

长期共振迁移对经典 Kuiper 带的影响*

黎 健[†] 周礼勇 孙义燧

(南京大学天文系 南京 210093)

摘要 太阳星云气体的耗散可以引起长期共振迁移 (secular resonance sweeping, SRS), 当长期共振的位置扫过经典 Kuiper 带小天体 (Kuiper Belt objects, KBOs), 就会激发其轨道倾角. 详细研究了在太阳系紧致构形中 (指四个大行星轨道彼此相距较小的状态) SRS 对经典 KBOs 轨道倾角的激发过程, 发现 KBOs 轨道倾角受激发的程度敏感地依赖于星云气体中面与太阳系不变平面¹ 的夹角 δ : 当星云气体中面与不变平面重合, 即 $\delta = 0$ 时, 经典 KBOs 倾角受到的激发很小; 而当星云气体中面与黄道面重合, 即 $\delta \approx 1.6^\circ$ 时, 在合理的初始条件下, 经典 KBOs 的倾角最高可以被激发到 30° 以上. 另外, 通过模拟木星具有较大轨道倾角的情形以及 SRS 和大行星轨道迁移同时发生的情形, 发现对于经典 KBOs 倾角的受激发程度而言, 它们两者的影响都远弱于 δ .

关键词 方法: 数值, Kuiper 带, 天体力学, 太阳系: 形成

中图分类号: P 134; **文献标识码:** A

1 引言

Kuiper 带是指位于海王星轨道外的小天体构成的盘状区域. 它最初由 Edgeworth^[1] 和 Kuiper^[2] 提出, Jewitt 和 Luu^[3] 观测到第一个 KBO (1992QB1), 目前已经发现了超过 1000 个 KBOs². 根据轨道特征, 可以将它们分为三类 (例如文 [4] 和文 [5]): 1) 经典 KBOs, 大约占 2/3, 基本位于 42 AU 和 48 AU 之间; 2) 与海王星发生平运动共振的 KBOs³, 大约占 25%, 主要集中在 3:2 共振处 ($a \approx 39.4$ AU), 在 4:3, 5:3, 2:1 等共振处也有少量 KBOs 聚集; 3) 散射小天体, 约占 8%, 它们在扁长的椭圆轨道上运行 ($a > 50$ AU, $0.2 < e < 0.85$). 一般认为 KBOs 是早期太阳系物质凝聚成各大行星后残余的物质, 因此这些小天体能够为研究太阳系的形成与演化提供线索.

对于与海王星发生平运动共振的 KBOs 结构的形成, Malhotra^[6-8] 提出的类木行星轨道迁移和共振俘获模型给出了比较好地解释: 太阳系形成早期, 大行星在基本获得其

2006-07-05 收到原稿, 2006-11-6 收到修改稿

* 国家自然科学基金 (10233020, 10403004)、国家“973”项目 (G200077303) 和教育部博士点基金 (20020284011) 资助项目

[†] ljian@nju.edu.cn

¹ 与太阳系总角动量垂直的平面

² <http://cfa-www.harvard.edu/cfa/ps/lists/TNOs.html>

³ 小天体和海王星的轨道周期成简单整数比

质量后, 曾经经历过轨道迁移, 随着海王星向外迁移, 与其发生平运动轨道共振的位置扫过原星子盘, 最终这些共振 (特别是 3:2 和 2:1 共振) 俘获了大量的 小天体, 并有效地激发了它们的轨道偏心率.

近来的观测表明, 在经典 Kuiper 带中有着一些所谓动力学 “热” 的小天体, 它们有着较大的轨道倾角 (最大超过 30°). 这些高倾角小天体的起源, 是 Kuiper 带研究工作中难点之一. Gomes^[9] 提出, 由于海王星迁移过程中的引力散射作用, 初始位于 25 AU 附近的小天体的轨道倾角被激发, 并到达了现在的 Kuiper 带. Chiang 等^[10] 指出, 在行星生长阶段, 20-40 AU 间可能有若干海王星大小的 “oligarchs”, 它们激发了 KBOs 的偏心率 and 轨道倾角. 而黎健等^[11] 发现, 在大行星轨道迁移的影响下, ν_8 长期共振激发了一些初始位于 30 AU 外的小天体的轨道偏心率, 使得其近日点距离变小而与海王星发生近距离相互作用, 导致轨道倾角被较大程度地激发.

Nagasawa 等^[12] 提出, 太阳星云气体的耗散可以引起 SRS, 导致 KBOs 的偏心率和轨道倾角受到激发. 文 [12] 主要研究了太阳系当前构形 (指四个大行星处于现在的位置), 发现若星云气体的耗散时标 τ_{del} 为 10^7 年量级, 则 SRS 可将 40 AU 外小天体的轨道倾角激发到和观测相当的值. 现在一般认为, 大行星在获得质量之后轨道迁移之前^[13,14], 木星、土星、天王星、海王星的轨道半长径分别为 5.4、8.7、16.3、23.2 AU (称为紧致构形). 文 [12] 的线性分析表明在紧致构形中, SRS 激发 40 AU 外小天体轨道倾角到观测值所需的 τ_{del} 为 10^8 年量级, 这比观测到的金牛座 T 型星的星云气体的耗散时标 ($3 \times 10^6 - 10^7$ 年)^[15] 至少大了一个量级. 另外, 在对当前构形的研究中, Hahn 等^[16] 发现, SRS 对 KBOs 轨道倾角的激发程度十分敏感于太阳星云气体中面和太阳系不变平面的夹角, 若星云气体中面与不变平面重合 (在文 [12] 中, 星云气体中面与黄道面重合), 那么 40 AU 外 KBOs 倾角的受激发程度将非常之小.

由于线性分析中摄动函数展开对于较大的 e 或 i 会失效, 另外还考虑到在大行星发生迁移之前太阳系构形的不确定性, 为了考察 SRS 能否在合理的条件下激发 40 AU 外小天体的轨道倾角, 并形成观测到的高倾角经典 KBOs, 本文通过数值模拟对紧致构形中 SRS 激发经典 KBOs 轨道倾角这一机制做了较为细致的研究: 我们分别考察了在太阳系紧致构形中, 星云气体中面与不变平面重合以及有个较小夹角 δ 的情形 (见图 1); 由于大行星的轨道迁移时标和星云气体的耗散时标都可能为 10^7 年量级^[11,15], 我们还考察了 SRS 和大行星轨道迁移同时发生的情形, 作为对文 [12] 和文 [16] 的补充.

