

文章编号: 1000-2022(2002) 06-0764-08

有限区域变分四维同化系统的设计和试验

徐国强¹, 沈桐立², 覃丹宇¹

(1. 中国气象科学研究院, 北京 100081; 2. 南京气象学院 大气科学系, 江苏 南京 210044)

摘 要: 使用 共轭码技术, 构造了 中尺度模式的 伴随模式, 研究了 模式侧边界条件。基于 伴随模式技术的 原理, 设计了 伴随同化和 Derber 同化方法 两套方案; 下降算法 采用 共轭梯度法, 使用 准真实资料, 进行了 同化数值试验和 预报试验。结果表明, 两套同化方案 都取得了一定的 同化效果, Derber 同化方法比 伴随同化更令人满意。证明了 变分同化是提高 预报准确率的一种 非常有效的手段。

关键词: 伴随模式; 同化; 共轭码

中图分类号: P437 **文献标识码:** A

历史上曾提出一系列的分析、同化方法, 如逐步订正法、最优插值法、变分法等。目前, 许多国家气象中心业务实施四维同化的主要算法是最优插值法。变分分析是 20 世纪 70 年代引入气象领域的^[1], 变分分析是将分析提为一个泛函求极值问题。它的基本思想是: 在给定的约束条件下, 使分析场与观测场的差值平方和达到最小。

80 年代后期以来, 变分分析有了很大发展, 开始用于同化研究。其促进因素有三个, 其一是 最优控制理论^[2]、数学物理中的反问题^[3]等相关领域的发展提出了一些变分问题的有效解法; 其二是计算机的发展, 使得计算量很大的问题得以求解; 其三是气象资料同化的理论方法本身的发展。目前国际学术界普遍认为变分同化分析是最具发展潜力的一种同化方法。到目前为止, 已获得了许多有意义的理论研究及数值试验成果。1986 年 Ledimet 和 Talagrand 提出一种假设^[4], 即考虑同化模式解可以统一地由一给定时刻的初始状态来定义, 从而使传统的约束化变分问题转化为无约束的, 因此问题的维数(控制变量)也大大地减小, 问题的欠定性(观测数小于模式解的自由度)得到缓解, 并成功地引入了伴随方程(即共轭方程), 从而为这类变分问题的求解找到了一个可具体实施的方案。这就是所谓的伴随模式法。1989 年 Derber 对伴随模式法进行了改进^[5], 他将他的方法称为变分连续同化方法(本文将此方法称为 Derber 同化方法), 此方法使变分同化不再是调整初始场, 而是在整个同化时段内调整模式解, 试验结果令人鼓舞。90 年代以前, 大多数变分同化试验都是在简单预报模式上进行, 90 年代以后, 变分同化方法开始用于复杂预报模式。Milija Zupanski 在准业务预报环境下^[6], 进行了伴随同化(adjoint)和 Derber 方法同化试验, 取得了较好的效果。

收稿日期: 2002-04-01; 改回日期: 2002-06-09

基金项目: 国家“十五”科技攻关项目(2001BA607B); 中国气象科学研究院博士启动资金

第一作者简介: 徐国强(1964-), 男, 河北保定人, 副研究员, 博士。

本文利用 MM4 中尺度模式, 根据共轭码原理, 设计出了 MM4 伴随模式, 从而保证了向前预报模式 MM4 与其伴随模式具有较好的可逆性。然后分别用伴随模式法和 Derber 同化方法, 使用准真实观测资料进行了同化试验, 并利用同化结果向后进行了预报。

1 基本原理

变分同化原理是源于最优控制论中的一种方法。对于气象同化问题, 就是为了最大程度地利用观测信息, 给出一个控制目标函数, 用于调整大气预报模式的初值或某些参数, 寻找一个在最小二乘意义下的模式解, 使其尽可能接近给定时段内(如 $[T_0, T_n]$) 的有效观测值及模式解先验信息, 从而把一系列的观测信息同化。

首先定义控制目标函数如下

$$D = \frac{1}{2} \int_0^{T_n} \langle W(CX - X), CX - X \rangle dt \quad (1)$$

其中 D 是目标函数, W 是权重矩阵, T_0 是初始时间, T_n 是同化阶段的结束时间, X 是预报模式解, X 是观测场, C 是插值算子, 就是把网格点上的模式解内插到站点上的算子, $\langle, \rangle$ 表示向量空间内积算符。

