

地震波传播数值模拟中的频散问题*

董良国¹ 李培明²

(1. 同济大学海洋与地球科学学院 2. 中油集团东方地球物理公司)

董良国等. 地震波传播数值模拟中的频散问题. 天然气工业, 2004; 24(6): 53~56

摘要 数值频散程度直接决定了地震波数值模拟效果。在高频情况下, 有限元法以及低阶差分法地震波数值模拟效果不好的主要原因, 就是这些方法引起的数值频散比较严重。对高阶差分法声波模拟和交错网格弹性波模拟而言, 影响数值频散的三个因素是地震波传播方向、差分精度和一个波长内离散点数, 对交错网格弹性波模拟而言还包括介质的泊松比。Marmousi 模型以及弹性波模型的模拟及成像结果表明, 高阶差分方法(包括交错网格)可以显著地降低数值频散, 有效提高地震波正演计算的精度, 拓宽模拟波场的频带。两种方法的频散理论分析证明, 和规则网格以及低阶差分方法相比, 高阶差分方法(包括交错网格)在不降低模拟精度前提下, 空间网格可以增大数倍, 从而大幅度提高正演效率。因此, 高阶差分以及交错网格高阶差分是提高声波和弹性波传播数值模拟精度和效率的有效方法, 为复杂地区地震波传播规律研究、野外地震观测系统优化设计、地震资料解释结果的验证、地震波形反演提供了有效的地震波正演工具。

主题词 差分法 差分法 弹性波 地震模拟 正演 模型

引言

地震波波动方程数值计算是地震波传播数值模拟(Cacione, 2002)、偏移成像(Claerbout, 1985)和非线性迭代反演(Tarantola, 1986)中的核心步骤, 其计算精度直接决定了最终的地震波模拟、成像和反演的精度。

有限差分法和有限元法是波动方程数值计算最常用方法, 它们都是利用有限的离散网格来近似逼近连续的无限介质。有限代替无限会引入人为边界反射, 而离散代替连续会在精度上引起误差, 使得具有不同频率的地震波表现为不同的相速度, 使波场发生弥散。这类误差可以通过数值频散(或称网格频散)来描述。因此, 网格离散引起的数值频散是影响波动方程数值计算精度的主要因素, 正演效果很大程度上取决于数值频散程度。

对于低阶差分方法的数值频散问题, 一些文献进行了专题分析。Alford(1974)和 Dablain(1986)对声波二阶空间差分的数值频散进行了分析, 指出网格大小和地震波传播方向是影响频散的两个因素。但对声波高阶差分(Dablain, 1986)以及弹性波

交错网格高阶差分方法(董良国等, 2000)的数值频散问题, 至今还没有进行过研究。笔者对这两种方法引起的数值频散进行理论分析以及模型试验, 分析了影响地震波数值计算中网格频散的各种因素, 从理论上以及模拟实例上证明了高阶差分(特别是交错网格高阶差分)是提高波动方程数值计算精度、降低数值频散的有效方法。

高阶差分声波模拟数值频散理论分析

目前, 地震勘探基本上采用炸药震源垂直动圈式检波器, 在探测目的层较深、地表含有低降速带的情况下, 垂直地震记录中基本上是纵波成分。由于声波方程比较简单, 其波场较弹性波容易分析, 因此研究声波在介质中传播特征, 对于地震资料的采集、处理和解释是非常必要的。

为了提高差分精度, 可以通过以下形式的 $2N$ 阶差分精度近似(Dablain, 1986) 计算声波波动方程中波场的二阶空间导数:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{1}{\Delta x^2} \sum_{n=1}^M C_n^{(N)} [P(x + n\Delta x) - 2P(x) + P(x - n\Delta x)] \quad (1)$$

* 本文为国家自然科学基金资助项目(40074031), 并得到中石化科技部的项目资助(P01064)。

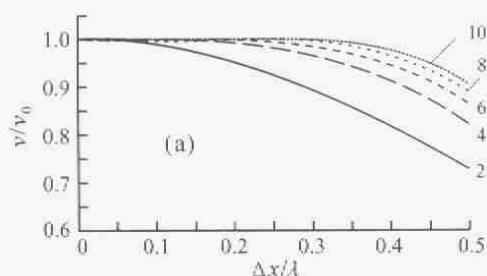
作者简介: 董良国, 博士, 副教授; 1990年毕业于同济大学勘查地球物理专业, 主要从事地震波传播理论、地震波模拟、地震波反演、信号处理等方面的教学与科研工作。地址: (200092)上海市四平路1239号。电话: (021) 65983842。E-mail: dlq@mail.tongji.edu.cn