2 模型

在我们的模型中, 太阳系由太阳, 四个类木行星 (木星, 土星, 天王星和海王星, 类地行星的质量都加到太阳上), 太阳星云气体以及海王星轨道外的星子盘构成. 在这里, 星子是零质量的试验体, 它们受其他天体和星云气体的引力作用而没有反作用力, 且相互之间不存在引力作用.

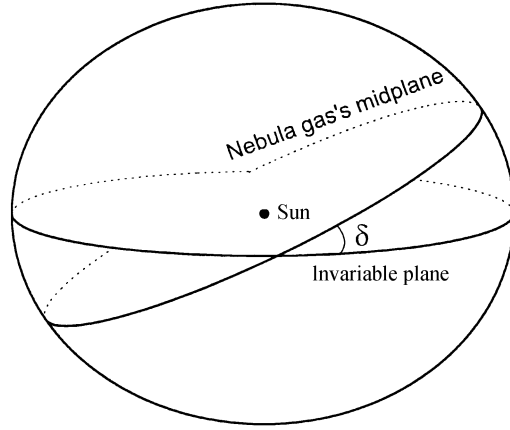


图 1 星云气体中面与太阳系不变平面的空间位置关系，为了显示清楚，它们的夹角 δ 被放大了。当星云气体中面与黄道面重合时 $\delta \approx 1.6^\circ$ 。

Fig. 1 The relationship between the midplane of nebula gas and the invariable plane of solar system in space, for clarity, their included angle δ has been magnified. When the midplane of nebula gas placed in the ecliptic plane, $\delta \approx 1.6^\circ$.

2.1 太阳星云气体

在本文中，我们采用轴对称的最小质量太阳星云模型^[12,17]：

$$\rho_{rmH} = 1.4 \times 10^{-9} \left(\frac{r}{1\text{AU}} \right)^{-11/4} \exp \left[- \left(\frac{z/1\text{AU}}{0.047(r/1\text{AU})^{5/4}} \right)^2 \right] \text{g cm}^{-3}, \quad (1)$$

ρ_H 是星云气体的密度， (r, z) 是以太阳为原点的柱坐标。我们选取 $0.35 \text{ AU} < r < 150 \text{ AU}$, $|z| < 0.0472r_{\text{max}}^{5/4}$ 。在此参数条件下，星云气体的总质量约为 $0.028M_\odot$ 。由于木星和星云气体间的潮汐作用，星云气体在木星附近会形成空隙，我们将此空隙的半宽度取为 $2\sqrt{3}R_H$ ^[18,19], $R_H = (M_J/3M_\odot)^{1/3}a_J$ 是木星的 Hill 半径。

在数值模拟中，为了简单起见，我们采用星云气体一致耗散模型^[12]：

$$\rho(r, z, t) = \rho(r, z, 0) \exp(-t/\tau_{\text{del}}), \quad (2)$$

τ_{del} 是星云气体的耗散时标。

我们假定在某一时刻 t ，星云气体的密度为 $\rho(r', z', t)$ ，则其在 (r, z) 处的引力势为：

$$V(r, z, t) = \int_{r'} \int_{z'} \int_0^{2\pi} \frac{G\rho(r', z', t)r'dr'dz'd\phi'}{\sqrt{r^2 + r'^2 + (z - z')^2 - 2rr'\cos\phi'}}, \quad (3)$$

那么，星云气体在 r 和 z 方向的引力分量为：

$$\begin{aligned} F_r(r, z, t) &= -\frac{\partial V}{\partial r} = \iiint \frac{G\rho(r', z', t)(r - r'\cos\phi')}{(r^2 + r'^2 + (z - z')^2 - 2rr'\cos\phi')^{3/2}} dV', \\ F_z(r, z, t) &= -\frac{\partial V}{\partial z} = \iiint \frac{G\rho(r', z', t)(z - z')}{(r^2 + r'^2 + (z - z')^2 - 2rr'\cos\phi')^{3/2}} dV', \end{aligned} \quad (4)$$

在 t_0 时刻, 在 $r-z$ 平面上做网格划分, 并利用 Gauss 方法对 (4) 式直接积分, 可求得每一个格点上的 F_r 和 F_z , 由于:

$$\frac{F_r(r, z, t)}{F_r(r, z, t_0)} = \frac{F_z(r, z, t)}{F_z(r, z, t_0)} = \exp\left(-\frac{t-t_0}{\tau_{\text{del}}}\right), \quad (5)$$

就可以利用二元三点插值法求得在任一时刻 t 、任一点 (r, z) 上的 F_r 与 F_z .

2.2 行星系统

在我们的数值模拟中, 四个类木行星当前的轨道根数取自 NASA 的喷气推进实验室太阳系动力学网站⁴, 它们的质量取自 DE405 历表^[20](表 1). 在其他轨道根数保持不变的条件下, 我们取行星的初始轨道半长径 $a_i = a_f - \Delta a$, a_f 是行星当前的轨道半长径, 对于木星、土星、天王星、海王星, Δa 分别取为 -0.2 、 0.8 、 3.0 、 7.0 AU^[7], 此即为本文所研究的太阳系紧致构形.

表 1 四个大行星的质量与它们在 J2000 时刻的黄道与春分点定义的参考坐标系中的轨道根数

Table 1 The masses of the four giant planets and their orbital elements referenced to ecliptic and equinox of J2000 at the J2000 epoch

Planet	$GM_{\odot}/GM_P$	a (AU)	e	i°	Ω°	ω°	M°
Jupiter	1047.35	5.20	0.048	1.30	100.56	274.20	19.65
Saturn	3497.92	9.54	0.054	2.48	113.72	338.72	317.51
Uranus	22903.12	19.19	0.047	0.77	74.23	96.73	142.27
Neptune	19412.36	30.07	0.0086	1.77	131.72	273.25	259.91

另外, 为研究类木行星轨道迁移对 Kuiper 带形成的影响, Malhotra 简化了迁移为如下形式^[6,7]:

$$a(t) = a_f - \Delta a \exp(-t/\tau_{\text{mig}}), \quad (6)$$

其中 $a(t)$ 是 t 时刻行星的轨道半长径, τ_{mig} 为轨道迁移时标. 在行星上附加沿着速度方向 $\hat{v}$ 的虚拟力^[7]:

$$\Delta \ddot{r} = \frac{\hat{v}}{\tau_{\text{mig}}} \left\{ \sqrt{\frac{GM_{\odot}}{a_i}} - \sqrt{\frac{GM_{\odot}}{a_f}} \right\} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{mig}}}\right), \quad (7)$$

可以模拟上述的轨道迁移.

