原子核系统激发态量子相变与核子对转移强度

董文婷, 丛琳, 修畅, 张宇*

辽宁师范大学物理与电子技术学院, 大连 116029

*联系人, E-mail: dlzhangyu_physics@163.com

收稿日期: 2019-06-05; 接受日期: 2019-07-08; 网络出版日期: 2019-09-16

国家自然科学基金(编号: 11875158, 11375005)资助项目

摘要 本文在相互作用玻色子模型框架下研究了U(5)-O(6)量子相变中的有限核系统的结构演化. 通过与传统序参量-四极价核子对数占有率进行对比分析, 本文检验了单极核子对转移强度在基态量子相变(形状相变)和激发态量子相变演化中的临界特征. 研究表明, 激发态量子相变的主要特征在有限核系统中可以得到很好的保持, 而核子对转移强度不仅可以作为有效序参量来检测原子核基态量子相变, 也可以用来检测与基态相变对应的激发态量子相变, 进而从理论上论证了重核系统的集体振动谱中存在激发态量子相变现象的可能性.

关键词 激发态量子相变, 相互作用玻色子模型, 核子对转移强度

PACS: 21.60.Fw, 21.10.Re, 25.40.Hs

1 引言

近年来, 量子多体系统中的量子相变问题得到了广泛关注^[1-4]. 量子相变描述的是零温系统基态性质演化, 故又称作基态量子相变. 尽管基态量子相变原则上定义在无穷多粒子系统, 但主要相变特征在即使像原子核与分子这样的介观系统中仍得到很好的保持^[5]. 在介观系统中, 可观测量随控制参量演化中的突变特征可以理解为经系统有限性修正后的临界行为^[5]. 原子核系统中的量子相变又称形状相变, 其控制参量可以是核子数或者质量数^[4,5], 也可以是角动量^[6-8]. 典型的核形状相变类型包括球形到轴对称形变相变、球形到三轴形变(轴不稳定形变)相变、长椭球到扁椭球相

变等. 最近, 介观系统激发态量子相变引起了一定程度上的关注, 基于各种模型的理论研究接连发表(参看文献[9]及其参考文献). 与基态量子相变不同, 激发态量子相变现象不仅可以随系统哈密顿量的控制参数的变化出现, 而且随着系统激发能增加也会发生^[9,10]. 事实上给定系统中的激发态量子相变深深植根于基态量子相变, 从某种程度上可以说是系统基态量子相变特征在激发态中延续^[9,10]. 代数模型为研究多体系统基态量子相变和激发态量子相变提供了方便的理论框架. 典型例子为描述原子核结构的相互作用玻色子模型(Interacting Boson Model, IBM)^[11]和描述分子转振结构的振动子模型(Vibrator Model, VM)^[12]. 基于这两个模型, 各种典型的激发态量子相变被揭示出来^[9,10,13,14].

引用格式: 董文婷, 丛琳, 修畅, 等. 原子核系统激发态量子相变与核子对转移强度. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2019, 49: 112001

Dong W T, Cong L, Xiu C, et al. Excited-state quantum phase transitions in nuclear system and nucleon-pair transfer intensity (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2019, 49: 112001, doi: [10.1360/SSPMA-2019-0210](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2019-0210)

与丰富的理论研究相比, 有关多体系统激发态量子相变的实验例子却很少. 已有实验证据包括: 基于二维振子模型预言的与U(2)-O(3)基态量子相变^[14,15]相联系的激发态量子现象已在非刚性分子系统(如H₂O, D₂O)的振动谱中观测到^[16,17]; 而基于相互作用玻色子模型预言的与U(5)-SU(3)基态量子相变^[18,19]相联系的雅可比型激发态量子相变现象, 最近在稀土区核的转动谱中被揭示^[18]. 这里提到的雅可比型激发态量子相变, 与基于带交叉现象的角动量驱动形状相变^[7]以及热核转动相变^[20]本质上是不同的, 是指形变核系统随角动量增加(或者随转动激发能增加), 其集体转动模式从刚性轴对称转动突变到三轴转动的现象. 由于该现象与天体随转动频率增加而呈现的雅可比相变现象^[21]有相似之处, 故命名为雅可比型激发态量子相变^[18]. 原子核系统可能存在激发态量子相变现象是最近提出的^[10,18], 而原子核集体运动包含转动和振动两种模式, 是否核系统振动激发谱中也可能存在激发态量子相变现象以及如何辨认相应激发态量子相变目前仍没有明确定论, 这也是本文要讨论的主要理论问题.

