

•水利与土木工程•

DOI:10.15961/j.jsuese.201800419

## 拉索索力增量校验系数检定方法研究

桂成中<sup>1,2</sup>, 宋国华<sup>3\*</sup>, 柯在田<sup>3</sup>, 齐法琳<sup>3</sup>

(1.北京交通大学 土木建筑工程学院, 北京 100044; 2.中国公路工程咨询集团有限公司, 北京 100089;  
3.中国铁道科学研究院 基础设施检测研究所, 北京 100081)

**摘 要:**拉索结构在铁路桥梁中运用越来越广泛, 现有铁路桥梁检定规范中无拉索结构的检定要求。现有桥梁规范或理论研究的检定方法大多基于索力或频率校验系数, 鲜有文献或规范对拉索的索力增量校验系数进行可行性研究或规定。此外, 在计算校验系数时, 拉索索长应如何合理选取、索力理论计算采用的有限元计算模型如何确定, 仍有待于进一步研究确定。基于此, 作者建议了索力增量校验系数的检定方法, 并通过案例分析比较确定了拉索索长的合理计算方式和索力理论计算模型。首先基于弦张理论和能量法分别推导了不同边界条件下拉索索力精确计算公式, 并考虑振动频率比建立了外载作用下拉索索力理论简化模型, 在简化模型基础上推导了索力增量校验系数。试验表明: 索力精确求解方法计算结果分别与有限元计算结果和简化求解方法求解结果吻合较好; 通过索力、索力差和频率比较发现, 实测频率转换为实测索力过程中应选择合理的拉索索长。理论索力可按全桥有限元模型确定, 拉索理论振动频率可按与全桥有限元模型索力等效的局部模型确定。与振动频率校验系数、索力偏差率以及索力校验系数相比, 索力增量校验系数反映出的各吊杆变化幅度显著, 能评定拉索结构技术状况, 可作为拉索结构检定标准, 适用于评价考虑抗弯刚度的影响参数 $\mu > 80$ 的中长吊杆。

**关键词:**索力增量; 校验系数; 精确求解方法; 简化求解方法; 案例分析

中图分类号:TU446.3

文献标志码:A

文章编号:2096-3246(2019)04-0075-09

## Investigation on Rating Method of Cable Force Increment Adjustment Factor

GUI Chengzhong<sup>1,2</sup>, SONG Guohua<sup>3\*</sup>, KE Zaitian<sup>3</sup>, QI Falin<sup>3</sup>

(1.School of Civil Eng., Beijing Jiaotong Univ., Beijing 100044, China; 2.China Highway of Eng. Consultants Corp., Beijing 100089, China; 3.Infrastructure Inspection Research Inst., China Academy of Railway Sciences, Beijing 100081, China)

**Abstract:** Cable structures are more and more widely used in railway bridges, however there is no rating requirement for the cable structures in the current code for rating existing railway bridges yet. Most of the rating methods are based on were based on the adjustment factor for the cable force or frequency in the existing bridge standards or theories, while few of them are paid attention to the studies or requirements about the cable force increment adjustment factor were carried out in current literatures or specifications. In addition, further study and validation should be firmly confirmed on how to reasonably select the cable length and how to determine the finite element model for the theoretical calculation of cable force in calculating the adjustment coefficient. Based on the above, the rating method of cable force increment adjustment coefficient was proposed, and the reasonable calculation method of cable length and theoretical calculation model for cable force were determined by the comparison of case study. The cable force calculation formula under different boundary conditions was accurately derived based on the string theory and energy method, and the simplified calculation model of cable force loaded was suggested considering vibration frequency ratio, and the increment adjustment factor of cable force was derived on the basis of the simplified model. Experimental cases demonstrated that the results by the accurate methods of cable force is in good agreement with the result of finite element calculation and the simplified method. By comparing with the cable force, the cable force variation and the basic frequency, the cable length should be reasonably selected for the measured cable force calculation

收稿日期:2018-04-12

基金项目:中国铁路总公司科技研究开发计划课题(2017G002-J); 中咨集团科技项目(zzkj-2017)

作者简介:桂成中(1984—), 男, 工程师, 博士. 研究方向: 桥梁养护检测研究. E-mail: guicz.cqu.edu@163.com

\* 通信联系人 E-mail: songguohua@rails.cn

网络出版时间:2019-06-17 14:03:23

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/51.1773.TB.20190617.0932.004.html>

<http://jsuese.ijournals.cn>

<http://jsuese.scu.edu.cn>

during the transition from the measured frequency to the cable force. The theoretical cable force can be determined according to the finite element model of overall bridge, and the vibration frequency of the cable can be determined according to the local cable model equivalent to the cable force of the finite element model of overall bridge. Compared with the adjustment coefficient of vibration frequency, cable force deviation rate and cable force adjustment factor, the increment adjustment factor of cable force can remarkably reflect the variation amplitude of the cable force and evaluate the technical status of cable structure, which can be used as the rating standard of cable structures and suitable for evaluating the medium length hangers with the bending stiffness affecting parameter  $\mu > 80$ .

**Key words:** cable force increment; adjustment factor; accurate solution method; simplified solution method; case study

拉索结构作为桥梁结构中重要构成部分,与其他主要受力构件如塔、拱或梁共同承担外部荷载作用。索力测试方法、影响因素、计算方法和检定标准是这类拉索结构研究的关键。

索力测试常用方法主要分为接触式和非接触式两种。对于接触式测量方法,如振动频率法<sup>[1]</sup>、磁通量法<sup>[2]</sup>和三点弯曲法<sup>[3]</sup>等。对于振动频率法,运用快速Fourier变换法<sup>[4]</sup>可对拉索固有频率进行精确搜索,基于此原理,赵雪峰等<sup>[5]</sup>开发了无线索力测量系统。此外,光纤光栅传感器测定索力法是一种新型接触式测试方法,朱万旭等<sup>[6]</sup>提出了通过锚固在拉索锚杯外壁的光纤光栅传感器测量应变值换算索力的方法;Zheng Rui等<sup>[7]</sup>利用胶粘于拉索钢丝上的内置式光纤光栅传感器监测索力。对于非接触式索力测量方法,Feng等<sup>[8]</sup>提出一种基于视觉传感器精确测定拉索拉力的方法;Yan Banfu等<sup>[9]</sup>提出一种基于视觉的目标跟踪和基于频域分解的任意边界条件下的索力估算方法。

