, u 为质点位移, $F=2\mu/(\lambda+2\mu)$. 对上述波动方程采用平面波展开法可以计算得到其振动带结构.

图17给出了铅圆柱体在硅橡胶中以正方形点阵形成的二维声子晶体 XY 模态振动带结构图, 该二维声子晶体 XY 模态最低振动带隙的频率范围为 290~494 Hz, 计算所用参数为晶格尺寸 $a=15.5$ mm, 散射体半径 $r=5$ mm, 计算中铅的密度为 11.6×10^3 kg/m³, λ 为 4.23×10^{10} Pa, μ 为 1.49×10^{10} Pa; 硅橡胶的密度为 1.3×10^3 kg/m³, λ 为 7.0×10^5 Pa, μ 为 6.0×10^4 Pa.

散射体的密度及基体的弹性模量对二维声子晶体第1振动带隙影响较大, 选择大密度的散射体材料及较小弹性模量的基体材料有利于获得低频宽带的带隙特性; 存在一个最优的填充率以获得低频宽带的带隙特性.

3.1.2 二维声子晶体周期方向上振动传输特性计算及实验测试

对二维声子晶体周期方向上的振动传输特性采用结构有限元分析软件 MSC.NASTRAN 进行仿真, 并进行振动实验测试, 结果如图18. 从图18中可以看出, 理论计算结果和仿真结果同实验结果基本吻合. 理论计算模型和仿真模型及实验测试结构之间的差异, 以及基体材料弹性模量的测量误差造成了理论计算和仿真及实验结果间的误差.

3.2 二维声子晶体弯曲振动带隙及减振特性^[14]

3.2.1 二维声子晶体弯曲振动带隙计算

薄板结构二维声子晶体可以看成具有周期结构的板类结构. 对厚度为 h 的矩形薄板结构的正方形周期排列的二维声子晶体, 考虑其自由振动, 则其横向位移 $z(x, y, t)$ 满足方程

$$\frac{\partial^4 z(x, y, t)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 z(x, y, t)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 z(x, y, t)}{\partial y^4} + \frac{\rho(x, y) h}{D(x, y)} \frac{\partial^2 z(x, y, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (7)$$

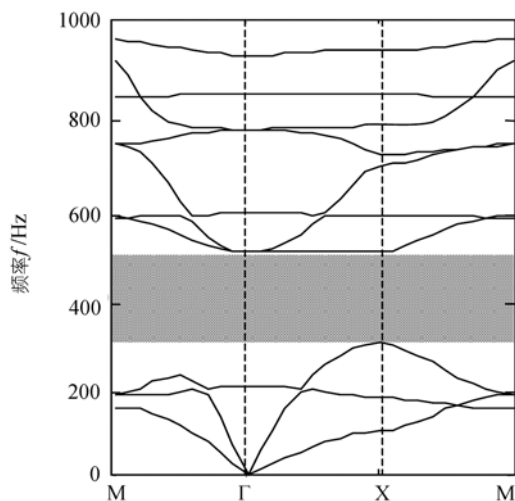


图 17 铅/硅橡胶二维声子晶体 XY 模态振动带结构图

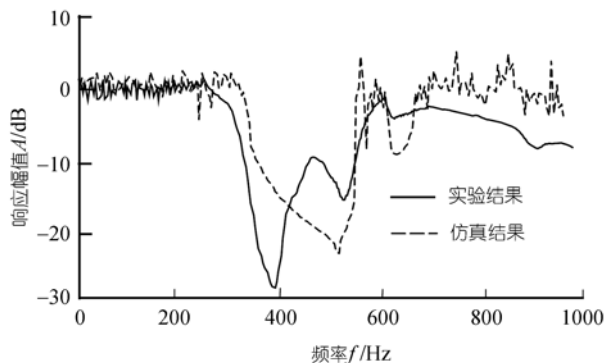


图 18 二维声子晶体振动传输特性仿真及实验结果

式中, $\rho(x, y)$ 为材料密度, $D(x, y)$ 为板的弯曲刚度, $D = Eh^3/12(1-\delta^2)$, E 为 Young 模量, δ 为 Poisson 比. 对上述波动方程进行平面波展开, 可以求得振动能带结构图.

选择适当密度及较高弯曲刚度的散射体材料以及低密度适当弯曲刚度的基体材料, 易于获得低频较宽的第 1 弯曲振动带隙; 填充率的增加会导致第 1 带隙频率升高, 带隙宽度增加.