上面提到, 介观系统中可能存在两种不同的相变类型, 包括随系统控制参量变化发生的基态量子相变和随激发能增加出现的激发态量子相变. 其中, 基态量子相变现象可以从一些可观测量临界演化行为中辨认^[22,23], 这些对相变敏感的可观测量又称为有效序参量^[8]. 对于核系统基态量子相变(形状相变), 典型的有效序参量包括两中子分离能 S_{2n} ^[11], 同质异能移动 δr ^[28], 典型能级比值 $E(6_1)/E(0_2)$ ^[19]以及典型电四极跃迁几率比 $B(E2; 4_1 \rightarrow 2_1)/B(E2; 2_1 \rightarrow 0_1)$ ^[24]等. 由于这些序参量都与给定的激发态相联系, 因而不能直接用于检验随激发能演化出现的激发态量子相变现象. 一方面, 最近研究表明^[25,26], 两核子转移反应可以从强子探针角度为检验原子核形状相变提供新途径^[27], 其中单极对转移强度 $I(N-1, 0_1 \rightarrow N, 0_n)$ (其中 $n=1, 2, 3, \dots$)在不同类型形状相变中均展现出清晰的临界行为^[28]. 另一方面, 理论研究表明^[10]在大 N 极限下的振动激发谱中可以清晰地看见U(5)-O(6)形状相变以及与之联系的激发态量子相变, 特别是U(5)-O(6)形状相变在有限核系统中已经得到很好的检验^[11]. 本文的一个主要研究目的就是在相互作用玻色子模型框架下通过研究单极对转移强度在U(5)-O(6)量子相变(包括基态量子相变和激发态量子相变)中的演化特征来探讨是否可以在有限核

系统振动谱中寻找激发态量子相变信号.

2 模型哈密顿量与U(5)-O(6)量子相变

本文研究采用的理论框架为相互作用玻色子模型, 该模型的动力学结构主要由 $L^\pi=0^+$ 的标量 s 玻色子和 $L^\pi=2^+$ 的四极张量 d 玻色子来描述. 在不区分质子中子的相互作用玻色子模型(简称IBM-1)中, 这两类玻色子算符的双线性积生成最大的动力学对称群为U(6), 并可证明U(6)群约化到O(3)群主要有3种方式^[11], 分别对应于

$$\begin{aligned} \text{U}(6) &\supset \text{U}(5) \supset \text{O}(5) \supset \text{O}(3), \\ \text{U}(6) &\supset \text{O}(6) \supset \text{O}(5) \supset \text{O}(3), \\ \text{U}(6) &\supset \text{SU}(3) \supset \text{O}(3). \end{aligned} \quad (1)$$

这3条群链可分别标记为U(5)对称性极限、O(6)对称性极限以及SU(3)对称性极限. 这3个对称性极限又可与偶-偶核系统的球形、三轴形变(轴不稳定形变)以及长椭球形变分别对应, 进而两种不同形状之间的形变演化(形状相变)就可以用两种动力学对称性极限之间的量子相变来描述. 相互作用玻色子模型已成为原子核结构研究的基本模型之一, 其包含的多种对称性模式和不同模式之间的演化(形状相变)已被实验普遍肯定^[11,29,30]. 本文讨论的主题就是U(5)与O(6)对称性之间的量子相变及与之联系的激发态量子相变. 为了方便, 后面将这两个互相联系的相变分别简称为U(5)-O(6)基态量子相变和U(5)-O(6)激发态量子相变, 其中U(5)-O(6)基态相变可以用来描述偶-偶核系统的球形到三轴形变(轴不稳定形变)之间的形状相变^[11].