其中,高阶差分系数 $C_n^{(N)}$ 可以通过求解方程组确定。

上述高阶差分方法产生的数值频散包括空间频散和时间频散两个方面。

设平面波传播方向与 x 轴的夹角为 θ , 地震波长为 λ , v_0 为没有频散时地震波速度。为简单起见,令纵横向离散间隔相同,即 $\Delta z = \Delta x$ 。将平面谐波 $u(x, z, t) = \exp[i(\omega t - kx \cos \theta - kz \sin \theta)]$ 代入二维声波 $2N$ 阶空间差分公式,可以得到 $2N$ 阶空间差分数值频散曲线($v = \frac{\omega}{k}$ 为地震波相速度),即

$$\frac{v}{v_0} = \sqrt{\frac{-1}{2\pi^2 \left(\frac{\Delta x^2}{\lambda^2}\right)^2} \left\{ \sum_{n=1}^N C_n^{(N)} \left[\cos\left(2\pi n \frac{\Delta x}{\lambda} \cos \theta\right) + \cos\left(2\pi n \frac{\Delta x}{\lambda} \sin \theta\right) - 2 \right] \right\}} \quad (2)$$



利用式(2)可以研究高阶差分法的频散特征。

图1-a为 $\theta = 22.5^\circ$ 时不同差分精度的空间离散频散随 $\frac{\Delta x}{\lambda}$ 的变化曲线。从图1-a和式(1)可以发现, $v < v_0$, 也就是说, 由于空间离散造成的数值频散在波形上作为尾巴而出现。空间差分引起的数值频散由三个因素决定: 一是地震波传播方向, 角度越大, 频散越低, 在 $\Delta z = \Delta x$ 的情况下, $\theta = 45^\circ$ 时数值频散最小。二是空间差分精度, 无论地震波传播方向如何, 随着空间差分精度的提高, 上述高阶差分解法产生的数值频散会逐渐减小, 因此, 可以通过提高差分精度的办法来减小数值频散。三是一个波长内离散点数目。对任意阶空间差分精度, 一个波长内离散点数越少, 数值频散越严重。也就是说, 在相同的网格

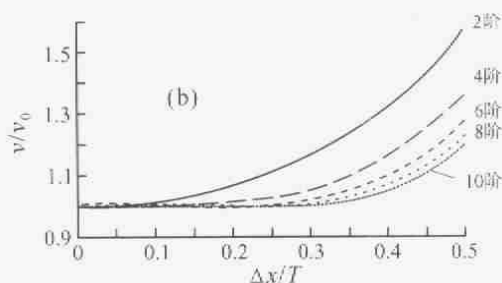


图1 不同差分精度数值频散随 $\Delta x/\lambda$ 、 $\Delta t/T$ 变化曲线

间距情况下, 子波频率越高, 介质速度越低, 频散越严重。因此, 表层低速带以及高频子波对地震波模拟结果有很大影响。

同理, 可得 $2M$ 阶时间高阶差分数值频散曲线:

$$\frac{v_0}{v} = \sqrt{\frac{1}{2\pi^2 \left(\frac{\Delta t^2}{T^2}\right)^2} \sum_{m=1}^M C_m^{(M)} \left[\cos\left(2m\pi \frac{\Delta t}{T}\right) - 1 \right]} \quad (3)$$

图1-b为不同时间差分精度时的数值频散随 $\Delta t/T$ 的变化曲线。可以发现: ① $v > v_0$, 也就是说, 由于时间离散造成的数值频散在波形上在正常到达之前出现; ② 时间差分引起的数值频散由两个因素决定, 差分精度越高, 一个时间周期内离散点数目越多, 由时间离散造成的数值频散越低。

由于算法稳定性的要求, $\Delta t/T$ 一般很小, 因此, 地震波正反向传播中的数值频散主要是由空间离散所造成, 可以通过高阶差分法以及交错网格来解决这个问题。

高阶差分声波模拟实例

图2是SEG推出的二维 Marmousi 模型, 利用高阶差分模拟的最小偏移距(200m)剖面见图3—

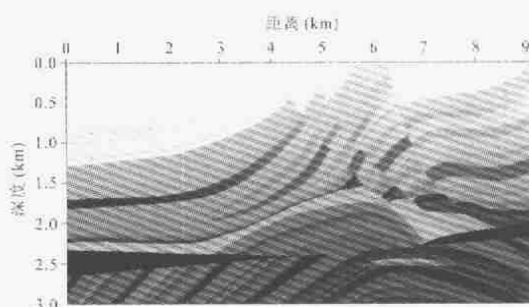


图2 Marmousi 模型

b, 而 SEG-IFP(institut francais de petrole)推出的模拟结果见图3-a(模拟参数: $\Delta x = 6.25$ m, $\Delta z = 4$ m, $\Delta t = 0.5$ ms)。对比发现, 本文所用高阶差分方法在防止数值频散方面远优于 SEG-IFP 提供的数值模拟结果, 在各单炮记录上这一点更加清楚。SEG 提供的模拟结果频率略低, 这正是由于数值频散所造成。