3.2.2 二维声子晶体弯曲振动传输特性计算及实验测试

以有机玻璃/铝构成的二维周期结构矩形薄板为例, 采用平面波展开法计算无限周期条件下的板的弯曲振动带隙, 采用结构有限元分析软件 MSC.NASTRAN 计算 6 个和 12 个周期下 ΓX 方向上的弯曲振动传输特性曲线并进行了实验测试, 结果如图 19 所示. 从图中可以看出, 对应于无限周期结构矩形薄板弯曲振动能带结构图中 ΓX 方向上的第 1 个带隙频率范围 (800~1500 Hz), 在振动传输特性曲线上有明显的衰减, 衰减幅度随着周期数的增大而增大. 振动实验结果与理论计算及仿真结果基本吻合. 计算中周期结构矩形薄板的晶格尺寸 $a=70$ mm, 薄板厚度 $h=5$ mm, 散射体半径 $r=32$ mm. 两种材料的参数同 2.2.3 节中给出的材料参数一致.

4 三维声子晶体振动带隙及减振特性

三维声子晶体, 一般是指三维尺度都有限的散射体按照三维空间周期点阵结构排列在某

种基体材料中所形成的复合结构. 散射体的形状通常是球体, 周期点阵结构可以是体心立方结构、面心立方结构、简单立方结构等.

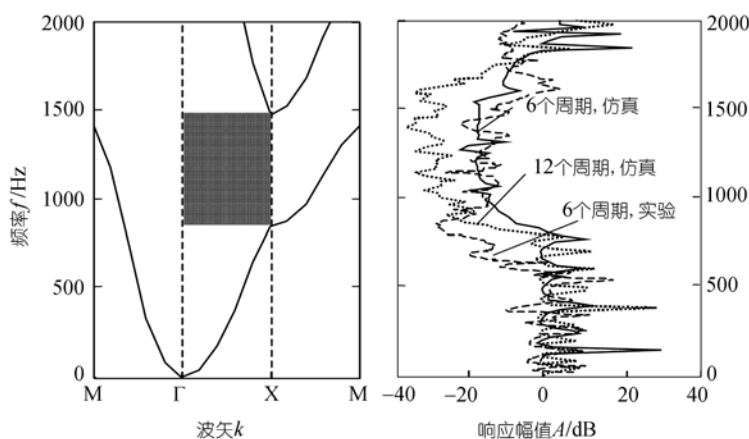


图 19 周期结构矩形薄板弯曲振动能带结构图及传输特性曲线图

4.1 三维声子晶体振动带隙计算——多重散射法^[14~16]

三维声子晶体振动能带结构的计算通常采用多重散射法进行. 多重散射法的基本思路如下: 将弹性波的波动方程的解表示成球面纵波、横波的线性叠加, 再以该叠加形式描述声子晶体结构中每个散射体球面上的入射场和散射场; 然后运用自由空间中的 Green 函数, 建立某个球的入射场与其他球的散射场的关系; 再运用球形分界面上的 Mie 散射理论, 得到该球的散射场和入射场的关系, 从这两个关系中得到齐次线性方程组, 再从方程组的系数行列式中得到声子晶体中色散关系方程; 最后运用周期结构中的 Bloch 定理, 通过在倒空间中取遍简约第一 Brillouin 区边界上的波矢, 计算对应的格波频率, 即得声子晶体中的弹性波波动的频谱, 谱中的不连续带就是该声子晶体结构的振动带隙.

图 20 给出了采用多重散射法计算得到的钨球在硅橡胶中以简单立方晶格形成的三维声子晶体的振动能带结构图. 该钨/硅橡胶声子晶体的晶格尺寸 $a=16\text{ mm}$, 钨球半径 $r=5\text{ mm}$, 钨的密度为 $19.3\times 10^3\text{ kg/m}^3$, λ 为 $19.19\times 10^{10}\text{ Pa}$, μ 为 $15.11\times 10^{10}\text{ Pa}$; 硅橡胶的密度为 $1.3\times 10^3\text{ kg/m}^3$, λ 为 $7.0\times 10^5\text{ Pa}$, μ 为 $6.0\times 10^4\text{ Pa}$. 从图中可以看出, 第 1 振动带隙频率范围为 $232\sim 335\text{ Hz}$.

散射体的密度及基体的弹性模量对三维声子晶体的第 1 振动带隙影响较大, 选择大密度的散射体材料和较小密度及较小弹性模量的基体材料, 能够获得低频宽带的振动带隙; 存在一个最优的填充率以获得低频宽带的带隙特性.

