



圆柱密圈弹簧轴向变形公式简易 验证试验方法

孙先念, 梁一超, 蔡宏江, 叶金萍, 刘 杨

(大连海事大学 力学教研室, 大连 116026)

摘要:在材料力学课程的扭转变形一章中, 基于能量法推导了圆柱形密圈弹簧轴向变形公式, 该文提出了一个验证该公式的简易试验方法。利用数字图像相关法精确测量弹簧轴向变形, 得到弹簧常数, 结合材料力学教材中的弹簧轴向变形公式, 计算出弹簧材料的剪切弹性模量, 以验证弹簧轴向变形公式的正确性。此试验方法简单直观, 不涉及复杂的数据处理, 易于学生在课下实施, 使学生在了解数字图像相关法的同时, 还可以深入理解材料力学课程中关于扭转变形的理论公式。该方法不仅适于本科生力学实验教学, 也可应用于弹簧的力学性能测试。

关键词:数字图像相关法; 材料力学试验方法; 剪切弹性模量; 弹簧

中图分类号: O341

文献标志码: A

DOI: [10.12179/1672-4550.20200270](https://doi.org/10.12179/1672-4550.20200270)

A Simple Verification Test Method for Axial Deformation Formula of Cylindrical Closed-Coil Spring

SUN Xiannian, LIANG Yichao, CAI Hongjiang, YE Jinping, LIU Yang

(Faculty of Mechanics, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China)

Abstract: Axial deformation formula of cylindrical closed-coil spring, a derived formula based on energy method of the torsional deformation in the course of mechanics of materials, is verified by a simple experimental method proposed in this paper. The axial deformation of a spring is accurately measured by using digital image correlation (DIC) method to calculate its spring constant. According to axial deformation formula of spring in the textbook of mechanics of materials, the shear modulus of spring material is calculated to prove the correctness of the axial deformation formula. The proposed test method is easy for students to practice because of its intuitive simplicity and avoidance of complicated data processing. In addition, students can have a better understanding of digital image correlation method and the theoretical formula of torsional deformation in the course of mechanics of materials. The proposed method both applies in mechanical test teaching and tests the mechanical property of a spring as well.

Key words: digital image correlation method; experiment method for mechanics of materials; shear modulus; spring

材料力学试验是材料力学课程的一个重要组成部分。试验课程中学生通过自己动手测量, 直观地认识一些材料的力学参数或验证部分材料力学公式, 可以更好地理解和应用材料力学理论。

材料力学试验与其他力学试验的区别主要在于前者需要精确测量变形, 一般采用的方法为电测法(应变片)或机械法(引伸计或千分表)。近年来, 随着计算机科学技术的发展, 基于传统的散

斑法的数字图像相关法(digital image correlation method, DIC)^[1]在国内外发展十分迅速, 该方法具有无接触性、无损伤性、量程大等优点^[2-3], 可以适用于各种恶劣环境下的位移和应变测量, 其工程应用也越来越广泛。然而, 在目前工科学生的材料力学课程中, 还很少提及这种方法。这主要是因为数字图像相关法一般应用于二维或三维的位移场和应变场测量^[4-6], 需要借助复杂的计算机

收稿日期: 2020-06-07; 修回日期: 2020-09-19

基金项目: 大连海事大学教学改革项目(2020Y51); 大连海事大学“课程思政”示范课程项目(工程力学)(2020); 中央高校基本科研业务费专项资金(3132020163)。

作者简介: 孙先念(1970-), 男, 博士, 教授, 主要从事复合材料、连接件破坏研究。

通信作者: 刘杨(1986-), 男, 博士, 讲师, 主要从事结构优化方面的研究。E-mail: liuyang1042@dlmu.edu.cn

软件来辅助完成数据处理,对于尚处于材料力学学习阶段的学生来说,掌握数据分析方法的难度较大。

为了向大学本科生介绍数字图像相关法,使学生了解这种表面变形场工程测量方法的基本思想,研究者已经提出了一些试验教学方案^[7-14],如针对低碳钢平板试件的拉伸试验^[7]、梁弯曲挠度试验^[8]、运动三维形貌测量试验^[9]等采用了数字图像相关法的试验方案。这些方案需要借助人造散斑,在实施上具有一定的困难,而且数据处理量较大,学生需要掌握大量的相关知识才能理解,增加了学生的负担。