为了描述U(5)-O(6)相变, 本文采用常 Q 哈密顿量形式^[31]:

$$\hat{H} = \varepsilon \left[(1 - \eta) \hat{n}_d - \frac{\eta}{4N} \hat{Q} \cdot \hat{Q} \right], \quad (2)$$

其中, d 玻色子数算符定义为 $\hat{n}_d = \sum_m d_m^\dagger d_m$, 四极矩算符定义为 $\hat{Q}_u = d_u^\dagger s + s^\dagger \tilde{d}_u$. 此外, ε 为标度参数, η 为控制参量, 其取值范围为 $\eta \in [0, 1]$. 为了更清楚看出哈密顿量的对称性结构, 式(2)可以重新整理成

$$\begin{aligned} \hat{H} = \varepsilon &\left[(1 - \eta) \hat{C}_1[U(5)] \right. \\ &\left. - \frac{\eta}{4N} (\hat{C}_2[\text{O}(6)] - \hat{C}_2[\text{O}(5)]) \right], \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $\bar{C}_k[G]$ 代表群 G 的 k 阶卡西米尔算符. 容易证明, 系统在 $\eta=0$ 时处于 $U(5)$ 对称性极限, 在 $\eta=1$ 时处于 $O(6)$ 对称性极限, 而两个极限之间的动力学演化就由控制参数 η 在 0 和 1 之间变化来控制. 需要指出的是, 五维正交群 $O(5)$ 作为 $U(5)$ 群和 $O(6)$ 群的共同子群, 其对应的量子数 τ (d 玻色子辛弱数) 在 $U(5)$ - $O(6)$ 相变中将保持为好量子数, 也就是说系统在该相变中是 $O(5)$ 对称性守恒的. 由于 0^+ 态的性质对于理解原子核低激发结构是非常重要的, 在本文的理论讨论中只考虑 $\tau=0$ 的态 (对应 $L^\pi=0^+$).

由于量子相变严格定义在经典极限下 (大 N 极限), 为了论证式 (2) 描述的系统在经典极限下的相变行为, 需要给出系统哈密顿量在经典极限下对应的势能函数 (基态能函数). 利用相干态方法, 可以计算得到与式 (2) 对应的单玻色子势能函数^[11]:

$$V(\eta, \beta, \gamma) \equiv \langle N, \beta, \gamma | H | N, \beta, \gamma \rangle / \varepsilon N$$

$$= \frac{\beta^2}{1+\beta^2} \left[(1-\eta) - \frac{\eta}{4N} \right] - \frac{5\eta}{4N(1+\beta^2)}$$

$$- \frac{\eta(N-1)\beta^2}{N(1+\beta^2)^2}$$

$$\xrightarrow{N \rightarrow \infty} (1-\eta) \frac{\beta^2}{1+\beta^2} - \eta \frac{\beta^2}{(1+\beta^2)^2}. \quad (4)$$

从上式可以清楚地看到, 系统的势能面是一个不依赖 γ 的函数. 由于势能函数形式上不依赖 γ , 为了方便, 可以先假定 $\gamma=0$, 进而势能函数最小值点的位置可

简单标记为 β_c . 单玻色子基态能则可以表示为 $E_g = V(\eta, \beta_c)$. 可以证明, 系统在经典极限下基态能随着控制参数改变在 $\eta=0.5$ 处的一阶导数 $\partial E_g / \partial \eta$ 是连续的, 而二阶导数 $\partial^2 E_g / \partial \eta^2$ 不连续, 可知发生在临界点 $\eta_c=0.5$ 处的 $U(5)$ - $O(6)$ 基态相变为二阶量子相变. 进一步计算可知在 $\eta_c=0.5$ 点有 $\beta_c = \sqrt{2\eta-1}$, 进而可知相变的临界指数为 $\mu=1/2$.

理论分析表明^[9,10] 与该基态量子相变对应的 $U(5)$ - $O(6)$ 激发态量子相变可以出现的参数取值范围为 $\eta_c \leq \eta \leq 1$. 一般来说, 激发态量子相变的临界激发能在大 N 极限下定义为势能函数极小值与局域极大值的能量差. 对于 $U(5)$ - $O(6)$ 激发态量子相变, 其临界激发能在大 N 极限下可表为

$$E_c(\eta) \equiv V(\eta, \beta=0) - V(\eta, \beta=\beta_c)$$

$$= \frac{4\eta^2 - 4\eta + 1}{4\eta}, \quad \eta_c \leq \eta < 1. \quad (5)$$

为了进一步从平均场角度认识大 N 极限下的激发态量子相变, 不同 η 值下的势能函数曲线以及典型参数点处的势能面在图 1 中给出. 从图 1(a) 中可以看到, $U(5)$ - $O(6)$ 激发态量子相变的临界激发能在基态相变临界点 $\eta=\eta_c$ 处, 正好等于基态能量 $E_c=E_g=0$, 从图 1(a) 中还可以看到只有 $\eta > \eta_c=0.5$ 时才有临界激发能 $E_c > 0$. 为了更清楚地了解形变系统 ($\eta > \eta_c$) 中激发态相变的势能结构, 图 1(b) 给出了 $V(\eta, \beta, \gamma)$ 在 $\eta=0.7$ 点处的势能曲面. 从图中可以看出该点势能结构是由一系列沿 γ 方向变