4.2 三维声子晶体振动传输特性计算及实验测试

对有限周期三维声子晶体的振动传输特性, 采用结构有限元分析软件 MSC.NASTRAN 进行仿真计算并进行振动实验测试, 结果如图 21. 从图 21 中可以看出, 实验结果同仿真结果基本吻合, 且同理论计算结果基本吻合.

三维声子晶体具有减振特性. 合理选择三维声子晶体的材料参数及结构参数, 可以获得低频宽带的带隙特性.

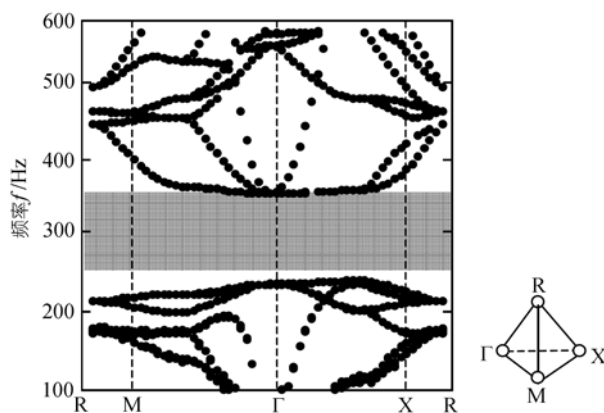


图 20 钨/橡胶三维声子晶体振动能带结构

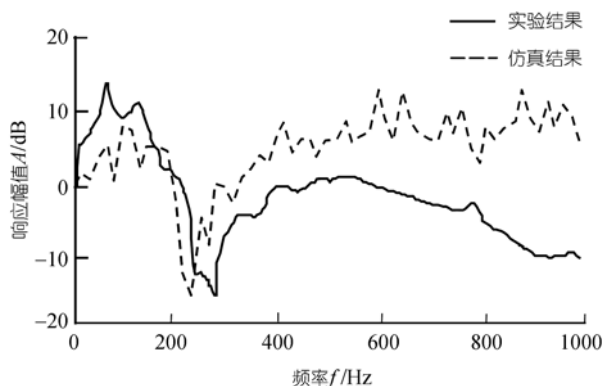


图 21 三维声子晶体振动传输特性仿真及实验结果

5 声子晶体振动带隙机理探讨

声子晶体振动带隙的机理有两种, 分别是 Bragg 散射机理和局域共振机理.

Bragg 散射造成带隙的主要原因是: 周期变化的材料特性与弹性波相互作用, 使得某些频率的波在周期结构中没有对应的振动模式, 也即不能传播, 从而产生带隙. 对 Bragg 散射, 最低频率带隙(第 1 振动带隙)中心频率对应的波长约为晶格常数的两倍, 可以证实, 文中所描述的一维、二维、三维声子晶体的第 1 振动带隙的中心频率均近似满足这一条件, 因此, 本文所研究的声子晶体的带隙特性满足 Bragg 散射机理. 研究表明, Bragg 散射机理条件下振动带隙的产生与材料参数(密度、弹性模量、弯曲刚度等)以及结构参数(晶格尺寸、填充率、截面尺寸等)密切相关. 一般说来, 材料参数差异越大, 越容易产生带隙. 振动带隙的频率一般还随晶格尺寸的增加而单调降低, 存在一个最优的组份比, 以获得低频宽带的带隙特性. 由于一般介质中的弹性波波速都比较大, 因此较低带隙频率的获得可能需要较大尺寸的声子晶体, 这使得基于 Bragg 散射机理的声子晶体在低频减振应用中受到一定的限制.

局域共振机理是声子晶体的另一种带隙机理, 由香港科技大学刘正猷教授在 2000 年首次提出^[16]. 局域共振机理认为, 在特定频率的弹性波激励下, 各个散射体产生共振, 并与弹性波长波相互作用, 从而抑制传播. 由于局域共振带隙频率与单个散射体固有的振动特性密

切相关, 因此, 通过合理设计单个散射体的振动模式, 降低散射体自身的固有频率, 就有可能获得低频带隙, 这为声子晶体在低频减振领域中的应用开创了新的局面. 目前, 我们也正在推进局域共振带隙机理的相关研究工作.

6 结论与展望

本文比较全面地介绍了我们对周期弹簧振子结构以及一、二、三维声子晶体的振动带隙及减振特性的研究, 结合有限元仿真和振动实验对有限周期的弹簧振子结构及有限尺寸的一、二、三维声子晶体的振动传输特性进行了计算和实验测试, 主要结论如下.