3 长期共振

长期共振是指当星子的近日点或升交点进动的固有频率与太阳系某一特征频率相当时, 星子的轨道偏心率或倾角就会受到激发^[12]. 在由太阳、四个类木行星、太阳星云气体构成的系统中, 随着星云气体的耗散, 气体引力势改变, 长期共振的位置会发生迁移.

⁴ <http://ssd.jpl.nasa.gov/elem-planet.html>

将 (3) 式展开到偏心率 e 和轨道倾角 I 的平方项, 并对其中的短周期项做 Gauss 平均化, 可以得到如下的星云气体扰动势^[21,22]:

$$\begin{aligned}\langle R_n \rangle &= C + T(a, t)e^2 - S(a, t)I^2, \\ T(a, t) &= \frac{a^2}{4} \iiint \left\{ -\frac{-3 + 2r'/a \cos \phi'}{(a^2 + r'^2 + z'^2 - 2ar' \cos \phi')^{3/2}} + \frac{3(a - r' \cos \phi')^2}{(a^2 + r'^2 + z'^2 - 2ar' \cos \phi')^{5/2}} \right\} \\ &\quad G\rho dV', \\ S(a, t) &= -\frac{a^2}{4} \iiint \left\{ -\frac{r'/a \cos \phi'}{(a^2 + r'^2 + z'^2 - 2ar' \cos \phi')^{3/2}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{3z'^2}{(a^2 + r'^2 + z'^2 - 2ar' \cos \phi')^{5/2}} \right\} G\rho dV',\end{aligned}\quad (8)$$

C 是常数.

那么, 对于轨道根数为 a 、 n (平运动角频率)、 e 、 I 、 ϖ 和 Ω 的星子, 其摄动函数的长期项为^[23]:

$$R = na^2 \left[\frac{1}{2} A e^2 + \frac{1}{2} B I^2 + \sum_{j=1}^4 A_j e e_j \cos(\varpi - \varpi_j) + \sum_{j=1}^4 B_j I I_j \cos(\Omega - \Omega_j) \right], \quad (9)$$

其中:

$$\begin{aligned}A &= +n \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 \frac{m_j}{m_\odot} \alpha_j b_{3/2}^{(1)}(\alpha_j) + \frac{2}{na^2} T, \\ A_j &= -n \frac{1}{4} \frac{m_j}{m_\odot} \alpha_j b_{3/2}^{(2)}(\alpha_j), \\ B &= -n \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 \frac{m_j}{m_\odot} \alpha_j b_{3/2}^{(1)}(\alpha_j) - \frac{2}{na^2} S, \\ B_j &= +n \frac{1}{4} \frac{m_j}{m_\odot} \alpha_j b_{3/2}^{(1)}(\alpha_j),\end{aligned}\quad (10)$$

这里的下标 j 指代类木行星, $\alpha_j = a_j/a$, $b_{3/2}^{(1)}(\alpha_j)$ 和 $b_{3/2}^{(2)}(\alpha_j)$ 是 Laplace 系数.

通过引入正则变量:

$$h = e \sin \varpi, \quad k = e \cos \varpi, \quad p = I \sin \Omega, \quad q = I \cos \Omega, \quad (11)$$

星子的运动方程可以写成:

$$\dot{h} = +\frac{1}{na^2} \frac{\partial R}{\partial k}, \quad \dot{k} = -\frac{1}{na^2} \frac{\partial R}{\partial h}, \quad \dot{p} = +\frac{1}{na^2} \frac{\partial R}{\partial q}, \quad \dot{q} = -\frac{1}{na^2} \frac{\partial R}{\partial p}, \quad (12)$$

(12) 式的解为:

$$h = e_{\text{free}} \sin(At + \beta) - \sum_{j=5}^8 \frac{v_j}{A - g_j} \sin(g_j t + \beta_j),$$

$$\begin{aligned}
k &= e_{\text{free}} \cos(At + \beta) - \sum_{j=5}^8 \frac{v_j}{A - g_j} \cos(g_j t + \beta_j), \\
p &= I_{\text{free}} \sin(Bt + \gamma) - \sum_{j=15}^{18} \frac{\mu_j}{B - f_j} \sin(f_j t + \gamma_j), \\
q &= I_{\text{free}} \cos(Bt + \gamma) - \sum_{j=15}^{18} \frac{\mu_j}{B - f_j} \cos(f_j t + \gamma_j),
\end{aligned} \tag{13}$$

其中 e_{free} 、 I_{free} 、 β 、 β_j 、 γ 、 γ_j 、 v_j 和 μ_j 是积分常数, g_j ($j = 5, 6, 7, 8$) 和 f_j ($j = 15, 16, 17, 18$) 是太阳系紧致构形中的 8 个特征频率. 当星子近日点进动的固有频率 $A = g_j$ 或升交点进动的固有频率 $B = f_j$, 长期共振就发生了, 前者激发星子的轨道偏心率, 记为 ν_5 、 ν_6 、 ν_7 、 ν_8 ($g_5 > g_6 > g_7 > g_8 > 0$); 后者激发星子的轨道倾角, 记为 ν_{15} 、 ν_{16} 、 ν_{17} 、 ν_{18} ($f_{16} < f_{17} < f_{18} < f_{15} < 0$).