本文设计了一种基于数字图像相关法的材料力学教学实验,将测量场简化为一维,避免了复杂的数据处理,易于学生在课下实施。因此,此试验方法简单直观,使学生在了解数字图像相关法的同时,还可以深入理解材料力学课程中关于扭转变形的理论公式。本方法不仅适用于本科生力学试验教学,也能应用于弹簧的力学性能测试。

1 试验方法

1.1 数字图像相关法

本试验采用数字图像相关法对弹簧变形进行测量。数字图像相关法是一种非接触、非干涉的光学全场测量物体形貌、转动、位移和变形的方法。最早由文献[15]在1980年提出,由于当时数字图像技术和计算机图像处理技术并不发达,所以发展比较缓慢。近年来,随着计算机图像技术和数字摄像机的发展,数字图像相关法得到了飞跃式发展。

数字图像相关法基本原理是通过跟踪(或匹配)物体表面变形前后两幅数字图像中同一像素点的位置来获得像素点的位移向量,为了提高匹配精度,一般在物体表面喷涂人工散斑,通过数字图像的相关性计算,得出被测物体表面的变形场。通常将变形前的数字散斑图像作为基准图像或参考图像(reference image),变形后的数字散斑图像作为变形后图像(deformed image)。由于图像比对的计算量较大,一般借助计算机图像分析软件来完成变形位移场的计算工作。

1.2 测量方法

如图1所示,利用支架将弹簧上端固定在支

架上,下端连接一个砝码盘,弹簧处于自然铅直状态。为了简化试验操作,在弹簧上用记号笔标记测量段来代替人工散斑,利用游标卡尺测出测量段长度 L_0 ,需要说明的是每个测量段长度都是从弹簧根部到指定标记的距离。将数码相机用三脚架固定好并调好焦距保持静止不动,并用照相机拍一张照片作为初始基准图像。然后,逐次添加砝码,每增加一个砝码(本试验中分别采用了质量为50 g和100 g的砝码)拍一张变形后图像,直至所有砝码加完。为了避免按下快门时对照相机产生扰动,通过与相机关联的手机应用软件进行无接触式拍照操作。

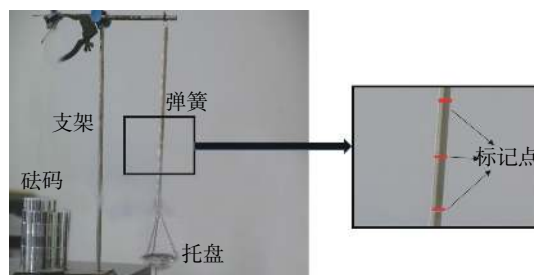


图1 试验装置

如图2所示,利用通用图像软件,在基准图像中测量待测两点间距离,称之为初始长度或参考长度 L'_0 ,同时在变形后的图像中找到相对应位置两点,并测量其长度 L'_i 。假设弹簧在轴向拉伸时,在拉伸方向上变形分布均匀,而且其横截面不产生畸变,则测量段的伸长线应变为:

$$\varepsilon_i = (L'_i - L'_0) / L'_0 \quad (1)$$

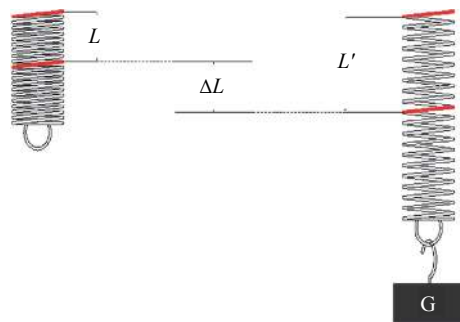


图2 数字图像相关法原理图

需要指出的是,数字图像相关法一般会通过在试件表面标出指定的长度标记,获得数字图像中一个像素代表的实际长度,以便于定量计算变形引起的位移量。在本试验过程中,照相机与弹簧间距不变且焦距不发生变化,故而每一次拍摄的图像中的像素与实物之间的几何比例保持不