影响索力测量精度的主要因素有抗弯刚度、边界约束条件、斜度、垂度,索的初应力、拉索类型<sup>[2]</sup>和外部环境影响因素等。当拉索边界条件明确时可采用传统索力实用计算式或对双曲线函数项进行近似处理的近似频率计算式<sup>[10]</sup>,当拉索边界条件不确定时,宜采用Euler梁法或Timoshenko梁法进行索力识别<sup>[11]</sup>。对于斜拉索的垂度效应,现有规范<sup>[12-13]</sup>考虑采用Ernst公式进行修正拉索弹性模量,主要是由于拉索倾角变小时,垂度效应对拉索自振频率的影响增大<sup>[14]</sup>。外部环境对拉索力学特性的影响较大。对于温度效应影响方面,任远等<sup>[15]</sup>通过试验结果发现温度与索力线性相关性,但不同索长的温度效应对索力影响程度不同。此外,钢索在高温条件下的力学性能取决于拉索截面的组成如平行钢丝或钢绞线<sup>[16]</sup>;对于风雨振影响方面,斜拉索多模态风雨激振主要发生在第一阶模态,且平面内拉索振动大于平面外振动<sup>[17]</sup>。故对于长周期大跨度斜拉桥,斜拉索振动效应对结构振动的影响不能忽视<sup>[18]</sup>,还应考虑索-桥-塔耦合的拉索振动影响<sup>[19]</sup>。对于悬索桥,还应考虑锚固系统对桥梁锚跨索股的索力-频率的影响<sup>[20]</sup>。异形拱桥的索力需考虑非线性的影响<sup>[21]</sup>。

索力计算一般基于弦振动理论和能量法由索长、索单位重量和实测频率求解,若拉索张力产生的几何刚度大于物理刚度<sup>[22]</sup>时,可忽略拉索抗弯刚度进行简化计算。若为避免振动频率法中引入拉索抗弯刚度的计算误差,可按照查利权<sup>[23]</sup>推导出的两端简支拉索实测频率值、频率阶数之间的数学关系式计算索力。频差法、两点法<sup>[24]</sup>也是由同一荷载状态下拉索的高、低频求解索力的两种方法。

现有检定标准中评价索力指标有索力偏差率<sup>[25-26]</sup>、索力校验系数和频率校验系数<sup>[27]</sup>,其未超限检定标准为实测索力与设计值偏差率位于 $\pm 10\%$ 以内<sup>[25]</sup>。索力校验系数和频率校验系数计算均基于拉索频率。

拉索结构在铁路桥梁中运用越来越广泛,而2004版《铁路桥梁检定规范》<sup>[4]</sup>中暂无相应条文,更无相应的拉索索力检定要求,且现有桥梁规范或理论研究仅限于索力或频率的检定要求,更无拉索索力增量校验系数的可行性研究。在计算校验系数时,对于索力实测值,拉索索长应如何合理选取,对于索力理论计算值,有限元模型如何确定,鲜有文献或规范对其进行相应的研究。基于此,作者建议了一种索力简化计算方法和索力增量校验系数检定方法。通过理论推导和试验案例分析,建立有限元模型验证索力精确求解方法的正确性。通过与精确求解方法比较,验证本文索力简化计算方法合理性。采用振动频率校验系数、索力校验系数和索力增量校验系数等3种系数对索力进行技术状况评定分析,验证索力增量校验系数方法的合理性。

## 1 理论方法推导

### 1.1 索力求解方法

#### 1.1.1 索力精确求解方法

计算假定:1)拉索垂跨比很小,其值不大于0.02时为小垂度,曲线形态接近直线<sup>[24]</sup>,且不出现在复形索情形;2)拉索只沿着法线方向振动<sup>[28]</sup>;3)采用经典梁理论,不考虑温度的影响,不考虑截面内的剪切作用,外荷载作用下拉索伸长量较拉索索长非常小;4)拉索中间无自重以外的附加荷载。

拉索求解计算示意图见图1。

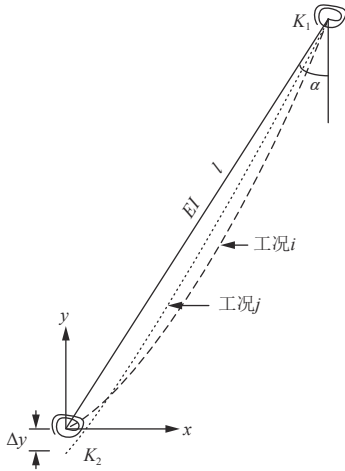


图1 拉索计算示意图

Fig. 1 Cable computation diagram

设图1中的拉索荷载工况 $k(k=i, j)$ 时拉索的自由振动方程为:

$$y_k = \varphi_k(x) \sin(\omega_k t + \theta) / \sin \alpha \quad (1)$$

式中,  $y_k$ 为荷载工况 $k$ 拉索上各点在时刻 $t$ 时的横向振幅,  $\varphi_k(x)$ 为索偏离中性轴平面外的振型函数,  $\omega_k$ 为拉索的自振频率,  $\theta$ 为相位角,  $\alpha$ 为拉索倾斜角。

利用弦振动理论, 建立任意荷载工况 $k$ 拉索无阻尼时的运动方程<sup>[29]</sup>:

$$EI \frac{\partial^4 y_k}{\partial x^4} - T_k \frac{\partial^2 y_k}{\partial x^2} + \rho \frac{\partial^2 y_k}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

式中,  $EI$ 为索截面抗弯刚度,  $T_k$ 为荷载工况 $k$ 时的索轴力,  $\rho$ 为单位长度索质量。

结合式(1)和(2), 对于任意的 $\sin(\omega_k t + \theta) / \sin \alpha$ 有:

$$EI \frac{\partial^4 \varphi_k(x)}{\partial x^4} - T_k \frac{\partial^2 \varphi_k(x)}{\partial x^2} - \rho \omega_k^2 \varphi_k(x) = 0 \quad (3)$$

其通解为:

表1 拉索索力计算参数

Tab. 1 Calculation parameters of cable force

| 边界条件  | 无外载时 $\chi_{k,1}$ | 无外载时 $\chi_{k,2}$ | $\varphi_{k,n}(x)$  | 有外载索力 $T$                                        |
|-------|-------------------|-------------------|---------------------|--------------------------------------------------|
| 两端固定  | 2.267             | 6.248             | $A_x + B_x / \beta$ | $4\pi^2 \rho l^2 f_n^2 / y_n^2 - EI y_n^2 / l^2$ |
| 两端铰支  | 1.000             | 4.000             | $\sin(n\pi x / l)$  | $4\rho l^2 f_1^2 - \pi^2 EI / l^2$               |
| 固定+铰支 | 1.562             | 5.060             | $B_x + A_x / \beta$ | $4\rho l^2 f_1^2 - 4\pi^2 EI / l^2$              |