实际计算时, 目标函数用如下离散形式给出

$$D = 0.5 \sum_{i=0}^n (CX_i - Y_i)^T W(CX_i - Y_i) \quad (2)$$

i 表示 T_i 时刻, X_i 是 T_i 时刻的模式解, Y_i 是 T_i 时刻的观测场。

目标函数可以衡量模式解与相应时次观测场的逼近程度, 目标函数值越小, 说明模式解与相应时次观测场的逼近程度越好。目标函数 D 可看成 X_0 的函数, 即 $D = D(X_0)$, 为了得到最优的同化分析解 X_0 , 需最小化 $D(X_0)$ 。按通常的数学上求极值方法, 只需求解 $x_0 D = 0$ 即可。但是在资料同化问题中, 由于模式方程的非线性及问题维数很大, 都导致不可能产生这样的显式解。这就需要使用最优控制方法, 用迭代求解的方法得到所需的 X_0 从而实现目标函数下降。而下降算法要用到目标函数的梯度, 因此需引进模式方程的伴随方程(即共轭方程), 以求得目标函数的梯度。

1.1 伴随同化原理

本文采用了以数值预报模式作为约束条件的变分法, 即所谓的伴随模式法, 不用直接求解 Euler-Lagrange 方程, 而是采用最优控制理论进行求解, 因而克服了传统变分法的局限性; 也使同化系统的整体性得到了提高。伴随同化原理是利用伴随模式求得的梯度信息, 不断调整初始场, 寻找一个模式解, 最佳地接近给定时段的观测资料, 这种情况下, 模式的初始场是控制变量。

$$\text{引入模式方程} \quad \frac{dX}{dt} = F(X), \quad (3)$$

$$\text{则其线性扰动方程} \quad \frac{dX}{dt} = F'(X) X. \quad (4)$$

X 是扰动量, F' 是 F 相对于 X 的导数。

$$\text{共轭方程为} \quad -\frac{dX^*}{dt} = F''(X) X^*. \quad (5)$$

其中 $X^* = W(X_i - Y_i)$, W 为权重系数。

可以证明

$$x_0 D = \sum_{i=0}^n (I + t F_i^*) (I + t F_{i-1}^*) \dots (I + t F_{i-2}^*) (I + t F_{i-1}^*) W(X_i - Y_i) \quad (6)$$

其中 I 是单位阵, t 是时间步长, 下标 $i, i-1, \dots$ 表示时次, F_i^* 是算子 F_i 的共轭算子。

即只要向后积分伴随模式到初始时刻即可得到目标函数的梯度 $x_0 D$ 。

伴随同化系统中实现目标函数下降的步骤简单概括为: 先给定初始场, 运行向前预报模式到指定时刻, 由模式解和观测资料计算出目标函数 D , 然后运行伴随模式可直接得到目标函数的梯度信息, 利用下降算法和控制模块判断是否达到要求。如未达到要求, 则调整初始场, 再重复上述过程; 如达到要求, 则同化结束。

1.2 Derber 同化方法原理

Derber 同化方法是 John C. Derber^[5]首先应用于气象领域, 它是对 Ledimet 和 Talagrand 引进的标准伴随同化技术的一种修正^[4], 伴随同化技术是不断调整初始场, 寻找一个模式解, 最佳地接近给定时段内的观测资料, 这种情况下, 模式的初始场是控制变量。而 Derber 同化方法的控制变量是在整个同化时段内改变模式时间导数解的值。两种方法有很多相似性, 如都要利用伴随模式求目标函数的梯度信息, 但他们结果有相当大的差异。

设预报模式方程(向前模式)从时间步 t_{n-1} 到 t_n , 以下形式表示:

$$X_n = A_n(X_{n-1}) \quad (7)$$

其中 A_n 是非线性或线性操作码作用于 X_{n-1} , 也就是说 X_n 仅是 X_{n-1} 的函数, 它适用于各种差分方案。

为调整模式方程的时间导数, 需设一附加项增加到模式方程中, 这种修正模式时间导数可采取很多形式, 本文中采用一简单形式, 即

$$X_n = A_n(X_{n-1}) + \alpha_n \quad (8)$$

修正项为 α_n , 为独立空间变量, 它与 X 有同样数目的自由度, α_n 为预先定义的经验系数, 用于控制同化时段内的修正项在各时次的贡献。Derber 同化方法就是寻找最优的 α_n 场, 而使目标函数 D 最小。