变, 因此, 可以直接计算出弹簧的伸长量为:

$$\Delta L_i = \varepsilon_i L_0 \quad (2)$$

于是弹簧常数可以写作:

$$C = \Delta F_i / \Delta L_i \quad (3)$$

式中, ΔF_i 为载荷增量。

本文试验方法旨在验证材料力学课程中基于扭转变形的理论公式和能量法得到的弹簧常数计算公式, 即:

$$C = \frac{Gd^4}{64R^3n} \quad (4)$$

弹簧测量段长度不同, 其弹簧常数也随之发生变化。这不利于对不同的试验进行对比分析。因此, 本文将式(4)改写为:

$$G = \frac{64CR^3n}{d^4} \quad (5)$$

这样, 就可以通过比较材料常数 G 来验证式(4)。其中弹簧线径 d 、弹簧有效圈数 n 和弹簧半径 R 均在试验中测得。

2 试验结果与讨论

本次试验准备了 3 种型号的不锈钢圆柱形密封圈弹簧, 每种型号准备 2 根长度相同的弹簧, 共计 6 根弹簧。根据不同型号, 将弹簧分为 A、B、

C 共 3 组, 每组的 2 根弹簧用数字 1、2 区分。

利用游标卡尺在每一个测量段内测量弹簧线径 d 与弹簧直径 D 。结果表明, 被测弹簧的平均线径、直径与出厂标称参数误差很小, 故忽略不计, 采用如表 1 所示的弹簧出厂几何参数进行后续数据处理。

表 1 各分组弹簧出厂几何参数

	A组	B组	C组
d/mm	0.8	0.8	0.8
$D=2R(\text{mm})$	10.0	8.0	6.0

通过选取不同标段来测量弹簧常数, 目的通过增加试验工况数目, 体现试验的可重复性, 并可利用多次的试验数据进行相对误差分析, 便于评价试验测量精度。每根弹簧划分多个测量段, 每段均从根部计量长度, 弹簧 A、B 标记 3 个测量段, C 组弹簧较长, 设置 4 个测量段。每个弹簧的最后一个标记点都位于弹簧尾部, 即最后测量段的长度为相应弹簧的全长。每个弹簧上标记的各测量段初始长度 L_0 和有效圈数 n , 如表 2 所示。用弹簧编号与测量段序号组合表示不同试验, 如 B2-3 表示 B 组第 2 根弹簧的第 3 个测量段。

表 2 每组弹簧各测量段的初始长度与有效圈数

组别	测量段1		测量段2		测量段3		测量段4	
	L_0/mm	n	L_0/mm	n	L_0/mm	n	L_0/mm	n
A	62.0	77	123.0	152	181.0	225		
B	61.0	77	122.0	153	182.0	227		
C	60.0	74	116.0	144	169.0	211	217.0	271

如图 3~图 5 所示, 给出了 3 组弹簧各测量段的载荷-位移曲线, 坐标横轴为用式(2)得到的相应测量段的伸长量, 纵轴为加载的砝码总重量。从图中可以看到, 每个弹簧各段的载荷-位移曲线均呈线性关系, 说明所施加的载荷在弹簧线性范围内, 测量是有效的。同时, 每组 2 根弹簧的载荷-位移曲线基本重合, 表明弹簧工艺质量好, 也使本文提出的测量方法具有很好的重复性。

基于图 3~图 5 的数据, 对图中每个测量段曲线进行线性拟合, 拟合后的直线斜率即为弹簧此测量段的弹簧常数 C 。以 A1 为例, 图 3 中, A1-1、A1-2、A1-3 这 3 个测量段载荷-位移的直线斜率

不同, 是因为在相同线径和弹簧直径下, 弹簧测量段越长, 其弹簧刚度越低。显然, 利用式(3)计算出的弹簧常数不宜用来对比各段测量结果。因此, 需进一步将 3 组弹簧各测量段的弹簧常数 C 代入式(5)得到弹簧的剪切模量 G 。

本文选用的不锈钢弹簧的标准剪切模量为 $71.7 \text{ GPa}^{[16]}$, 表 3~表 5 测得的各测量段剪切弹性模量及其平均值都与标准值十分接近, 说明本试验方法有效且精度高。