图 1 (网络版彩图) 不同 η 值下的势能函数曲线以及典型参数点处的势能面. (a) $U(5)$ - $O(6)$ 相变中的势能演化; (b) 激发态量子相变中的典型势能面 ($\eta=0.7$)

Figure 1 (Color online) The potential evolution and typical potential surface. (a) The potential evolution in the $U(5)$ - $O(6)$ phase transition; (b) the typical potential surface in the excited-state quantum phase transition ($\eta=0.7$).

化的同心等能曲线构成, 其势能最低处为 $\beta_c \sim 0.6$ 处的等能曲线, 这意味着系统的低激发态主要被限制在 γ 不稳定的形变区($\beta \sim 0.6$ 附近深蓝色区域), 而激发能远高于中心势垒(参考图1(a)中 $\eta > \eta_c$ 势能曲线)的高激发态区域(图1(b)中绿色区域)将不再受势垒影响. 因此, U(5)-O(6)激发态量子相变在平均场层面就可以描述为(如图1(b)中箭头所示)当激发能增加跨过势垒时激发态性质的突变.

上面提到的平均场特征以及式(5)中给出的临界激发能的演化可以在大 N 情况下的激发谱中反应. 为了数值模拟核系统在大 N 情形下的相变行为以及模拟现实核系统有限性对相变行为的修正, 在图2中分别给出了 $N=100$ 与 $N=12$ 时U(5)-O(6)过渡区中激发态能级随控制参数 η 的演化行为. 从图2(a)大 N 能谱演化中可以清晰地看见有一条能级密度较大的分界线把U(5)-O(6)过渡区中的能谱分为上下两部分, 这两部分能谱分别具有O(6)特征和U(5)谱特征^[10]. 更为重要的是, 这条从 $\eta = \eta_c$ 处基态能一直延伸至 $\eta = 1$ 处高激发能的能级密度分界线正好和式(5)中预言的临界激发能曲线(虚线)重合, 从而肯定了系统在大 N 情形下的激发态量子相变行为, 同时揭示了基态量子相变与激发态量子相变之间的关系, 即后者是前者在激发态上的延续. 与大 N 情形相比, 图2(b)中的结果表明, 在现实玻色子数情况下系统能谱中仅包含少数几条 $\tau=0$ 能级, 所以看不见明显的能级密度变化. 这意味很难从低激发能谱密度变化的角度来识别原子核系统激发态量子相变, 需要从其他角度去鉴别现实系统中的U(5)-O(6)激发态量子相变.

接下来, 将研究现实玻色子数下(对应现实核系统)激发态量子相变如何影响现这些 $\tau=0$ 激发态性质. 具体地, 将通过对照基态量子相变中有效序参量的临界行为^[5,19,24,32], 来检验可以特征激发态量子相变的有效序参量的演化特征.

3 有效序参量

本文主要考虑 d 玻色子数占有率(对应四极价核子对占有率)和单极对转移强度两个量作为有效序参量. 其中, 给定 0^+ 态下 d 玻色子数占有率定义为

$$\rho(0_n^+) = \frac{\langle 0_n^+ | \hat{n}_d | 0_n^+ \rangle}{N}. \quad (6)$$

而描述两个相邻偶-偶核(差一对价核子)不同量子态之间的单极对转移强度可定义为

$$I(N-1, \phi \rightarrow N, \phi') = \left| \langle [N], \phi' | s^+ | [N-1], \phi \rangle \right|^2. \quad (7)$$

值得提及的是, 由于基态 d 玻色子数占有率 $\rho(0_1^+)$ 在大 N 极限下正比于经典序参量 β_c , 故 $\rho(0_1^+)$ 可作为量子序参量来检验U(5)-O(6)基态量子相变; 而一般形式下的 d 玻色子占有率 $\rho(0_n^+)$ 在相互作用玻色子模型中可以与原子核的同质异能移动相联系, 例如^[11]

$$\rho(0_2) - \rho(0_1) = c \left[\langle r^2 \rangle_{0_2} - \langle r^2 \rangle_{0_1} \right], \quad (8)$$