自振圆频率 $\omega_{k,n}$ 可通过式(9)求解, 其中 $\chi_{k,n}$  ( $k=i, j; n=1, 2, 3, \dots$ )为圆频率求解系数:

$$\omega_{k,n} = \chi_{k,n} \left( \frac{\pi}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho}} \quad (9)$$

振型系数 $\varphi_{k,n}(x)$ 中 $A_x = \cos(a_n x) - \cosh(a_n x)$ ,  $B_x = \sin(a_n x) - \sinh(a_n x)$ , 其中 $a_n$ 为第 $n$ 阶固有频率。

$$\varphi_k(x) = A_k \sin a_n x + B_k \cos a_n x + C_k \sinh a_n x + D_k \cosh a_n x \quad (4)$$

式中: 系数 $A_k \sim D_k$ 为吊杆平面外横向振幅系数, 由索端边界条件确定;  $a_n$ 为第 $n$ 阶固有频率。

任意荷载工况 $k$ 下吊杆振动时的动能:

$$E_k = \frac{1}{2} \int_0^l \rho \left( \frac{\partial y_k}{\partial t} \right)^2 dx \quad (5)$$

$$\text{则 } E_{k,\max} = \frac{\rho \omega_k^2}{2} \int_0^l \varphi_k^2(x) dx。$$

任意荷载工况 $k$ 下吊杆振动时的势能:

$$V_k = \frac{1}{2} \int_0^l EI \left( \frac{\partial^2 y_k}{\partial x^2} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^l T_k \left( \frac{\partial y_k}{\partial x} \right)^2 dx \quad (6)$$

则

$$V_{k,\max} = \frac{1}{2} \int_0^l \left( EI \left( \frac{\partial^2 \varphi_k(x)}{\partial x^2} \right)^2 + T_k \left( \frac{\partial \varphi_k(x)}{\partial x} \right)^2 \right) dx。$$

由能量守恒定律 $E_{k,\max} = V_{k,\max}$ , 则任意荷载工况 $k$ 下振动频率可解得:

$$\omega_k^2 = \frac{EI \int_0^l \left( \frac{\partial^2 \varphi_k(x)}{\partial x^2} \right)^2 dx + T_k \int_0^l \left( \frac{\partial \varphi_k(x)}{\partial x} \right)^2 dx}{\rho \int_0^l \varphi_k^2(x) dx} \quad (7)$$

索自重作用下的自振频率求解可将式(7)中 $T_k$ 替换为 $\rho g$ 得到。

拉索索力 $T_k(k=i, j)$ 直接求解公式为:

$$T_k = \frac{\rho \omega_k^2 \int_0^l \varphi_k^2(x) dx - EI \int_0^l \left( \frac{\partial^2 \varphi_k(x)}{\partial x^2} \right)^2 dx}{\int_0^l \left( \frac{\partial \varphi_k(x)}{\partial x} \right)^2 dx} \quad (8)$$

代入两端固定、两端铰支和固定+铰支等3种边界条件表达式, 得到无外载作用时的第 $n$ 阶频率的拉索自振圆频率 $\omega_{k,n}$  ( $k=i, j; n=1, 2, 3, \dots$ )、振型函数 $\varphi_{k,n}(x)$  ( $k=i, j; n=1, 2, 3, \dots$ )及有外载索力 $T$ , 见表1。

当 $x=l$ 时,  $\beta = A_l / B_l$ ,  $y_n = n\pi + A\phi_n + B\phi_n^2$ , 其中: 系数 $A = 18.9 + 26.2n + 15.1n^2$ ; 当 $n=1$ 时, 系数 $B = 290$ , 当 $n>1$ 时, 系数 $B = 0$ ;  $\phi_n = \sqrt{EI / \rho \omega_n^2 l^4} / x y_n$ ,  $\omega_n = 2\pi f_n$ ,  $\rho$ 为吊杆拉索线密度; 有外载索力 $T$ 计算时,  $f_n$ 为吊杆横向振动的第 $n$ 阶频率, 相应地,  $f_1$ 为吊杆横向振动的基频。

对于抗弯刚度和边界条件对拉索振动频率的影

响在实际工程检测中的考虑,李国强等<sup>[22]</sup>考虑按描述垂度影响的无量纲Irvine系数 $\lambda_1^2$ 、考虑抗弯刚度的影响参数 $\mu$ 和反映索端支座弹性刚度的参数 $\psi$ 确定。

$$\begin{cases} \lambda_1^2 = (\rho g l / T_k)^2 (E A l / T l_e), \\ \mu = l \sqrt{T_k / E I}, \\ \psi = \kappa_s l / T_k, \end{cases} \quad k = j, i \quad (10)$$

式中:  $l_e$  为索两锚固端的有效长度<sup>[22]</sup>, 与拉索的跨中垂度 $\delta$ 和拉索的弦长 $l$ 有关, 见式(11);  $\kappa_s$  为索两端的支座支承刚度。

$$l_e = l \left[ 1 + \frac{8}{3} \left( \frac{\delta}{l} \right)^2 - \frac{32}{5} \left( \frac{\delta}{l} \right)^4 + \dots \right] \quad (11)$$

当 $\lambda_1^2 \leq 1.25$ 时, 可以忽略垂度对拉索振动基频的影响。

由拉索自由振动的静力分析, 当 $\mu \geq 13$ 时, 可以忽略拉索抗弯刚度对垂度的影响; 当 $\rho g l / T_k \leq 0.1$ , 拉索纵向振动可以忽略<sup>[22]</sup>。

由不考虑支座振动索力动力检测理论分析, 当 $\mu > 200$ 时, 不考虑拉索抗弯刚度; 当 $80 < \mu \leq 200$ 时, 需考虑拉索抗弯刚度, 边界影响小; 当 $\mu \leq 80$ 时, 需同时考虑抗弯刚度和边界条件<sup>[22]</sup>。

当索两端支承刚度 $\kappa_s > 25$ 时, 认为索两端固定, 可不考虑索两端的支座振动影响;  $\kappa_s \leq 25$ 时, 必须考虑索两端的弹性支承。

对于倾斜拉索, 一般通过拉索垂度效应考虑斜拉索倾角对索力大小的影响。日本土木学会<sup>[30]</sup>给出了应力变化范围和荷载变化范围内Ernst斜拉索刚度修正公式(式(12))。