此外, 在表 3~表 5 的 A、B 两组弹簧中, 同一弹簧各测量段剪切弹性模量与平均值偏差小, 表明这两组弹簧沿长度的均匀性好。A、B 两组弹

簧的剪切弹性模量平均值误差小于 2%, C 组弹簧的测量结果误差整体偏高, 这主要是因为所选用的密圈弹簧的弹簧丝之间存在微小间距。C 组弹簧直径小, 其刚度受此微小间距的影响较为显著; 同时, 从试样的表面观察还可发现, 此弹簧的弹簧丝之间的微小间距沿其长度分布并不均匀, 因此, 测得的弹簧常数有一定程度的离散, 也致使相应的剪切弹性模量计算值离散度高。另一方面, 微小间距的存在还使 C 组弹簧常数偏低, 导致式(5)计算的剪切弹性模量也偏低。

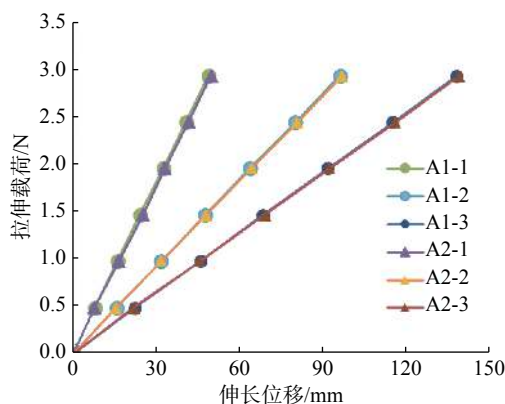


图3 A组弹簧各测量段载荷-位移曲线图

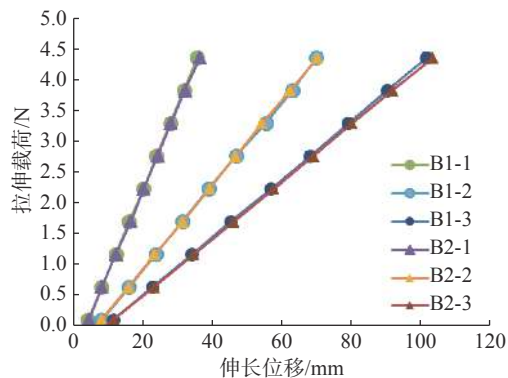


图4 B组弹簧各测量段载荷-位移曲线图

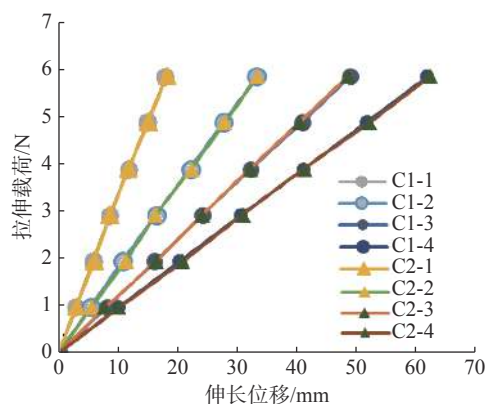


图5 C组弹簧各测量段载荷-位移曲线图

表3 A组弹簧各标段的测量结果

弹簧序号	测量段号	$C/(\text{N}\cdot\text{mm}^{-1})$	G/GPa	平均值 G/GPa	标准 G/GPa	G 误差的绝对值/%
A1	A1-1	0.0602	70.50	71.39	71.7	0.43
	A1-2	0.0306	70.79			
	A1-3	0.0213	72.89			
A2	A2-1	0.0607	69.24	70.58	71.7	1.56
	A2-2	0.0306	70.27			
	A2-3	0.0213	72.24			

表4 B组弹簧各标段的测量结果

弹簧序号	测量段号	$C/(\text{N}\cdot\text{mm}^{-1})$	G/GPa	平均值 G/GPa	标准 G/GPa	G 误差的绝对值/%
B1	B1-1	0.1293	71.64	71.98	71.7	0.39
	B1-2	0.0645	71.47			
	B1-3	0.0444	72.83			
B2	B2-1	0.1260	70.73	71.42	71.7	0.39
	B2-2	0.0643	71.72			
	B2-3	0.0434	71.82			