其中, c 为标度参数, 0_n 代表第 n 个 $\tau=0$ 激发态. 为了模拟

图2 (网络版彩图)不同大 N 情形下U(5)-O(6)过渡区中 $\tau=0$ 激发态能谱(任意单位)随控制参数 η 的演化行为. (a) $N=100$; (b) $N=12$. 虚线 E_c 代表式(5)给出临界激发能曲线, 竖直虚线 h_c 代表经典极限下系统的基态相变点参数位置

Figure 2 (Color online) The energy levels (any units) of the $\tau=0$ states changing with the control parameter h , solved from the Hamiltonian with different N . (a) $N=100$; (b) $N=12$. E_c represents the critical energy solved from eq. (5) and h_c represents the critical point of the ground-state phase transition in the classical limit.

核同位素中发生的量子相变, 需要将模型哈密顿量中的控制参数 η 与核系统玻色子数(价核子对数) N 之间关系参数化. 本文采用一个费米型参数化方案^[28]:

$$\eta = \frac{1}{1 + e^{-\frac{N_0 - N}{\Delta}}}, \quad (9)$$

其中, 参数取值为 $N_0=11$ 和 $\Delta=0.7$. 该方案模拟核同位素链中价核子对数从5连续变化到15时控制参量的变化. 容易证明, 当 N 从5增加到15时, 控制参数恰好从 $h=0$ 增至 $h=1$, 而相变临界点 $h_c=0.5$ 对应于 $N=11$.

为了检验有限核系统中可能存在的U(5)-O(6)激发态量子相变现象, 本文采取 $N=12$ (对应 $h=0.8$)来模拟计算形变核振动谱中有效序参量 d 玻色子占有率 $\rho(0_n)$ 和单极对转移强度 $I(N-1, 0_1 \rightarrow N, 0_n)$ 随激发能变化的演化特征, 相关计算结果如图3所示. 同时, 为了比较U(5)-O(6)基态量子相变和U(5)-O(6)激发态量子相变中的临界特征, 这两类有效序参量在基态量子相变中随控制参数 $N(h)$ 的演化行为也在图3中给出. 首先, 从图3中可以清楚地看到基态 d 玻色子数占有率 $\rho(0_1)$ 在临

界点 $N(h_c)=11$ 附近随玻色子数 N 变化迅速增强, 这一特征可以看作定义在大 N 极限下的U(5)-O(6)基态量子相变的经有限 N 效应修正后的临界行为, 进而肯定 $\rho(0_1)$ 在理论上用于鉴别有限系统基态量子相变是合适的. 进一步从图3(b)中可以看到, 单极对转移强度 $I(N-1, 0_1 \rightarrow N, 0_n)$ 随玻色子数 N 变化在临界点附近先减小再迅速增加, 这一突变行为可以看作对转移强度的临界行为^[25], 进而表明单极对转移强度也可以作为有效序参量来揭示有限系统中的U(5)-O(6)基态量子相变^[28]. 与基态量子相变对比, 图3中的计算结果还表明 d 玻色子占有率 $\rho(0_n)$ 在由式(5)给出的临界激发能 $E_c \approx 0.12$ 附近随激发能突然增加, $\rho(0_n)$ 这一特征与前面提到的 $\rho(0_1)$ 在基态量子相变中的临界特征相似, 进而证实U(5)-O(6)激发态量子相变的主要特征在有限 N 系统中可以很好地保持, 另一方面也肯定了 $\rho(0_n)$ 作为有效序参量特征有限系统激发态量子相变的有效性. 更为重要的是, 从图3中可以看到单极对转移强度 $I(N-1, 0_1 \rightarrow N, 0_n)$ 在临界激发能 E_c 处也同样展示了非单调突变行为,

图3 (网络版彩图) d 玻色子占有率与单极对转移强度在基态相变和激发态相变中的演化行为. (a) 基态相变 d 玻色子占有率; (b) 基态相变单极对转移强度; (c) 激发态相变 d 玻色子占有率; (d) 激发态相变单极对转移强度

Figure 3 (Color online) The evolutionary behaviors of the d -boson occupation probability and the monopole-pair transfer intensity in both the ground-state and excited-state phase transitions. (a) The d -boson occupation probability of the ground-state; (b) the monopole-pair transfer intensity of the ground-state; (c) the d -boson occupation probability of the excited-state; (d) the monopole-pair transfer intensity of the excited-state.