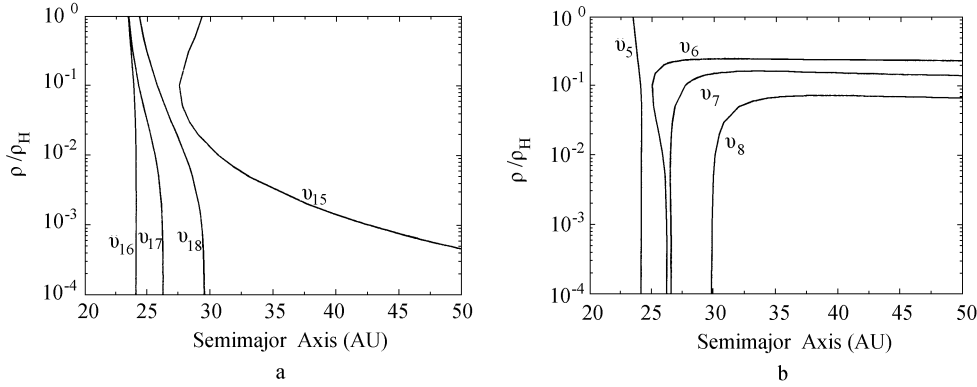


图 2 在太阳系紧致构形中, 随着星云气体密度 ρ 变化对长期共振位置的估计, ρ_H 是最小质量太阳星云气体密度. (a) 长期共振 ν_{15} 、 ν_{16} 、 ν_{17} 、 ν_{18} 的位置. (b) 长期共振 ν_5 、 ν_6 、 ν_7 、 ν_8 的位置.

Fig. 2 Estimated locations of the secular resonances as functions of ρ in the compact configuration of the solar system, ρ_H is the density of the minimum mass solar nebula gas. (a) Locations of the secular resonances ν_{15} 、 ν_{16} 、 ν_{17} 、 ν_{18} . (b) Locations of the secular resonances ν_5 、 ν_6 、 ν_7 、 ν_8 .

根据 (10) 式可知, 在某一时刻, A 和 B 仅为星子轨道半长径 a 的单变量函数, 那么由 $A = g_j$ 或 $B = f_j$, 可以计算出此刻长期共振的位置 (有关长期共振的详细讨论见文 [12] 和文 [22]). 如图 2a 所示, 随着星云气体密度的减小, 长期共振 ν_j ($j > 10$) 从内向外迁移. 由于 ν_{16} 、 ν_{17} 、 ν_{18} 的位置始终在 30 AU 以内, 因此它们对经典 KBOs 倾角的激发没有贡献. 根据图 2a 的线性估计, 当残余星云气体的密度为 $10^{-3} \cdot \rho_H$ 时, ν_{15} (主要由木星引起) 大约在 42.73438 AU 处, 随着星云气体密度的减小, ν_{15} 向外扫过经典 Kuiper 带. 在这里, 我们主要考察长期共振对经典 KBOs 轨道倾角的激发作用, 因此在数值模拟中, 以星云气体密度为 $10^{-3} \cdot \rho_H$ 的时刻作为我们讨论的时间零点.

另外, 如图 2b 所示, 当星云气体的密度减小到 $10^{-2} \cdot \rho_H$ 之后, 长期共振 ν_6 , ν_7 , ν_8 已经经过经典 Kuiper 带, 而 ν_5 的位置又始终在 Kuiper 带的内边缘以内. 因此在数值模

拟中, 经典 KBOs 的偏心率应该不会被 ν_5 、 ν_6 、 ν_7 、 ν_8 激发.

需要指出, 星云气体的引力势不同于质点源. 在没有星云气体的情况下 $\nu_{15} = 0$, 即只存在 7 个长期共振^[24]. 因为星云气体引力势的存在, 改变了长期共振的位置.

4 数值结果

在太阳系紧致构形中, 我们分别模拟了: (1) 星云气体中面与太阳系不变平面重合; (2) 星云气体中面与太阳系不变平面有个较小夹角 δ ; (3) SRS 和大行星轨道迁移同时发生的情形下, SRS 对经典 KBOs 轨道倾角的激发作用.

在每次模拟中, 我们取 20 个无质量实验体, 它们的初始轨道半长径 a 在 40—50 AU 间均匀分布, 初始轨道倾角 i (相对于星云气体中面) 和偏心率 e 都取为 0.001, 而升交点经度 Ω , 近点角距 ω , 平近点角 M 则在 $0-2\pi$ 间随机选取.

我们选用二阶辛积分器^[25], 经过 Mikkola 等^[26,27] 的改进, 此积分器可以处理非正则扰动, 例如本文中的星云气体引力 F_r 和 F_z , 以及虚拟阻力 $\Delta\dot{r}$. 选取积分步长为 200 天, 大约为木星公转周期的 1/20.

4.1 星云气体中面与太阳系不变平面重合

首先考虑星云气体中面与太阳系不变平面重合的情况. 我们取星云气体耗散时标 τ_{del} 为 1.7×10^7 年 (若无特别说明, 下文中 τ_{del} 皆为此值. 此值是星云气体中面与黄道面重合时激发经典 KBOs 轨道倾角至 30° 所需 τ_{del} 的下限, 详见 4.2 节), 并将系统演化到了 10^8 年, 结果如图 3 所示.

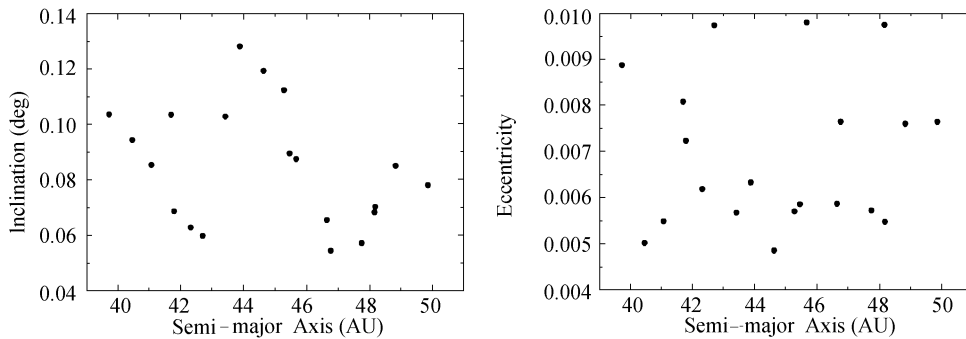


图 3 星云气体中面与太阳系不变平面重合, 初始星云气体密度为 $10^{-3} \cdot \rho_H$, 耗散时标 $\tau_{del} = 1.7 \times 10^7$ 年, 系统演化到 10^8 年, 试验体在最后 3×10^6 年内的平均轨道根数. (右) 试验体的最终轨道半长径和轨道偏心率分布. (左) 试验体的最终轨道半长径和轨道倾角分布.