对于倾斜角为 $\alpha$ 的斜拉索拉伸应力强度从 $\sigma_i$ 变化至 $\sigma_j$ 的情况, 斜拉索平均弹性模量 $E$ 可修正为:

$$E = \frac{E_0}{1 + \frac{(\rho l_a \cos \alpha)^2 (\sigma_i + \sigma_j)}{24 \sigma_i^2 \sigma_j^2} E_0} \quad (12)$$

式中,  $E_0$  为斜拉索材料弹性模量,  $\rho$  为斜拉索单位体积重量,  $l_a$  为斜拉索平均长度,  $\alpha$  为斜拉索倾角,  $\sigma_i$  和  $\sigma_j$  分别为无载和有载作用工况情形下斜拉索上的应力强度。公路斜拉桥设计细则<sup>[12]</sup>、AASHTO LRFD<sup>[31]</sup>弹性模量刚度修正公式采用式(12)中 $\sigma_i = \sigma_j$ 时的情形。

### 1.1.2 索力简化求解方法

若拉索平面外刚度 $EI$ 较小时, 对 $T_k$ 取 $\omega_k$ 偏导, 得外载作用前后索力增量计算式为:

$$\Delta T_k = \frac{2 \rho \omega_k \int_0^l \varphi_k^2(x) dx}{\int_0^l \left( \frac{\partial \varphi_k(x)}{\partial x} \right)^2 dx} \Delta \omega_k, \quad k = j, i \quad (13)$$

即 $\Delta T_k / T_k = 2 \Delta \omega_k / \omega_k$ , 则外载作用后的索力可根

据外载作用前索力求解得到:

$$T_j = (2 \omega_j / \omega_i - 1) T_i \quad (14)$$

相应地, 外载作用前后的索力偏差率 $K_i$ :

$$K_i = 2(\omega_j / \omega_i - 1) \quad (15)$$

与精确求解法相比, 该简化计算式只需恒载作用下的振动频率、索力及外载作用前后的振动频率便可求解得到外载作用下的索力, 故更为简单。

### 1.1.3 按索端位移确定的索力理论方法

对于悬链型拉索, 索端位移变化量按照弧长变化量确定。设工况 $k$  ( $k = j, i$ ) 时拉索与水平面之间的倾角为 $\theta$ , 则拉索水平力 $H_k$ 为:

$$H_k = T_k \cos \theta \quad (16)$$

悬链型拉索无应力原长公式<sup>[24]</sup>:

$$S_{0,k} = \frac{H_k}{\rho} (\tan \theta - \tan \theta_d) \quad (17)$$

令拉索低端 $m = \sinh u_0$ , 则

$$S_{0,k} = \frac{H_k}{\rho} (\sinh u - m) \quad (18)$$

悬链型拉索的任意弧长公式<sup>[24]</sup>:

$$S_k = \frac{H_k}{\rho} \left[ \sinh u - m + \frac{H_k}{2EA_0} (\sinh u \cosh u + u - m \sqrt{1+m^2} - \operatorname{arsinh} m) \right] \quad (19)$$

将式(19)与(17)相减, 再在其减式两端取水平索力 $H$ 的微分方程, 得到外部荷载作用前后相对于无应力索长的索端位移变化量为:

$$\frac{\Delta S_k}{S_k - S_0} = \frac{2 \Delta H_k}{H_k} \quad (20)$$

整理得  $\Delta S_{ji} = 2(H_j/H_i - 1)(S_i - S_0)$ 。

假定外部荷载作用前后与水平方向的转角变化不大, 即 $\cos \theta_j \approx \cos \theta_i$ , 则外部荷载作用前后的竖向变位为:

$$\Delta l_{ji} = \left( \frac{T_j}{T_i} - 1 \right) \frac{T_i^2}{\rho EA_0} \chi_i \sin \theta_i \cos \theta_i \quad (21)$$

其中,  $\chi_i = \tan \theta_i \sqrt{1 + \tan^2 \theta_i} - \tan \theta_d \sqrt{1 + \tan^2 \theta_d} + \ln \frac{\tan \theta_i + \sqrt{1 + \tan^2 \theta_i}}{\tan \theta_d + \sqrt{1 + \tan^2 \theta_d}}$ 。

对于竖直拉索, 拉索伸长量仅在拉索轴向变化, 故不采用悬链线求解方法。假定无外载作用时的拉索初始索长为 $l_0$ , 外部荷载作用前后工况 $k$ 作用下索长为 $l_k$ , 索长按照外载作用前后拉索索长按式(22)<sup>[24]</sup>计算。

$$l_k = l_0 + \frac{T_k l_k}{EA_i} + \frac{q_0 l_0^2}{2EA_i} \quad (22)$$



则其相对伸长量 $\Delta l_{ji}$ 为:

$$\Delta l_{ji} = \frac{T_j l_j - T_i l_i}{EA_i} \quad (23)$$

相应地,相对于初始条件 $l_0$ 下的拉索索力 $T_k$ 计算式为:

$$T_k = EA_k(l_k - l_0)/l_k \quad (24)$$

## 1.2 拉索技术状况评定方法

### 1.2.1 振动频率校验系数

桥梁结构振动频率校验系数 $\eta_\omega$ 反映了刚度变化及缺陷情况<sup>[27]</sup>。

$$\eta_\omega = \omega_t / \omega_c \quad (25)$$

式中, $\omega_t$ 、 $\omega_c$ 分别为拉索实测频率和理论计算频率,频率校验系数在现有规范中未给出具体限制范围。

### 1.2.2 索力偏差率

公路桥梁JTG/TJ21-2011<sup>[26]</sup>、城市桥梁CJJ/T 233-2015<sup>[2]</sup>中引入索力偏差率 $K_t$ 来描述实测值与设计值之间的关系。

$$K_t = (T_t - T_c) / T_c \quad (26)$$

式中, $T_t$ 、 $T_c$ 分别为拉索实测索力和理论设计索力,其索力偏差率应控制在 $\pm 10\%$ 以内<sup>[25-26]</sup>。

### 1.2.3 索力校验系数

$$\eta_t = T_t / T_c \quad (27)$$

显然,索力偏差率与1的和即为索力校验系数,即 $\eta_t = K_t + 1$ 。

### 1.2.4 索力增量校验系数

索力增量校验系数可定义为拉索索力增量实测值与理论值的比值,见式(28)。

$$\eta_{\Delta t} = \Delta T_t / \Delta T_c \quad (28)$$

式中, $\Delta T$ 为拉索索力增量,下标 $t$ 、 $c$ 分别表示实测值和理论计算值。

拉索在伸长的过程中面积变化忽略不计,按照材料力学知识,通过竖直拉索索端位移差 $\Delta l_{ji}$ 确定拉索索力大小理论增量值 $\Delta T_c$ :

$$\Delta T_c = EA_i \Delta l_{ji} / l_i \quad (29)$$

实测索力增量值 $\Delta T_t$ 按照式(30)进行计算:

$$\Delta T_t = 2(\omega_j / \omega_i - 1) T_i \quad (30)$$

式中,下标 $i$ 、 $j$ 分别表示外载作用前后工况,

外部荷载作用前后的索力增量校验系数 $\eta_{\Delta t}$ 简化计算公式为:

$$\eta_{\Delta t} = 2 \left( \frac{\omega_j}{\omega_i} - 1 \right) \frac{l_i T_i}{EA_i \Delta l_{ji}} \quad (31)$$