进一步肯定了U(5)-O(6)激发态量子相变的主要特征可以在有限核系统中较好地保持, 进而为实验上检验这类激发态量子相变信号提供了理论依据. 此外, 本文的分析表明, 检验核振动谱激发态量子相变需要明确知道多个具有相同角动量的激发态的性质, 这可能给实验上揭示谱激发态量子相变现象带来一定困难.

4 结论

形状相变在过去20年得到了广泛研究, 这些研究揭示了原子核系统中存在着丰富的形状相变现象^[2], 进而原子核系统是否存在与各种形状相变密切联系的激发态量子相变成为值得关注的问题^[9,10,18]. 本文在相互作用玻色子模型框架下探讨了U(5)-O(6)激发态量

子相变在有限核系统中存在的可能性. 主要研究了两类有效序参量(四极价核子对占有率和单极对转移强度)在该类激发态量子相变及其对应的基态量子相变(形状相变)中的临界特征, 结果表明两类有效序参量在激发态量子相变和基态量子相变的临界点附近均展示了清晰的临界行为. 因此, 本文的主要结论为: 与基态量子相变一样, 激发态量子相变的主要特征可以在有限核系统中得到很好的保持. 然而, 要在具体核振动谱数据中揭示激发态量子相变信号仍需要进一步细致的理论分析. 对比本文讨论的U(5)-O(6)相变, 实验上有更多核素(例如稀土区核素)的形状演化情形可以用U(5)-SU(3)基态相变来描述^[2], 所以针对与该类型基态相变相联系的激发态量子相变的理论分析需要开展, 相关工作正在进展中.

参考文献

- 1 Cejnar P, Jolie J. Quantum phase transitions in the interacting boson model. *Prog Particle Nucl Phys*, 2009, 62: 210–256
- 2 Cejnar P, Jolie J, Casten R F. Quantum phase transitions in the shapes of atomic nuclei. *Rev Mod Phys*, 2010, 82: 2155–2212
- 3 Iachello F, Caprio M A. *Understanding Quantum Phase Transitions*. Boca Raton: CRC Press, 2011. 673–700
- 4 Iachello F. Quantum phase transitions in algebraic models. *Riv Nuovo Cimento*, 2011, 34: 617–642
- 5 Iachello F, Zamfir N V. Quantum phase transitions in mesoscopic systems. *Phys Rev Lett*, 2004, 92: 212501
- 6 Long G L. Collective backbending effect in the interacting boson model. *Phys Rev C*, 1997, 55: 3163–3165
- 7 Liu Y X, Mu L Z, Wei H. Approach to the rotation driven vibrational to axially rotational shape phase transition along the yrast line of a nucleus. *Phys Lett B*, 2006, 633: 49–53
- 8 Sun Y, Walker P M, Xu F R, et al. Rotation-driven prolate-to-oblate shape phase transition in 190 W: A projected shell model study. *Phys Lett B*, 2008, 659: 165–169
- 9 Caprio M A, Cejnar P, Iachello F. Excited state quantum phase transitions in many-body systems. *Ann Phys*, 2008, 323: 1106–1135
- 10 Zhang Y, Zuo Y, Pan F, et al. Excited-state quantum phase transitions in the interacting boson model: Spectral characteristics of 0^+ states and effective order parameter. *Phys Rev C*, 2016, 93: 044302
- 11 Iachello F, Arima A. *The Interacting Boson Model*. Cambridge: Cambridge University Press, 1987
- 12 Iachello F, Levine R D. *Algebraic Theory of Molecules*. Oxford: Oxford University Press, 1995
- 13 Cejnar P, Macek M, Heinze S, et al. Monodromy and excited-state quantum phase transitions in integrable systems: Collective vibrations of nuclei. *J Phys A-Math Gen*, 2006, 39: L515–L521
- 14 Pérez-Bernal F, Iachello F. Algebraic approach to two-dimensional systems: Shape phase transitions, monodromy, and thermodynamic quantities. *Phys Rev A*, 2008, 77: 032115
- 15 Pérez-Bernal F, Álvarez-Bajo O. Anharmonicity effects in the bosonic U(2)-SO(3) excited-state quantum phase transition. *Phys Rev A*, 2010, 81: 050101
- 16 Larese D, Iachello F. A study of quantum phase transitions and quantum monodromy in the bending motion of non-rigid molecules. *J Mol Struct*, 2011, 1006: 611–628
- 17 Larese D, Pérez-Bernal F, Iachello F. Signatures of quantum phase transitions and excited state quantum phase transitions in the vibrational bending dynamics of triatomic molecules. *J Mol Struct*, 2013, 1051: 310–327
- 18 Zhang Y, Iachello F. Jacobi-type transitions in the interacting boson model. *Phys Rev C*, 2017, 95: 061304(R)
- 19 Bonatsos D, McCutchan E A, Casten R F, et al. Simple empirical order parameter for a first-order quantum phase transition in atomic nuclei. *Phys*