可以证明

$$\frac{D}{\alpha_n} = \sum_{n=2}^N \alpha_n^* \quad (9)$$

其中 N 表示积分的最后时间步, 这里 α_n^* 是共轭变量, 即积分伴随模式从 $n+1$ 到 n 时次得到的值, 其在最后时间步(t_N)的初始值为: $\alpha_N^* = W(X_N - Y_N)$ 。这样实际计算 $\frac{D}{\alpha_n}$ 时, 应以下面步骤进行: (1) 首先积分向前模式, 求出模式解与观测值的差; (2) 积分伴随模式, 求出 α_n^* ; (3) 累积 α_n^* 与共轭变量 α_n 积的和, 则求得目标函数梯度; 以后通过下降算法求得使目标函数 D 最小的 α_n 值, 其过程与伴随同化方案基本一致。

从上面对 Derber 同化方法说明可看出, Derber 同化方法的理论、完成过程及计算时间, 与标准伴随同化技术非常类似。两者差异在于: 1) Derber 同化方法在整个同化时段内调整模式解, 而伴随同化技术是调整初始场; 2) Derber 同化方法中的目标函数的梯度是整个同化时段内伴随模式解的权重和, 而伴随同化技术的目标函数的梯度是直接由伴随模式的解中得到。

1.3 下降算法

根据最优控制理论, 下降算法有最速下降法、共轭梯度法、牛顿法和变尺度法等。本文选用的是收敛性质较好的共轭梯度法。共轭梯度法的实质是对目标函数梯度 $x_0 D$ 进行修正, 使下降搜索方向为其共轭方向(将负梯度方向转一个角度), 因此, 每步的搜索方向都要对该步的负

梯度方向作一修正。为加快目标函数下降速度, 本文计算了最优迭代步长, 并进行了二次插值搜索, 以求得最佳的迭代步长。但这需要多次调用向前预报模式, 因此花费的计算时间较多。关于搜索方向和最优迭代步长的计算公式详见文献[2]。

2 中尺度变分四维同化系统设计

2.1 模式介绍

向前模式采用 MM4 模式, 其方程是三维、静力平衡、斜压原始方程模式, 坐标系为兰勃脱保角投影图上的直角坐标系, 垂直方向为 σ 坐标。本系统网格距取 150 km, 垂直方向分 10 层。

对于 MM4 伴随模式来说, 如从共轭方程直接构造, 由于方程非常复杂, 差分计算时可能造成向前模式与伴随模式不具有可逆性, 而使目标函数下降减慢。国外为保持向前模式与伴随模式具有可逆性, 研究了一种共轭码方法来构造伴随模式。该方法是以共轭方程为指导, 直接从程序码入手, 来构造伴随模式。其思路是: 把某段程序看成一个泛函算子, 然后导出码泛函算子的切线算子, 进而导出共轭算子。

如用算子 L 代表某段程序码, 设其输入为 $I = (u_i, v_i, t_i, p_i)^T$, 输出为 $O = (u_o, v_o, t_o, p_o)^T$, 那么这段程序的运算就相当于如下泛函

$$O = LI, \quad (10)$$

对上式泛函进行变分操作, 即为

$$O = L I_o. \quad (11)$$

其中, L 就是切线算子, (11) 式为切线码的泛函, $O = (u_o', v_o', t_o', p_o')^T$, $I = (u_i', v_i', t_i', p_i')^T$, 即分别相当于 O 和 I 的扰动场。

同上相似, 可以由切线算子 L 导出其共轭算子 L^* , 由于伴随模式是向后积分的, 所以其相应泛函应写为

$$I^* = L^* O^*. \quad (12)$$

其中 $O^* = (u_o^*, v_o^*, t_o^*, p_o^*)^T$, $I^* = (u_i^*, v_i^*, t_i^*, p_i^*)^T$ 。

本系统的 MM4 伴随模式就是用共轭码原理构造的。在实际编写伴随模式时, 刚开始要先写出切线码, 然后分析数据流向, 从数据流逆向导出共轭码。熟练以后, 可直接从程序码写出共轭码。编写伴随模式是一个非常繁琐的工作, 要求对向前模式总体构造非常熟悉, 数据流向非常清楚, 不然极易出现错误。在上机调试程序时, 由于伴随模式要输入向前模式的每步预报结果, 它对计算机内存的要求比向前模式要求的内存更大, 因此编制程序要注意内存分配, 尽可能节省内存; 不然, 很可能面临内存不够的麻烦。