Fig. 3 The midplane of nebula gas is coplanar with the invariable plane of solar system. The density of initial nebula gas is $10^{-3} \cdot \rho_H$ and the depletion timescale $\tau_{del} = 1.7 \times 10^7$ yr. The system is integrated for 10^8 yr, the final orbital elements of test particles are averaged over the last 3×10^6 yr. (right) Final semi-major axes vs. eccentricities of test particles. (left) Final semi-major axes vs. inclinations of test particles.

在太阳系紧致构形中, 当星云气体中面与不变平面重合, 虽然长期共振 ν_{15} 缓慢地

扫过经典 Kuiper 带, 但是实验体的轨道倾角不能够被 SRS 有效地激发 ($i_{\max} < 0.13^\circ$, 如图 3), 这与 Hahn 等^[16] 对太阳系当前构形的研究结果一致. 为了知道在此“共面”情形之下, 星云气体耗散时标 τ_{del} 的长短对结果的影响如何, 我们还尝试了将 τ_{del} 增大到文^[12] 中的估计值 10^8 年, 而试验体的倾角最高只被 SRS 激发到大约 0.3° . 综上所述, 在星云气体中面与不变平面重合的条件下, SRS 对经典 KBOs 轨道倾角的激发作用微乎其微. 另外, 就如我们在第 3 节中线性分析的预测, 实验体的轨道偏心率没有被激发 (在下文中如无需要, 我们只给出实验体的最终 $a-e$ 分布图, 不再对 e 做讨论).

Nagasawa 等^[12] 指出, 实验体倾角的变化 Δi 正比于大行星的轨道倾角. 由于长期共振 ν_{15} 主要是由木星引起的, 而木星相对于不变平面的倾角 i_J 只有 0.31° , 所以它对试验体的轨道倾角的激发作用也很有限. 为了研究当星云气体中面与太阳系不变平面重合时 Δi 与 i_J 的关系, 我们人为地将 i_J 增大到 1.21° , 图 4 显示的是在此条件下系统演化到 10^8 年实验体的轨道根数. 可以发现, 当木星的轨道倾角增大后, 实验体倾角的最大值由 0.13° 增大到 0.4° , 但是这个值与某些经典 KBOs 高达 30° 的倾角相比仍然很小, 不足以解释高倾角经典 KBOs 的起源. 所以, 与前述 i_J 为 0.31° 的情形相比, 较大的 i_J 确实有利于 SRS 激发试验体的轨道倾角, 但影响甚微. 另一方面, 倘若木星的轨道倾角曾经达到过较大的值, 必然存在某种机制 (如气体盘里产生的弯曲波^[28]) 使其在以后时间内演化到当前的状态. 而在我们所研究的系统演化结束后, 星云气体已经完全消散, 很难有机制能使得木星的倾角减小到当前的观测值.

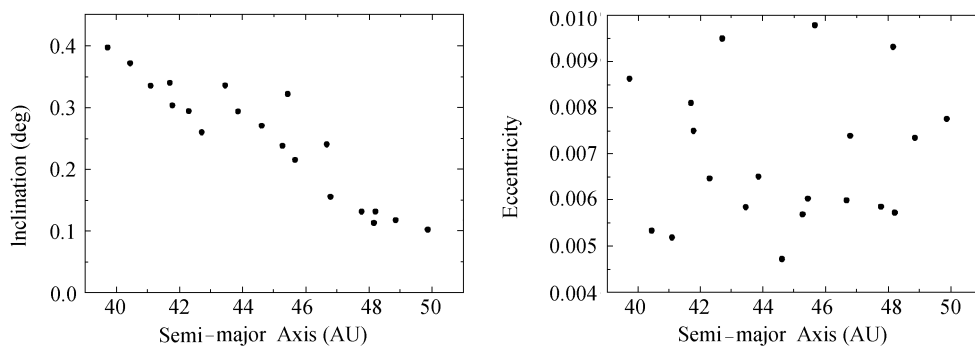


图 4 同图 3, 但是木星相对于太阳系不变平面的轨道倾角由当前的观测值 0.31° 增大到 1.21° .

Fig. 4 As Figure 3, but Jupiter's orbital inclination is increased from the observed 0.31° to 1.21° with respect to the invariable plane of solar system.

4.2 星云气体中面与太阳系不变平面有夹角

一般来说, 太阳系里气体盘和尘埃盘的中面是重合的, 因此星云气体中面与太阳系不变平面也应该重合. 考虑到在大行星发生轨道迁移前太阳系构形的不确定性, 不能够排除在紧致构形中两者有个较小夹角 δ 的情形. 为了考察在不同初始条件下 SRS 对经典 KBOs 轨道倾角的激发作用, 我们将星云气体中面取为黄道面 (同文^[12] 的做法), 则其与不变平面有大约 1.6° 的夹角.

Nagasawa 等^[22]指出, 实验体轨道倾角受激发的程度与 $\sqrt{\tau_{\text{del}}}$ 成正比 (即长期共振迁移得越慢, 试验体轨道倾角受激发的程度就越大), 我们对不同的 τ_{del} 进行了数值模拟, 发现当将其增大到 1.7×10^7 年时, SRS 可以将 40 AU 外实验体的轨道倾角激发到和观测若当的值 ($> 30^\circ$). 图 5 显示的是 $\delta \approx 1.6^\circ$ 时, 取 $\tau_{\text{del}} = 1.7 \times 10^7$ 年并将系统积分到 10^8 年, 实验体的最终轨道根数. 由图 5 可见: (1) 实验体的轨道倾角被 SRS 有效地激发, 最高达到 30° 以上; (2) 41 AU 处实验体轨道倾角的受激发程度最大, 随着 a 的增大, 实验体的轨道倾角连续地递减. 由于星云气体密度的逐渐减小, ν_{15} 的位置向外迁移并激发处于更远处实验体的轨道倾角, 但其迁移的速度不断增大, 导致对试验体轨道倾角的激发作用也在不断地减弱 (从线性分析的结果看来, 由于长期共振 ν_{15} 的初始位置在 42.73438 AU 附近, 此处实验体的轨道倾角应该最大, 我们认为这是摄动函数展开时舍去高阶项而引起的误差); (3) 40—50 AU 内实验体的轨道倾角全部被 SRS 激发到 15° 以上, 没有冷的 ($i < 4^\circ$) 存在; (4) 实验体的偏心率没有受到激发, 即它们在获得较大轨道倾角的同时可以保持着很小的轨道偏心率 ($e < 0.01$).