- [Rev Lett](#), 2008, 100: 142501
- 20 Alhassid Y, Whelan N. The Jacobi transition and the giant-dipole resonance in rapidly rotating hot nuclei. [Nucl Phys A](#), 1993, 565: 427–441
- 21 Chandrasekar S. *Ellipsoidal Figures of Equilibrium*. New Haven: Yale University Press, 1969
- 22 Meng J, Zhang W, Zhou S G, et al. Shape evolution for Sm isotopes in relativistic mean-field theory. [Eur Phys J A](#), 2005, 25: 23–27
- 23 Li Z P, Nikšić T, Vretenar D, et al. Microscopic description of spherical to γ -soft shape transitions in Ba and Xe nuclei. [Phys Rev C](#), 2010, 81: 034316
- 24 Zhang Y, Hou Z F, Liu Y X. Distinguishing a first order from a second order nuclear shape phase transition in the interacting boson model. [Phys Rev C](#), 2007, 76: 011305(R)
- 25 Zhang Y, Iachello F. Two-nucleon transfer reactions as a test of quantum phase transitions in nuclei. [Phys Rev C](#), 2017, 95: 034306
- 26 Nomura K, Zhang Y. Two-neutron transfer reactions and shape phase transitions in the microscopically formulated interacting boson model. [Phys Rev C](#), 2019, 99: 024324
- 27 Arima A, Iachello F. Two-nucleon transfer reactions in the SU(6) boson model. [Phys Rev C](#), 1977, 16: 2085–2089
- 28 Fossion R, Alonso C E, Arias J M, et al. Shape-phase transitions and two-particle transfer intensities. [Phys Rev C](#), 2007, 76: 014316
- 29 Zhang D L, Mu C F. Description of the shape coexistence in neutron-deficient $^{74,76}\text{Kr}$ with IBM2. [Sci China-Phys Mech Astron](#), 2016, 59: 682012
- 30 Zhang D L, Mu C F. Description of mixed symmetry states in ^{96}Ru using IBM-2. [Sci China-Phys Mech Astron](#), 2017, 60: 042011
- 31 Warner D D, Casten R F. Predictions of the interacting boson approximation in a consistent Q framework. [Phys Rev C](#), 1983, 28: 1798–1806
- 32 Li Z P, Nikšić T, Vretenar D, et al. Microscopic analysis of order parameters in nuclear quantum phase transitions. [Phys Rev C](#), 2009, 80: 061301(R)

Excited-state quantum phase transitions in nuclear system and nucleon-pair transfer intensity

DONG WenTing, CONG Lin, XIU Chang & ZHANG Yu*

School of Physics and Electronic Technology, Liaoning Normal University, Dalian 116029, China

Structural evolutions in the U(5)-O(6) quantum phase transition are investigated within the framework of the interacting boson model by comparing the two types of effective order parameters in the ground-state quantum phase transition and excited-state quantum phase transition. It is found that the monopole-pair transfer intensities can show critical behaviors not only in the ground-state quantum phase transition but also in the excited-state quantum phase transition. It is thus suggested that the main features of the ESQPT should persist in nuclear systems.

excited-state quantum phase transition, interacting boson model, nucleon-pair transfer intensity

PACS: 21.60.Fw, 21.10.Re, 25.40.Hs

doi: [10.1360/SSPMA-2019-0210](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2019-0210)