这里 $E$ 考虑索的垂度效应,当索为竖直索时,则 $E = E_0$ 。若不采用式(31)中的简化公式,也可以将表1

中的索力精确求解公式替代式(31)中的索力简化计算式。

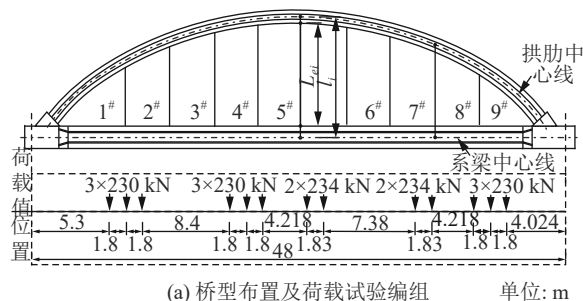
索力增量校验系数 $\eta_{\Delta t}$ 综合考虑了索力增量和拉索伸长量两大因素。当 $\eta_{\Delta t}$ 计算值小于1时,说明拉索的实际状况要好于理论状况。

依据索力偏差率不大于10%<sup>[2,26]</sup>的要求,并结合《公路斜拉桥设计细则》中关于运营阶段索力安全系数不小于2.5的规定及考虑抗弯刚度的影响参数 $\mu > 80$ 时可不考虑边界条件的影响,则铁路桥的拉索增量校验系数计算式(31)隐含的限定条件包括 $1.1 \geq T_{t,k} / T_{c,k} \geq 0.9$ 、 $T_{i,k} / A_i \leq 0.4 f_{pt}$ 和 $\mu \geq 80 (k = i, j)$ 。

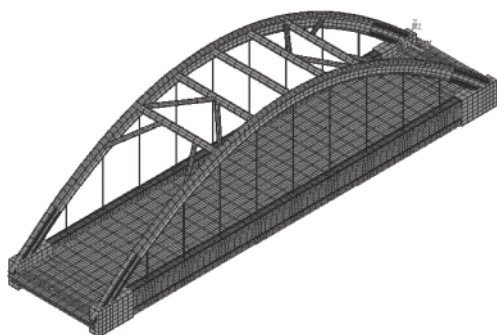
## 2 案例分析验证

### 2.1 试验案例背景

以主跨为48 m的某系杆拱桥<sup>[32]</sup>(图2)中主跨第2孔为例,对以上理论推导进行验证,其结构形式为钢管混凝土拱连续梁结构形式,拱肋横桥向中心矩为9.72 m。



(a) 桥型布置及荷载试验编组 单位: m



(b) 有限元模型

图2 实例桥概况

Fig. 2 Introduction of case bridge

吊杆间距为4.4 m,全桥共18根吊杆,吊杆边界条件为两端铰支。每根吊杆由 $f_y = 1\ 670$  MPa的55根直径为7 mm低松弛预应力钢丝组成,采用PE双护层防护。竖直吊索计算长度见表2。其中:吊索每米重量 $\rho = 16.614$  kg/m; $l_c$ 、 $l$ 分别为拉索有效索长和包括锚固在拱、梁内的实际索长; $f_t$ 为吊索的振动基频;吊杆截面面积 $S = 2\ 809.4$  mm<sup>2</sup>,抗拉强度标准值 $f_{pk} = 1\ 670$  MPa,弹性模量 $E$ 取 $1.9 \times 10^5$  MPa。

表 2 吊索长度及实测基频

| Tab. 2 Cable lengths and tested basic frequencies |                |              |                 |        |
|---------------------------------------------------|----------------|--------------|-----------------|--------|
| 索号                                                | $l_0/\text{m}$ | $l/\text{m}$ | $f_1/\text{Hz}$ |        |
|                                                   |                |              | 无列车静载           | 列车静载   |
| 1 <sup>#</sup>                                    | 3.062          | 5.223        | 35.060          | 37.345 |
| 2 <sup>#</sup>                                    | 5.787          | 7.882        | 17.925          | 19.955 |
| 3 <sup>#</sup>                                    | 7.737          | 9.781        | 12.075          | 13.875 |
| 4 <sup>#</sup>                                    | 8.909          | 10.92        | 12.610          | 14.285 |
| 5 <sup>#</sup>                                    | 9.300          | 11.30        | 10.035          | 11.935 |
| 6 <sup>#</sup>                                    | 8.909          | 10.92        | 11.265          | 13.125 |
| 7 <sup>#</sup>                                    | 7.737          | 9.781        | 12.265          | 14.095 |
| 8 <sup>#</sup>                                    | 5.787          | 7.882        | 17.485          | 19.155 |
| 9 <sup>#</sup>                                    | 3.062          | 5.223        | 37.015          | 39.000 |

采用频率法测试吊杆索力，是在吊杆上布设振动传感器，运用锤击或利用大地脉动获得振动时域波形，经频谱分析得到吊索的多阶振动频率，无列车静载和列车静载作用下测得的各吊杆振动频率结果如表2所示。

吊杆索力振动测试的列车试验编组由DF<sub>4</sub>单机+C<sub>70</sub>满载重车1辆列车+DF<sub>4</sub>单机组合而成，列车组总长为50.676 m。结构最不利荷载工况的荷载值及位置见图2(a)，其中双线加载作用的起始位置位于列车头第1轴轮距图2(a)中左侧梁端5.3 m，此时系梁轴拉力、拱肋轴压力和系梁跨中挠度均最大。

案例分析中分别建立全桥有限元模型和仅拉索的有限元模型，其中全桥模型分析全桥协同作用下的静动力特性，仅拉索的有限元模型主要分析拉索自身的振动特性，两者均采用ANSYS 14.5软件建立有限元模型，见图2(b)。系梁、拱肋和横梁均采用BEAM188单元，吊杆采用LINK10单元，二期恒载考虑道砟和钢轨重量。列车静载按照图2(a)中双线加载工况施加于有限元模型上相应位置处。外部静载作用下的系梁跨中轴拉力为1 838.1 kN，弯矩为2 414.4 kN，跨中竖向挠度为11.545 mm，分别与报告<sup>[32]</sup>中的实测数据相近，固有频率计算1阶模态为全桥横弯，与文献<sup>[33]</sup>中计算模态相同，故有限元模型计算可靠。