(i) 将无限周期结构的能带结构计算、有限周期结构振动传输特性的有限元仿真、以及振动实验验证的研究方法相互结合, 有助于揭示周期弹簧振子结构以及一、二、三维声子晶体的带隙特性和减振特性.

(ii) 周期弹簧振子结构具有振动带隙特性, 带隙的频率范围可人为设计; 有限周期的声子晶体在带隙频率范围内能够抑制振动的传播, 具有减振能力. 合理选择声子晶体的材料参数和结构参数, 可以获得低频宽带的带隙特性.

(iii) 一维、二维梁板结构声子晶体的弯曲振动带隙特性为梁板类结构的减振提供了一条新的技术途径.

声子晶体经过10多年的研究, 基础理论已渐趋完善, 但应用探索研究尚显不足. 在继续探索声子晶体新的带隙特性和物理现象的同时, 应用探索应成为声子晶体下一步的主要研究方向. 声子晶体是一种周期结构, 同传统工程领域中广泛存在的周期结构, 如蜂窝结构、格栅结构、周期加筋梁、板结构等有着内在的、必然的联系. 应用声子晶体相关理论改进上述周期结构的设计, 利用带隙特性实现上述结构的减振降噪, 将在一定程度上推动声子晶体在减振降噪领域中的应用.

参 考 文 献

- 1 Sigalas M M, Economou E N. Elastic and acoustic wave band structure. *J Sound Vib*, 1992, 158(2): 377—382[DOI]
- 2 Kushwaha M S, Halevi P, Dobrzynski L, et al. Acoustic band structure of periodic elastic composites. *Phys Rev Lett*, 1993, 71(13): 2022—2025[DOI]
- 3 Martinez-Sala R, Sancho J, Meseguer F, et al. Sound attenuation by sculpture. *Nature*, 1995, 378 (16): 241[DOI]
- 4 Diez A, Kakarantzis G. Acoustic stop-bands in periodically microtapered optical fibers. *Appl Phys Lett*, 2000, 76(23): 3481—3483[DOI]
- 5 Cervera F, Sanchis L, Sanchez-Perez J V, et al. Refractive acoustic devices for airborne sound. *Phys Rev Lett*, 2002, 88(2): 023902—023904[DOI]
- 6 温激鸿, 王刚, 刘耀宗, 等. 周期弹簧振子结构振动带隙及隔振特性研究. *机械工程学报*, 2005, 41(2): 205—209
- 7 温激鸿, 王刚, 刘耀宗, 等. 基于集中质量法的一维声子晶体弹性波带隙计算. *物理学报*, 2004, 53(10): 3384—3388
- 8 温激鸿, 王刚, 刘耀宗, 等. 金属/丁腈橡胶层状结构声子晶体振动带隙特性研究. *振动工程学报*, 2005, 18(1): 1—7
- 9 温激鸿, 郁殿龙, 王刚, 等. 周期结构细直梁弯曲振动中的振动带隙. *机械工程学报*, 2005, 41(4): 1—7
- 10 Sigalas M M, Economou E N. Band structure of elastic waves in two-dimensional systems. *Solid State Commun*, 1993, 86: 141—143[DOI]
- 11 吴福根. 声子晶体中的带隙及缺陷态研究. 博士学位论文. 广州: 华南理工大学, 2001
- 12 赵宏刚. 固/固和固/气二维声子晶体的声波禁带研究. 硕士学位论文. 长沙: 国防科技大学, 2003
- 13 Wen J H, Yu D L, Wang G, et al. Theory and experimental investigation of flexural wave propagation in thin rectangular plate with periodic structure. *Chinese J Mech Eng*, 2005, 18(3): 385—388
- 14 Liu Z Y C, Chan T, Sheng P, et al. Elastic wave scattering by periodic structures of spherical objects: Theory and experiment. *Phys Rev B*, 2000, 62(4): 2446—2447[DOI]
- 15 Psarobas I E, Stefanou N. Scattering of elastic waves by periodic arrays of spherical bodies. *Phys Rev B*, 2000, 62(1): 278—291[DOI]
- 16 邵晖晖. 基于多散射理论的三维局域共振声子晶体禁带特性研究. 硕士学位论文. 长沙: 国防科技大学, 2004
- 17 Liu Z Y, Zhang X X, Mao Y W, et al. Locally resonant sonic materials. *Science*, 2000, 289(8): 1734—1737[DOI]
- 18 黄昆著, 韩汝琦改编. 固体物理学. 北京: 高等教育出版社, 1988. 92—97