2.2 伴随模式的检验

由于构造伴随模式是非常繁琐的, 并且极易出错, 因此需要一种检验方法。本文从模式方程出发来推导其检验公式。

设有切线方程和共轭方程如下

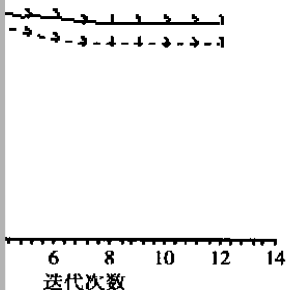
$$\begin{cases} -\frac{X}{t} + L' X = 0, \\ -\frac{X^*}{t} + L^* X^* = 0. \end{cases} \quad (13)$$

其中 X 为扰动变量, L 为切线算子, X^* 为共轭变量, L^* 为共轭算子。由上述两方程可推得

$$\langle X, X^* \rangle_{t_n} = \langle X, X^* \rangle_{t_0}. \quad (14)$$

由上
只要
说,切
2. 3
验和
谓零
变量
进行
值)。
在区
边界
零边
验(结
同化
结果
3
3. 1
经过
的预
7 月
为观
测资
3. 2
3)。从
速度
的目
右,林
差,而
取有
性还
式解

由许多点元组成的场变量,
模式通过上述检验。也就是
伴随模式是相容的。



化目标函数变化曲线
采用零侧边界条件;
线性外推侧边界条件;
函数变化是指每迭代步
与初始目标函数值之比)
Variations of
ed objective function
lateral boundary conditions,
linear extrapolation
boundary conditions)
前模式积分 3 h, 输出结果作
测资料, 其中一次是真实观
化方法试验(结果见图 2、图
的前几步, 目标函数的下降
统结束后, Derber 同化方法
的目标泛函下降了 32 % 左
区别在于前者认为模式有误
, 与模式的精度和初值的获
果更好的结论是否具有一般
求解、进行伴随同化的 6 h 模
h 模式解与观测场 B 比较,
为弱的气旋, 南部区域为均压场区。而

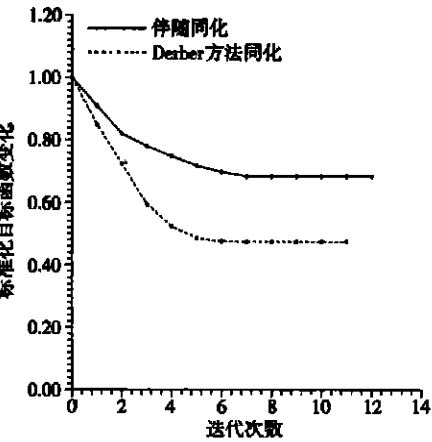


图 2 标准化目标函数变化曲线

Fig. 2 Variations of normalized objective function

(solid line: adjoint assimilation; dot line: Deber's assimilation)

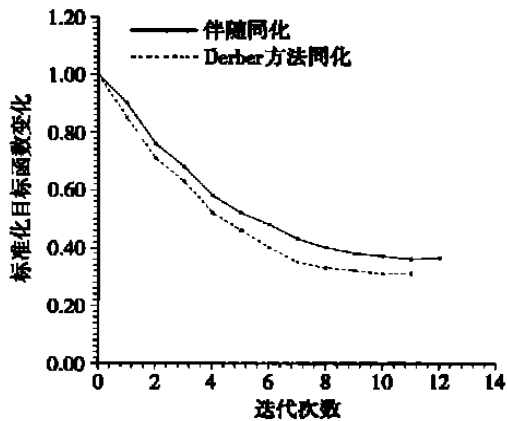


图 3 标准化目标函数梯度变化曲线

Fig. 3 Variations of normalized objective function gradient

(solid line: adjoint assimilation; dot line: Deber's assimilation)