2.2 索力精确求解方法验证

为验证第2.1节中的索力精确求解公式，以实例桥中有效长度 $l_0$ 为9.3 m的5号索为例，建立拉索有限元模型，并计算不同外载作用下自振频率，其中拉索单元类型仍为LINK10单元，拉索杆端为两端简支，外载施加于其中无纵向约束端一侧。索力 $T$ 及振动基频 $f_1$ 计算结果见图3。

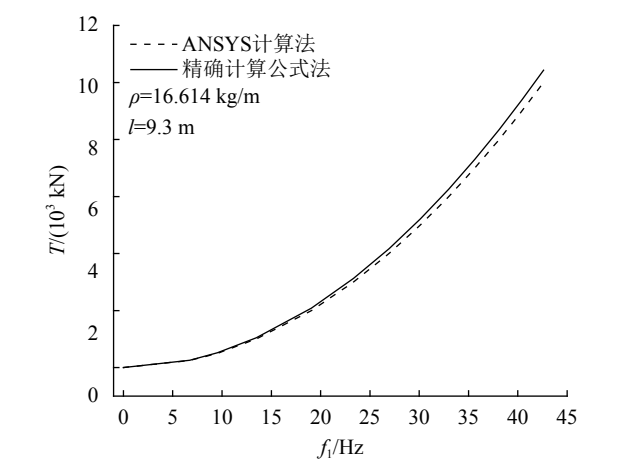


图 3 拉索索力计算公式验证

Fig. 3 Calculation equation verification of cable forces

由图3中索力-振动频率之间的关系可知，精确求解方法的计算结果与有限元计算结果吻合较好，特别是作用的外部荷载较小时吻合程度更高。

2.3 索力简化算法比较

对其外载作用前后的实测频率及其对应的索力采用按表1中精确求解公式法和本文中简化算法进行比较。图4显示了两种方法的比较情况，本文简化方法索力略小于表1中精确计算公式；较精确求解公式法，简化公式法的最大误差分别不超过2.539%，故简化计算公式法计算可行。

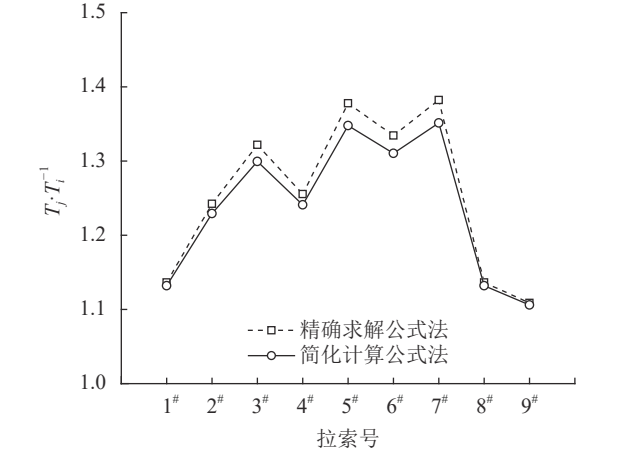


图 4 两种计算方法索力比较

Fig. 4 Comparison of cable forces between two calculation methods

2.4 索力和频率比较

为研究拉索振动特性，比较并分析了荷载作用前后的索力、索力差及频率3个参数的影响情况。其中：拉索索力、索力差分别由列车荷载作用前后的全桥有限元模型计算；频率由仅拉索有限元模型计算，其中频率计算中考虑与全桥有限元模型相同的索端变位和索力等效两种计算方式。

图5显示了有限元计算和按精确求解方法确定的实测索力比较情况。由图5的计算结果可知,全桥有限元模型中按照有效索长和实测频率确定的计算索力 $T_{t1}$ 均不大于按照实际索长确定的有限元计算理论索力 $T_{c2}$ ,且均不小于按照实际索长和实测频率确定的实测索力 $T_{t2}$ 。有效索长和实际索长对实测索力计算影响大,特别是1<sup>#</sup>和9<sup>#</sup>短吊杆,两者差异性更大,故实测频率换算索力时拉索计算长度应通过比较,选择合适的索长。

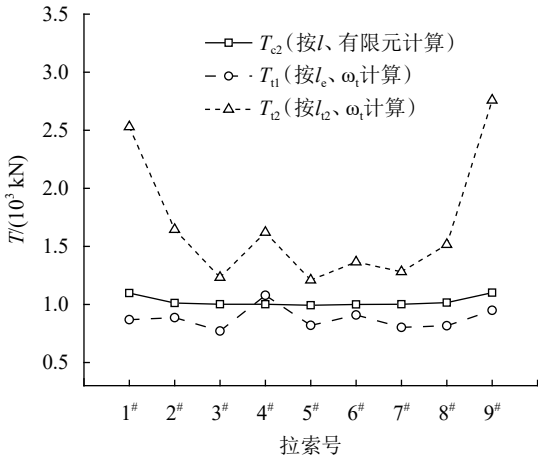


图5 索力比较

Fig. 5 Comparison of cable forces

图6显示了通过索端位移差和实测频率确定的拉索的索力差比较情况。由图6中的计算结果可知,仅拉索有限元分析模型中按照有效索长和实测频率确定的计算索力差 $\Delta T_{t1}$ 均不大于按照索端位移确定的有限元计算理论索力差 $\Delta T_{c1}$ 和 $\Delta T_{c2}$ ,且 $\Delta T_{t1}$ 值较为接近 $\Delta T_{c2}$ 值, $\Delta T_{t1}$ 远小于按实际索长和实测频率确定的索力差 $\Delta T_{t2}$ 。故拉索的索长对索力差影响大。