表 5 C 组弹簧各标段的测量结果

弹簧序号	测量段号	$C/(N \cdot mm^{-1})$	G/GPa	平均值 G/GPa	标准 G/GPa	G 误差的绝对值/%
C1	C1-1	0.328 5	64.95	68.11	71.7	5.00
	C1-2	0.176 3	68.75			
	C1-3	0.120 3	69.05			
	C1-4	0.094 7	69.70			
C2	C2-1	0.321 5	65.34	68.94		3.85
	C2-2	0.173 5	68.61			
	C2-3	0.122 6	71.04			
	C2-4	0.095 1	70.78			

3 结束语

本文设计了一种通过基于数字图像相关法测量圆柱形密圈弹簧的弹簧常数,验证材料力学教材中圆柱形密圈弹簧轴向变形公式的试验方法,可以使学生加强对杆件扭转变形理论的理解,并了解数字图像相关法。由于该试验方法简单直观,结果精度高,易于学生自行实施,因此,将该试验方法引入到现有的力学试验教学中是可行的。

参考文献

- [1] SUTTON M, MCNEILL S, HEL M J, et al. Advances in two-dimensional and three-dimensional computer vision[J]. Photo mechanics, 2000, 77(1): 323-372.
- [2] 唐正宗, 梁晋, 肖振中, 等. 用于三维变形测量的数字图像相关系统[J]. 光学精密工程, 2010, 18(10): 2244-2253.
- [3] WAN T, KEMAO Q, SEAH H S, et al. A flexible heterogeneous real-time digital image correlation system[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2018, 110(11): 7-17.
- [4] KLEINENDORST S M, HOEFNAGELS J P M, GEERS M G D. Mechanical shape correlation: a novel integrated digital image correlation approach[J]. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, 2019, 345(3): 983-1006.
- [5] AMIRPOUR M, BICKERTON S, CALIUS E, et al. Numerical and experimental study on deformation of 3D-printed polymeric functionally graded plates: 3D-digital image correlation approach[J]. Composite Structures, 2019, 211(3): 481-489.
- [6] BALDI A. Digital image correlation and color Cameras[J]. Experimental Mechanics, 2018, 58(2): 315-333.
- [7] 代祥俊, 蒲琪, 杨保亮, 等. 数字图像相关法在材料力学试验教学中的应用[J]. 工程与试验, 2009, 49(4): 37-39.
- [8] 朱建国. 数字图像相关法在力学试验教学中的应用[J]. 实验科学与技术, 2015, 13(1): 9-11.
- [9] 单宝华, 霍晓洋, 刘洋. 基于MATLAB的DIC方法位移测量教学试验研究[J]. 试验室科学, 2016, 19(2): 43-49.
- [10] 李林安, 李传威, 王志勇, 等. 基于创新能力提升的运动三维形貌DIC测量技术的综合教学试验[M]. 郑州: 郑州大学出版社, 2016.
- [11] 陈兵, 朱洁, 白鹏翔, 等. 数字图像相关法在竹纤维材料拉伸试验中的应用[J]. 工程与试验, 2012, 51(1): 269-270.
- [12] 袁向荣. 梁变形检测的一维数字图像相关法[J]. 广州大学学报(自然科学版), 2010, 9(1): 54-56.
- [13] 毛霜霜, 刘红欣, 张东升. 运用数字图像相关法拓展基础力学试验[C]//第十三届全国试验力学学术会议论文摘要集. 昆明: [s.n.], 2012.
- [14] 孙先念, 刘庆斌, 吕晓君. 基于一维数字图像相关法的本科生材料力学教学试验方案[J]. 实验科学与技术, 2019, 17(1): 56-59.
- [15] PETERS W H. Digital imaging technique in experimental stress analysis[J]. Optical Engineering, 1982, 21(3): 427-431.
- [16] 张英会, 刘辉航, 王德成. 弹簧手册[M]. 2版. 北京: 机械工业出版社, 2008.

编辑 张俊