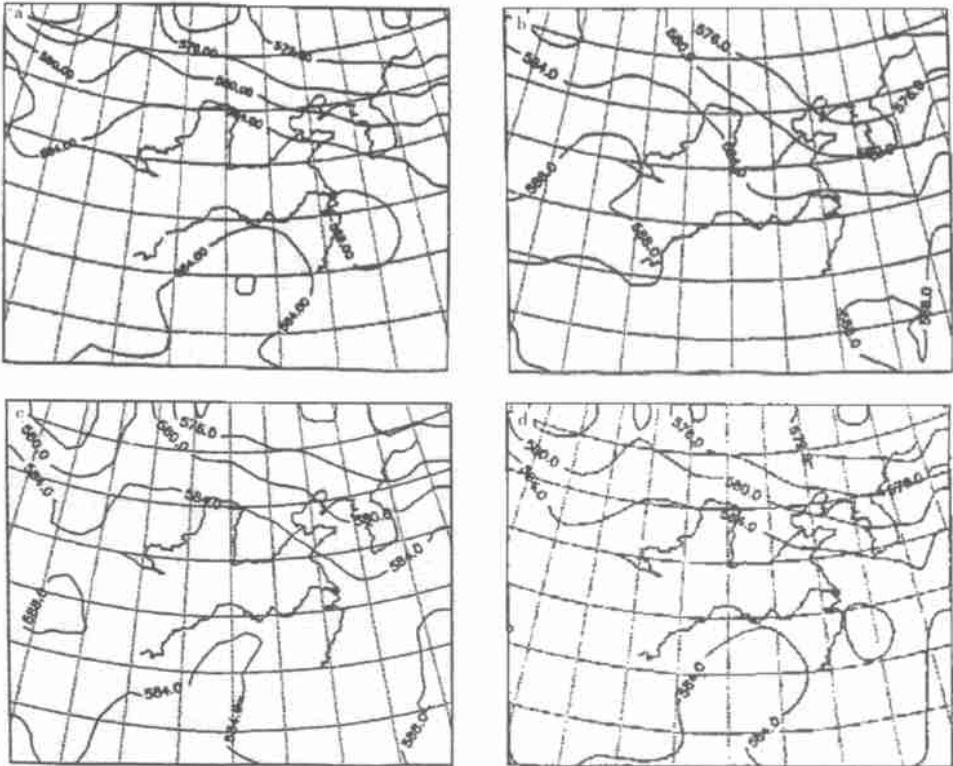


图 4 500 hPa 高度观测场 B(a)、未进行同化的 6 h 模式解(b)、进行伴随同化的 6 h 模式解(c) 和进行 Derber 同化的 6 h 模式解(d)

Fig. 4 Observed 500 hPa height field B(a); 6 hours model solution without assimilation(b); 6 hours model solution with adjoint assimilation(c) and 6 hours solution with Deber's assimilation(d)

在图 4a 中, 图的左上部为一槽线, 我国的华南地区有一倒槽, 东北到华北地区为平直气流区。这说明未进行同化时, 模式解与观测场有明显的不同。图 4c、4d 与图 4a 相比可知, 进行同化以后, 模式解与观测场比较接近, 大的天气形势非常相似, 图的左上部都有槽线出现, 我国南部地区都有倒槽产生, 东北和华北地区均为平直气流区, 总体来看, 天气系统的位置基本一致, 只是强度有些差别; 从图 4 中还能看到, Derber 同化的 6 h 模式解比伴随同化的 6 h 模式解更接近观测场 B。

3.3 同化资料预报试验

本文利用未同化资料和两种同化过的资料分别进行了 48 h 预报试验。图 5 是地面气压预报均方差的时间变化图, 从图 5 可知, 进行过资料同化的预报场的均方差明显小于未同化资料的预报场均方差, Derber 同化方法的预报场均方差低于伴随同化的预报场均方差。证明了变分同化方法是提高预报准确率的一种非常有效的手段。

4 结论与讨论

本文根据变分法原理推导了共轭码方法, 并利用共轭码构造了 MM4 模式的伴随模式, 设计了伴随同化和 Derber 同化方法两种方案, 然后使用这两种同化方案进行了准真实资料的同化数值试验。得到了以下初步结论。

(1) 模式的切线方程和共轭方程导出的伴随模式的程序检验方法, 可用于对整个模式的检验, 也可用于对某段程序的检验。本文研究了伴随模式侧边界的取法, 试验表明, 伴随模式取零侧边界条件同化效果较好, 这与国内外的试验结果是一致的, 与推导共轭方程时的要求也是相吻合的。在下降算法中, 采用了收敛效果较好的共轭梯度法, 选用了二次插值搜索, 加快了收敛速度, 但这要多次调用原模式, 因此花费的计算时间较长。如何加快收敛速度, 又减少计算时间, 未来很有必要从数学角度进行一些研究。