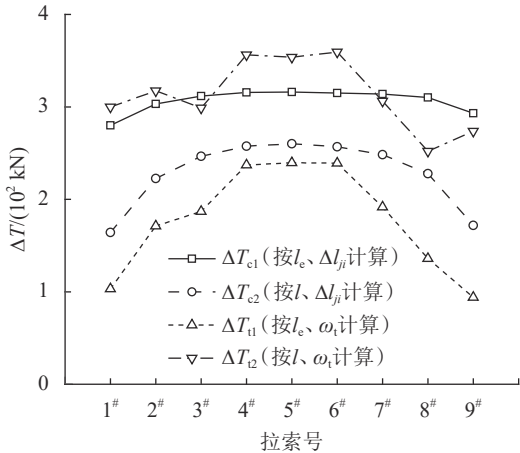


图6 索力差比较

Fig. 6 Comparison of cable force variations

图7显示了仅拉索有限元模型计算和实测频率比较情况。图7中实测频率 $\omega_t$ 与按有效索长及全桥索

力的计算频率 $\omega_{c2}$ 和位移等效的计算频率 $\omega_{c4}$ 相近,特别是按照索力等效的计算频率值 $\omega_{c2}$ 。故仅拉索有限元模型计算验证时,应考虑采用有效索长和按全桥有限元模型等效索力作为拉索理论频率。

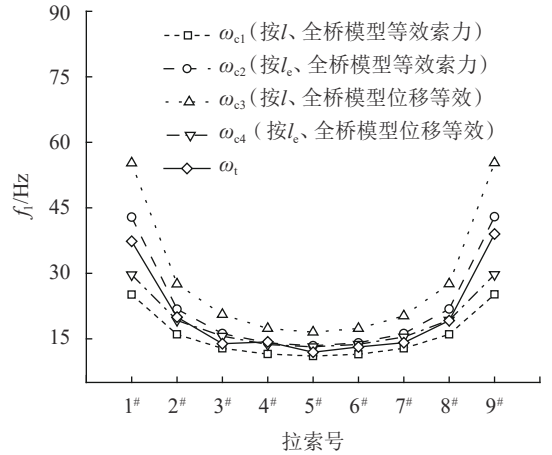


图7 拉索基频比较

Fig. 7 Comparison of cable basic frequencies

## 2.5 校验系数比较

采用振动频率校验系数、索力校验系数和索力增量校验系数等3种系数对各拉索索力进行技术状况评定分析。

图8显示了3种按有效索长 $l_e$ 所确定的校验系数 $\eta$ 比较情况。

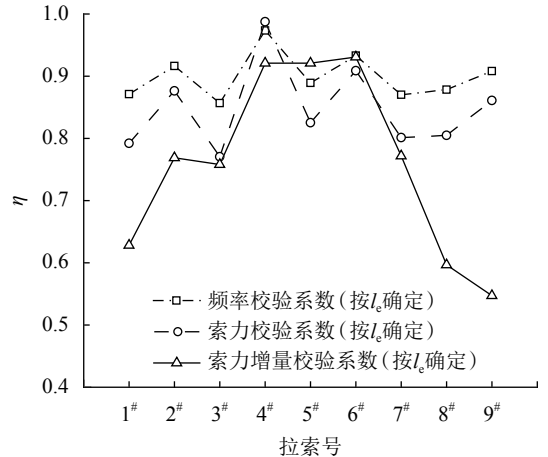


图8 3种校验系数比较

Fig. 8 Comparison of three adjustment factors

总体情况为振动频率校验系数最大,其次为索力校验系数,索力增量校验系数最小。三者校验系数均小于1.0。对于索力增量校验系数,对于考虑抗弯刚度的影响参数 $\mu < 80$ 的1<sup>#</sup>和9<sup>#</sup>拉索索力增量校验系数远小于中间索校验系数,相对于短吊杆吊杆伸长量换算得索力增量,吊杆实测索力增量变化小,导致短吊杆技术状况评定等级降低。较其他两种校验系数,索力增量校验系数反映出的各吊杆变化幅度变化显

著,评价拉索技术状况较为保守,故采用索力增量校验系数 $\eta$ 也是一种有效的评定方式,适用于评价考虑抗弯刚度的影响参数 $\mu > 80$ 的中长吊杆。

### 3 结 论

采用理论推导和试验验证相结合的理论研究方法,对拉索索力及其技术状况评定进行研究,得出了如下结论:

1)由弦振动理论和能量法推导出了索力精确求解方法,其计算结果与有限元模型计算结果吻合较好。

2)较精确求解公式法和按索端位移理论公式法确定拉索索力,本文中索力简化算法计算结果可行。

3)通过索力、索力差和频率比较发现,由实测频率转换为实测索力过程中,应选择合理的拉索索长。在全桥有限元模型的基础上,仅分析考虑拉索自身特性时,可按索力等效的方式计算有效索长的拉索理论振动频率,这种方式与实测频率吻合较好。

4)较频率校验系数、索力校验系数和索力偏差率,索力增量校验系数对中长吊拉索索力技术状况评定验证有效且合理。

#### 参考文献:

- [1] Nagayama T,Reksowardojo A P,Su D,et al.Bridge natural frequency estimation by extracting the common vibration component from the responses of two vehicles[J].*Engineering Structures*,2017,150:821–829.
- [2] 中华人民共和国住房和城乡建设部.城市桥梁检测与评定技术规范:CJJ/T 233—2015[S].北京:中国建筑工业出版社,2015.
- [3] 中华人民共和国住房和城乡建设部.建筑与桥梁结构检测技术规范:GB 50982—2014[S].北京:中国建筑工业出版社,2014.
- [4] 中华人民共和国铁道部.铁路桥梁检定规范[S].北京:中国铁道出版社,2004.
- [5] Zhao Xuefeng,Ding Yanbing,Han Ruicong,et al.Smart-phone-based wireless cable tension measurement method[J].*Journal of Vibration and Shock*,2016,35(18):147–151.[赵雪峰,丁言兵,韩瑞聪,等.基于智能手机的无线索力测量方法[J].*振动与冲击*,2016,35(18):147–151.]
- [6] Zhu Wanxu,Qin Heying,Li Juzhe,et al.Monitoring cable force of FAST project based on fiber bragg grating sensor external installed on anchorage zone[J].*Journal of Mechanical Engineering*,2017,53(17):23–30.[朱万旭,覃荷瑛,李居泽,等.基于锚固区外置光纤光栅传感器的FAST工程拉索索力监测研究[J].*机械工程学*,2017,53(17):23–30.]
- [7] Zheng Rui,Liu Lihua,Zhao Xia,et al.Investigation of measurability and reliability of adhesive-bonded built-in fiber Bragg grating sensors on steel wire for bridge cable force