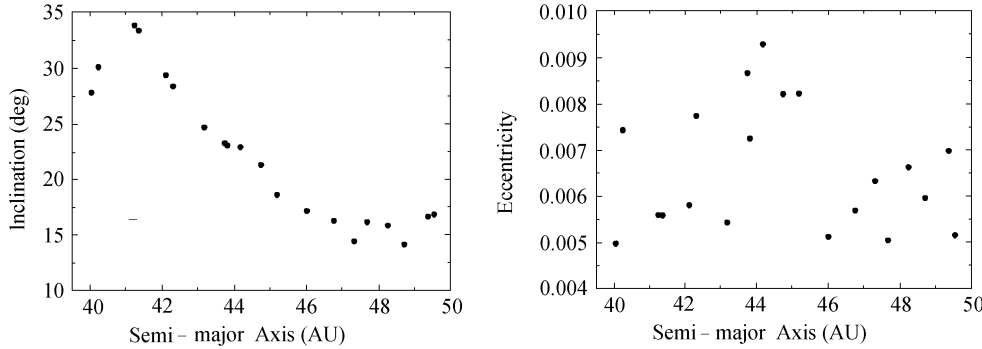


图 5 同图 3, 但是星云气体中面与太阳系不变平面有大约 1.6° 的夹角.

Fig. 5 As Figure 3, but the angle between the midplane of solar system and the invariable plane of nebula gas is about 1.6° .

为了进一步考察 SRS 激发经典 KBOs 轨道倾角的程度对 δ 的依赖关系, 我们通过改变大行星的升交点经度, 将 δ 减小到 0.88° , 结果发现实验体轨道倾角的受激发程度有着明显地减小 ($i_{\text{max}} < 12^\circ$), 这再次说明了 SRS 对经典 KBOs 轨道倾角的激发程度十分敏感于星云气体中面和不变平面的夹角. 在以后的工作中, 我们将尝试从理论上做进一步分析, 对此依赖关系给出物理上的直观解释.

4.3 SRS 和大行星轨道迁移同时发生

考虑到大行星的轨道迁移时标 τ_{mig} 和星云气体的耗散时标 τ_{del} 都可能为 10^7 年量级, 我们数值模拟了大行星的轨道迁移 (取 $\tau_{\text{mig}} = 2 \times 10^7$ 年^[11]) 和 SRS 同时发生的情形. 自 $\rho = 10^{-3} \cdot \rho_{\text{H}}$ 起将系统积分 3×10^7 年, 此时 $\rho/\rho_{\text{H}} \approx 1.7 \times 10^{-4}$, 如图 2a 所示, 长期共振 ν_{15} 早已扫过经典 Kuiper 带到达无穷远处, 其不再对实验体的轨道倾角有激发作用.

图 6 显示的是在星云气体中面与太阳系不变平面重合的条件下, 实验体演化到 3×10^7 年时的瞬时轨道根数 (实心圆形). 将其与没有星云气体存在而仅考虑大行星迁移的情形 (空心圆环) 相比较可以发现, 实验体轨道倾角的受激发程度几乎一样, SRS 仍旧不能够有效地激发实验体的轨道倾角. 这里实验体轨道激发的主要原因是大行星的轨道迁移, 而星云气体对此贡献甚小.

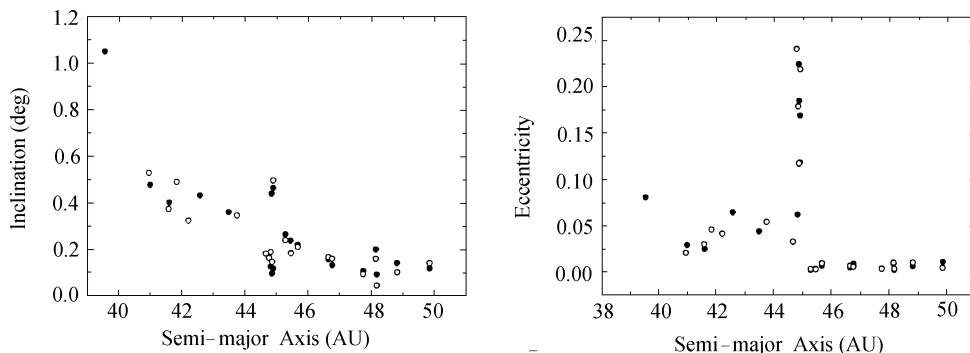


图 6 星云气体中面与太阳系不变平面重合, 初始星云气体密度为 $10^{-3} \cdot \rho_H$, 耗散时标 $\tau_{del} = 1.7 \times 10^7$ 年, 系统演化到 3×10^7 年, 试验体的瞬时轨道根数. (a) 试验体的最终轨道半长径和轨道偏心率分布. (b) 试验体的最终轨道半长径和轨道倾角分布. 实心圆形表示 SRS 和大行星轨道迁移同时发生, 空心圆环表示仅考虑大行星迁移.

Fig. 6 The midplane of nebula gas is coplanar with the invariable plane of solar system. The density of initial nebula gas is $10^{-3} \cdot \rho_H$ and the depletion timescale $\tau_{del} = 1.7 \times 10^7$ yr. The system is integrated for 3×10^7 yr, the final orbital elements of test particles are instantaneous. (right) Final semi-major axes vs. eccentricities of test particles. (left) Final semi-major axes vs. inclinations of test particles. The filled circles stand for the case of SRS along with the migration of giant planets, the open circles indicate only the migration of giant planets.

图 7 显示的是在星云气体中面为黄道面, 即 $\delta \approx 1.6^\circ$ 时, 在 SRS 和大行星的轨道迁移同时发生的影响下, 实验体演化到 3×10^7 年时的瞬时轨道根数 (实心圆形). 在此条件下, 实验体的轨道倾角最高可以被激发到 28° 以上. 作为对比, 我们在图 7 中还给出了没有大行星轨道迁移而仅考虑 SRS 的影响下, 实验体在同一时刻 (3×10^7 年) 的瞬时轨道根数 (空心圆环), 可以发现, 前者中实验体轨道倾角的受激发程度明显小于后者. 这是由于大行星的轨道改变, 使得长期共振 ν_{15} 更快地向外迁移 (由线性分析结果, 在 $t = 1.7 \times 10^6$ 年时刻, 前者中 ν_{15} 在 43.51563 AU 处, 而后者中 ν_{15} 已到达 43.82813 AU), 导致其对实验体的作用时间减短, 因此试验体倾角的激发程度也相对较小. 但是无论如何, 当星云气体中面为黄道面时, 即使有大行星轨道迁移的影响, SRS 仍能够在合理的时间内, 有效地将 KBOs 的轨道倾角激发到和观测相当的值.