(2) 两个同化系统都能有效地同化多时次的探测信息, 使模式场逼近观测场。还可看出, 在本文试验中 Derber 同化方法比伴随同化效果更好, 它们的目标函数分别下降了 56 % 和 32 % 左右。利用两种同化过的资料和未进行同化的资料进行了 48 h 预报试验, 结果表明同化过的预报场均方差明显小于未同化预报场的均方差。这说明资料同化是非常有意义的。这和国外在准业务模式进行的同化数值试验的结果基本上是一样的。

(3) 变分同化目前被国内外气象学术界认为是最具发展潜力的一种同化方法。它能最大限度地提高各种观测资料的使用价值, 还可用于数值模式的参数估计、敏感性分析等方面, 从而为模式的改进, 特别是物理过程的改进, 提供一条有效的途径。由于考虑物理过程时, 伴随模式中 共轭变量出现的不连续性问题还未完全解决, 以及变分同化方案计算时间花费过大, 因此变分同化投入业务使用还有一定距离。本文利用 MM4 中尺度模式, 使用准真实资料, 进行了变分同化的数值试验, 可以说是向业务使用迈进了一步。

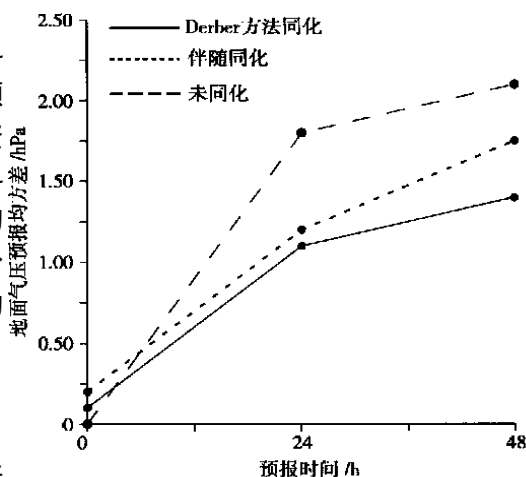


图 5 地面气压预报均方差的时间变化

Fig. 5 Temporal variations of the mean square deviation of predicted surface pressure

(solid line: Deber's assimilation;

dot line: adjoint assimilation;

dash line: no assimilation)

参考文献:

- [1] Sasaki Y. Some basic formulisms in numerical variational analysis[J]. Mon Wea Rev, 1970, 98(12): 875-883.
- [2] 蔡宣三. 最优化与最优控制[M]. 北京: 清华大学出版社, 1982, 236-297.
- [3] 郇吉东, 丑纪范. 数值天气预报中的两类反问题及一种数值解法—理想试验[J]. 气象学报, 1994, 52(2): 129-137.
- [4] Le Dimet F X, Talagrand O. Variational algorithms for analysis and assimilation of meteorological observations, theoretical aspects[J]. Tellus, 1986, 38A(2): 97-110.
- [5] Derber J C. A variational continuous assimilation technique[J]. Mon Wea Rev, 1989, 117(11): 2 437-2 446.
- [6] Milija Z. Regional four-dimensional variational data assimilation in a quasi-operational forecasting environment[J]. Mon Wea Rev, 1993, 121(8): 2 396-2 408.

Schemes and Experiments of Regional Four-Dimensional Variational Data Assimilation Systems

XU Guo-qiang¹, SHEN Tong-li², QIN Dan-yu¹

(1. Chinese Academy of Meteorological Sciences, Beijing 100081, China;

2. Department of Atmospheric Sciences, NIM, Nanjing 210044, China)

Abstract: Based on the conjugate code technique, a meso-scale adjoint model is constructed, and the lateral boundary conditions of the model is discussed. Then assimilation and prediction experiments are performed by adopting the adjoint and Derber's assimilation schemes, and using the quasi-real data and the descent algorithm of conjugate-gradient method in assimilation. The results show that the both schemes achieve fine assimilation effect with Derber's scheme better than conjugate one. It is suggested that the variational assimilation is an effective skill to improve the prediction accuracy.

Key words: adjoint model; assimilation; conjugate code