- monitoring[J].*Measurement*,2018,129(7):349–357.
- [8] Feng Dongming,Scarangelo Thomas,Feng Maria Q,et al.Cable tension force estimate using novel noncontact vision-based sensor[J].*Measurement*,2017,99(3):44–52.
- [9] Yan Banfu,Chen Wenbing,Yu Jiayong,et al.Mode shape-aided tension force estimation of cable with arbitrary boundary conditions[J].*Journal of Sound and Vibration*,2019,440(3):315–331.
- [10] Liao Jingbo,Tang Guangwu,Meng Libo,et al.Approximate frequency calculation method for clamped cables[J].*Journal of Vibration and Shock*,2013,32(6):149–151.[廖敬波,唐光武,孟利波,等.固结拉索的一种近似频率计算公式[J].*振动与冲击*,2013,32(6):149–151.]
- [11] Li Suzhen,Lapueta Enrique Caverro.Cable tension identification of cable-supported structures based on vibration tests[J].*Journal of Vibration and Shock*,2016,35(23):148–152.[李素贞,Lapueta Enrique Caverro.基于振动测试的张弦结构拉索索力识别[J].*振动与冲击*,2016,35(23):148–152.]
- [12] 中华人民共和国交通部.公路斜拉桥设计细则:JTG/T D65-01—2007[S].北京:人民交通出版社,2007.
- [13] 日本道路协会.道路桥示方书.同解説I共通編III コンクリート橋編[S].东京,2012.
- [14] Yang Yongyi,Chen Kejian.Research on parametric oscillation of cables for long span railway cable-stayed bridge[J].*Journal of Railway Engineering Society*,2013,30(10):60–65.[杨咏漪,陈克坚.大跨度铁路斜拉桥斜拉索参数振动分析[J].*铁道工程学报*,2013,30(10):60–65.]
- [15] Ren Yuan,Liu Xiaoling,Huang Qiao.The long-term trend analysis and assessment of the cable forces due to dead load in cable-stayed bridges[J].*Journal of Harbin Institute of Technology*,2015,47(6):103–108.[任远,刘小玲,黄侨.斜拉桥恒载索力长期变化趋势分析与评估[J].*哈尔滨工业大学学报*,2015,47(6):103–108.]
- [16] Du Yong,Peng Jingzhan,Richard Liew J Y,et al.Mechanical properties of high tensile steel cables at elevated temperatures[J].*Construction and Building Materials*,2018,182(10):52–65.
- [17] Gao Donglai,Chen Wenli,Zhang Runtao,et al.Multi-modal vortex-and rain-wind-induced vibrations of an inclined flexible cable[J].*Mechanical Systems and Signal Processing*,2019,118(3):245–258.
- [18] Wu Fangwen,Xu Chao,Zhao Lei.Analysis on sensitivity of stochastic seismic response parameters of super-long-span cable-stayed bridges[J].*Journal of the China Railway Society*,2014,36(6):107–113.[武芳文,徐超,赵雷.超大跨度斜拉桥随机地震响应参数敏感性分析[J].*铁道学报*,2014,36(6):107–113.]
- [19] 张丽娜,李凤臣.大跨度桥梁斜拉索的参数振动研究[M].



- 北京:科学出版社,2017.
- [20] Zhang Xingbiao, Shen Ruili, Tang Maolin, et al. Accurate calculation and adjustment methods for cable forces of anchor-span strands for suspension bridges[J]. *Journal of Southwest Jiaotong University*, 2012, 47(4): 551–557. [张兴标, 沈锐利, 唐茂林, 等. 悬索桥锚跨索股索力的精确计算与调整方法[J]. *西南交通大学学报*, 2012, 47(4): 551–557.]
- [21] Huo Xuejin, Gao Yufeng, Yang Yang. Analysis on nonlinearity and its influencing factors of cable forces of butterfly-shaped bridges[J]. *Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition)*, 2013, 45(2): 47–55. [霍学晋, 高玉峰, 阳洋. 蝶形拱桥的索力非线性及影响因素分析[J]. *四川大学学报(工程科学版)*, 2013, 45(2): 47–55.]
- [22] 李国强, 顾明, 孙利民. 拉索振动、动力检测与振动控制理论[M]. 北京: 科学出版社, 2014.
- [23] Zha Liquan. Cable tension identification based on the modal parameters[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2014, 34(5): 967–969. [查利权. 基于拉索振动特征的索力检测与评估方法[J]. *振动、测试与诊断*, 2014, 34(5): 967–969.]
- [24] 李强兴. 拉索基本理论及应用[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2017.
- [25] 上海市路政局. 桥梁结构检测技术规程: DG/TJ08-2149—2014/J12783—2014[S]. 上海: 同济大学出版社, 2014.
- [26] 中华人民共和国交通运输部. 公路桥梁承载能力检测评定规程: JTG/TJ21—2011[S]. 北京: 人民交通出版社, 2011.
- [27] Hu Ting. Detection and evaluation of reinforced concrete arch bridge[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2012.3. [胡婷. 钢筋混凝土拱桥检测与评定[D]. 成都: 西南交通大学, 2012.3.]
- [28] Zhao Xiang. Effect study of cable damage to structural performance of the cable-stayed bridge[D]. Nanjing: Southeast University, 2005.6. [赵翔. 拉索损伤对斜拉桥结构性能影响的研究[D]. 南京: 东南大学, 2005.6.]
- [29] Dan Danhui, Chen Yanyang. Cable force identification based on corrected numerical resolution of cable frequency functions[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2014, 34(2): 247–253. [淡丹辉, 陈艳阳. 应用拉索频率方程修正数值解的索力识别方法[J]. *振动、测试与诊断*, 2014, 34(2): 247–253.]
- [30] 日本土木学会. 鋼斜張橋—技術とその変遷[R]. 东京, 2010.
- [31] American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO). AASHTO LRFD Bridge design specifications[S]. American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, 2012.
- [32] 吉林铁路线桥检测设计所, 青藏铁路公司工务检测所. 青藏线拉萨河特大桥常规检定评估评估试验[R]. 青藏铁路集团公司桥梁检定评估评估试验报告, 2017.
- [33] Liu Zhen, Han Xiaoyu, Zhang Zhe. Seismic response analysis of fly-swallow type concrete-filled steel tube arch bridge based on traveling wave effect[J]. *Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition)*, 2015, 47(6): 54–60. [刘震, 韩小宇, 张哲. 基于行波效应飞燕式钢管混凝土拱桥地震损伤分析[J]. *四川大学学报(工程科学版)*, 2015, 47(6): 54–60.]

(编辑 张 琼)

引用格式: Gui Chengzhong, Song Guohua, Ke Zaitian, et al. Investigation on rating method of cable force increment adjustment factor[J]. *Advanced Engineering Sciences*, 2019, 51(4): 75–83. [桂成中, 宋国华, 柯在田, 等. 拉索索力增量校验系数检定方法研究[J]. *工程科学与技术*, 2019, 51(4): 75–83.]