5 结论与讨论

近来的观测表明, 在经典 Kuiper 带中有着一些高倾角 (最大超过 30°) 的小天体,

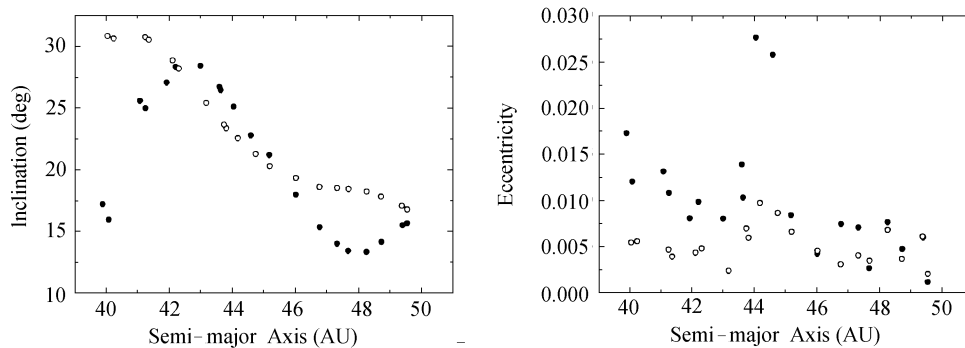


图 7 同图 6, 但是星云气体中面与太阳系不变平面有大约 1.6° 的夹角. 实心圆形表示 SRS 和大行星轨道迁移同时发生, 空心圆环表示仅考虑 SRS.

Fig. 7 As Figure 6, but the angle between the midplane of nebula gas and the invariable plane of solar system is about 1.6° . The filled circles stand for the case of SRS along with the migration of giant planets, the open circles indicate only SRS.

它们的起源为 Kuiper 带研究工作中的难点之一, 而长期共振则是最为可能的解释机制. Nagasawa 等^[12]指出, 太阳星云气体的耗散可以引起 SRS, 导致 KBOs 轨道倾角的激发. 但是, KBOs 倾角的受激发程度又十分敏感于星云气体中面和太阳系不变平面的夹角 δ ^[16]. 基于他们的工作, 我们考察了在太阳系紧致构形中, 不同初始条件下 SRS 对于经典 KBOs 轨道倾角的激发作用:

(1) 当星云气体中面与太阳系不变平面重合, 即 $\delta = 0$ 时, SRS 不能够有效地激发经典 KBOs 的轨道倾角, 即使增大行星相对于不变平面的倾角, 实验体轨道倾角的变化 Δi 依然很小.

(2) 当星云气体中面与黄道面重合, 即与不变平面有大约 $\delta = 1.6^\circ$ 的夹角, 实验体的轨道倾角可以被 SRS 激发到 30° 以上. 要达到这种效果, 只要初始星云气体密度为最小质量太阳星云气体的 0.1%, 耗散时标 $\tau_{\text{del}} = 1.7 \times 10^7$ 年, 这于观测到的金牛座 T 型星的星云气体的耗散时标 ($3 \times 10^6 - 10^7$ 年) 相符合. 另外, 试验体的轨道偏心率没有受到激发, 仍保持较小的值 ($e < 0.01$), 这或许可以解释观测到的那些高倾角低偏心率的经典 KBOs 的起源.

(3) 当 SRS 和大行星轨道迁移同时发生, 若 $\delta = 0$, SRS 对实验体的轨道激发贡献甚小, 主要是大行星轨道迁移的影响; 若 $\delta = 1.6^\circ$, SRS 仍可以有效地激发实验体的轨道倾角, 但由于大行星的轨道改变使得长期共振 ν_{15} 更快地向外迁移, 试验体轨道倾角的受激发程度略小于大行星没有轨道迁移的情形.

Nagasawa 等^[12]通过线性分析指出, 在紧致构形中, 要将 40 AU 外实验体的轨道倾角激发到 30° 以上, 所需的星云气体耗散时标 $\tau_{\text{del}} \geq 10^8$ 年, 而在我们的数值模拟中发现, 所需的 $\tau_{\text{del}} \sim 1.7 \times 10^7$ 年, 比文^[12]的预测小了一个量级. 这是由于摄动函数展开对于较大倾角不再适用, 但更主要的原因可能是在文^[12]的紧致模型中, 星云气体中面与太阳系不变平面夹角 δ 的取值. 例如本文 4.2 节中的结果, 当 $\delta \approx 0.88^\circ$ 时, 取 $\tau_{\text{del}} = 1.7 \times 10^7$

年, 实验体的轨道倾角 i 可以被 SRS 激发到 12° , 那么根据线性估计 $\Delta i \propto \sqrt{\tau_{\text{del}}}$, 若要将 i 激发到 30° , 所需的 $\tau_{\text{del}} \approx 1.1 \times 10^8$ 年.

在本文中, 我们将初始星云气体密度 ρ_0 取为最小质量太阳星云的 0.1%, 此时长期共振 ν_{15} 已到达 40 AU 以外, 且 ν_6 、 ν_7 、 ν_8 已经经过 Kuiper 带, 因此在 40 AU 内保留了低倾角低偏心率的星子, 如图 8 所示 (星云气体中面为黄道面). 那么, 在海王星向外迁移的过程中, 其 2:1 共振可以俘获这些星子并将其带到 Kuiper 带中, 形成观测到的低倾角经典 KBOs^[29]. 需要指出的是, 初始星云气体密度 ρ_0 是一个很微妙的值, 若 ρ_0 较大, 那么长期共振 ν_6 、 ν_7 、 ν_8 会分别在 ρ_0 减小 $0.231 \cdot \rho_H$ 、 $0.141 \cdot \rho_H$ 、 $0.067 \cdot \rho_H$ 时扫过 Kuiper 带, 激发 KBOs 的轨道偏心率, 导致 2:1 共振很难俘获到星子并将其带入经典 Kuiper 带^[7]; 另外, 长期共振 ν_{15} 将在 $\rho_0 \approx 0.01 \cdot \rho_H$ 时从 30 AU 处开始向外扫过海王星之外的星子盘, 激发星子的轨道倾角, 那么 Kuiper 带将难以形成当前所观测到的构形.

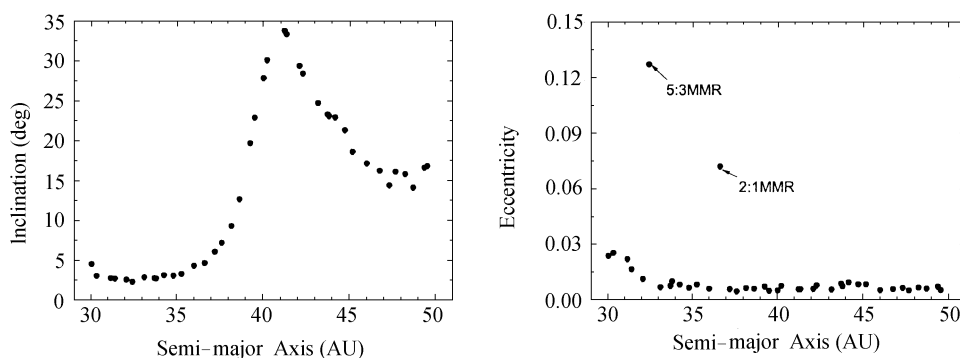


图 8 同图 5, 但是试验体初始轨道半长径在 30—50 AU 间均匀分布.

Fig. 8 As Figure 5, but initial semi-major axes of test particles are distributed uniformly in the range 30—50 AU.

参 考 文 献

- 1 Edgeworth K E. JBAA, 1943, 53: 181
- 2 Kuiper G. On the origin of the solar system. In Astrophysics: A Topical Symposium, New York: McGraw Hill, Hynek J A, 1951. 357
- 3 Jewitt D C, Luu J X. Nature, 1993, 362: 730
- 4 Luu J X, Jewitt D C. ARA&A, 2002, 40: 63
- 5 Elliot J L, Kern S D, Clancy K B, et al. AJ, 2005, 129: 1117
- 6 Malhotra R. Nature, 1993, 365: 819
- 7 Malhotra R. AJ, 1995, 110: 420
- 8 Malhotra R. Lunar Planet Sci Conf, 1998, XXIX: 1476
- 9 Gomes R S. Icarus, 2003, 161: 404
- 10 Chiang E, Lithwick Y, Murray-Clay R, et al. <http://lanl.arxiv.org/abs/astro-ph/0601654>, 2006
- 11 Li J, Zhou L Y, Sun Y S. ChJAA, 2006, 6: 588
- 12 Nagasawa M, Ida S. AJ, 2000, 120: 3311
- 13 Fernández J A, Ip W-H. Icarus, 1984, 58: 109

- 14 Hahn J M, Malhotra R. AJ, 1999, 117: 3041
- 15 Carpenter J M, Wolf S, Schreyer K, et al. AJ, 2005, 129: 1049
- 16 Hahn J M, Ward W R. Lunar Planet Sci Conf, 2002, XXXIII: 1930
- 17 Hayashi C. Prog Theor Phys Suppl, 1981, 70: 35
- 18 Lin D N C, Papaloizou J C B. Protostars and Planets III. Tucson: Univ. of Arizona Press, 1993. 749
- 19 Bryden G, Chen X, Lin D N C, et al. ApJ, 1999, 514: 344
- 20 Standish E M. JPL, 1998, IOM 312.F-98-048 (<http://ssd.jpl.nasa.gov/iau-comm4/de405iom/>)
- 21 Heppenheimer T A. Icarus, 1980, 41: 76
- 22 Nagasawa M, Tanaka H, Ida S. AJ, 2000, 119: 1480
- 23 Murray C D, Dermott S F. Solar System Dynamics. New York: Cambridge Univ. Press, 2000. 283
- 24 Brouwer D, van Woerkom A J J. Astron. P. Amer. Ephem., 1950, 13: 81
- 25 Wisdom J, Holman M. AJ, 1991, 102: 1520
- 26 Mikkola S. Cel Mech & Dyn Astron, 1998, 68: 249
- 27 Mikkola S, Palmer P. Cel Mech & Dyn Astron, 2000, 77: 305
- 28 Ward W R. Icarus, 1993, 106: 274
- 29 Levison H F, Morbidelli A. Nature, 2003, 426: 419

The Effect of Secular Resonance Sweeping in the Classical Kuiper Belt

LI Jian ZHOU Li-yong SUN Yi-sui

(*Department of Astronomy, Nanjing University, Nanjing 210093*)

ABSTRACT The Kuiper Belt is a disk of small icy objects orbiting the Sun beyond Neptune, and the region between 40-48 AU in the Kuiper Belt is supposed to consist of ‘cold’ objects on low inclination orbits, which is called the classical Kuiper Belt. But recently, observations show that a ‘hot’ population whose inclinations can be as large as 30° reside in this classical Kuiper Belt, and the secular resonance sweeping mechanism is a probable explanation: the residual solar nebula gas dispersal can cause secular resonance sweeping (SRS), when the location of a secular resonance crosses the classical Kuiper Belt, the inclinations of the classical Kuiper Belt objects (KBOs) can be pumped up. The inclination excitation due to SRS has been investigated in detail in the compact configuration of the solar system (the orbits of four giant planets are closer to each other). It is shown that the inclination excitation depends sensitively on the angle δ between the midplane of nebula gas and the invariable plane of solar system. If the midplane of nebula gas is coplanar with the invariable plane, i.e., $\delta = 0$, the inclination excitation is very small. But if the midplane of nebula gas is placed in the ecliptic plane, i.e., $\delta \approx 1.6^\circ$, the inclinations of the classical KBOs can attain values above 30° , as long as the residual nebula gas’s density is about 1% of the minimum mass nebula model and the dissipation timescale is around 1.7×10^7 years (e.g. T Tauri stars). Besides, by simulating the cases of more inclined Jupiter with respect to the invariable plane, and SRS along with the migration of giant planets, we show that the effects of both cases are much less than δ for exciting the inclinations of the classical KBOs.

Key words Methods: Numerical, Kuiper Belt, Celestial Mechanics, Solar System: Formation