图4是用同一叠前深度偏移程序(FFD方法)分别对 SEG-IFP 和本文模拟的 Marmousi 模型地震数据进行叠前深度偏移成像结果。将它们和模型

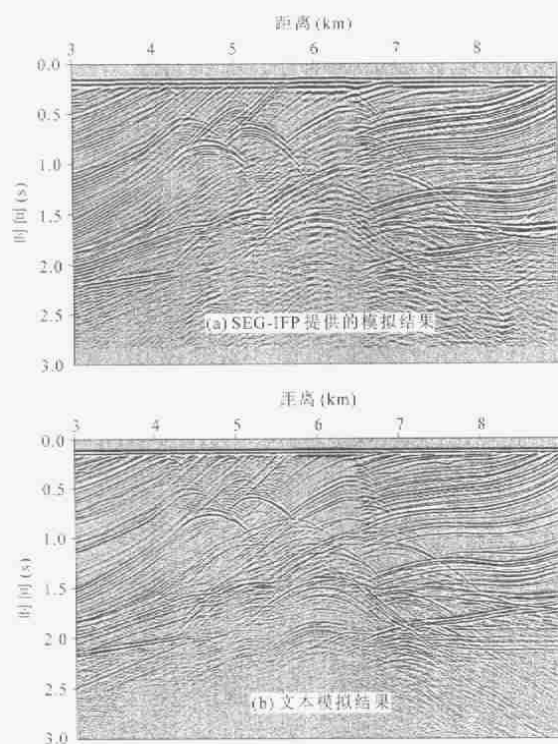


图3 Marmousi 模型最小偏移距(200 m)剖面

(图2)对比发现,在介质缓处差别不大,但在2.3 km处的两个地层尖灭、2.4 km目标层处以及三个断层的多个断点处,下图比上图更加清晰,这当然不是成像方法的原因,而是模拟数据在某些方面具有较大的差异。众所周知,地下构造越精细(如尖灭、断层、薄层等),它产生的反射地震信号高频成分越丰富。通过前面对频散问题的理论分析可知,越是高频信号,频散越严重。由于SEG-IFP在模拟时对数值频散抑制不足,造成模拟记录中缺乏反映这些精细地质结构的高频地震信号,当然无法对它们进行精确成像。而采用高阶差分模拟方法,有效提高了模拟精度,减小了数值频散,增加了模拟数据中有效波的高频成分。

交错网格高阶差分弹性波 模拟数值频散理论分析

有关“气烟囱”以及盐下成像的成功实例使多波勘探逐渐走向工业界。利用多波资料不仅可以提供地下的构造信息,还可以提供岩性信息。因此,研究弹性波传播数值模拟方法非常必要。

利用交错网格高阶差分法(董良国等,2000)能有效提高弹性波模拟精度、降低数值频散。这种方法的一阶空间微分的 $2N$ 阶交错网格差分近似为:

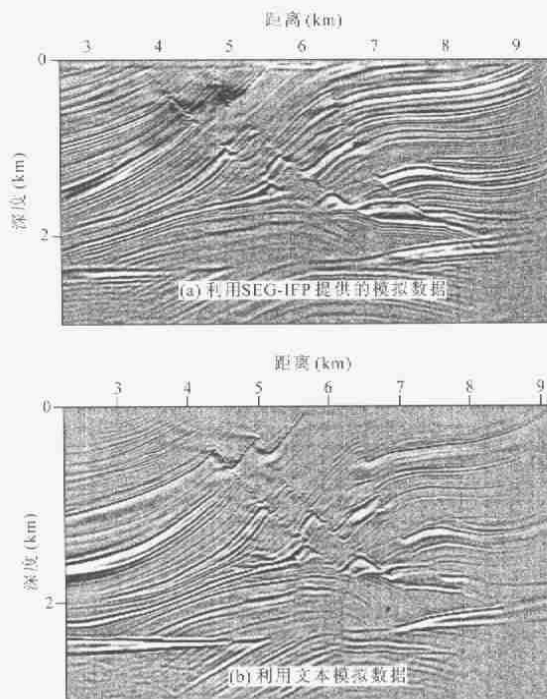


图4 不同模拟数据的叠前深度偏移结果

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{\Delta x} \sum_{n=1}^N C_n^{(N)} \left\{ f \left[x + \frac{\Delta x}{2} (2n-1) \right] - f \left[x - \frac{\Delta x}{2} (2n-1) \right] \right\} + O(\Delta x^{2N}) \quad (4)$$

其中,差分系数 $C_n^{(N)}$ 可以通过求解一个 N 阶方程组确定。

为篇幅所限,这里只给出上述一阶弹性波方程交错网格高阶差分方法的纵波频散曲线(ν 为介质泊松比):

$$\frac{v_p}{v_0} = \sqrt{\frac{-1}{\pi \cos \theta} \sum_{n=1}^N C_n^{(N)} [p+q]} \quad (5)$$

式中: $p = \left[1 - 2 \sin^2 \theta \frac{0.5-\nu}{1-\nu} \right] \sin \left[(2n-1) \pi \cos \theta \frac{\Delta x}{\lambda} \right]$

$$q = \frac{0.5-\nu}{1-\nu} \sin(2\theta) \sin \left[(2n-1) \pi \sin \theta \frac{\Delta x}{\lambda} \right]$$

显然,影响纵波频散的因素有4个,即地震波传播方向、交错网格差分精度、介质的泊松比和一个波长内离散点数。图5是泊松比为0.25、 $\theta=22.5^\circ$ 时不同差分精度纵波频散随 $\Delta x/\lambda$ 变化曲线。可以发现,随着网格减小,频散逐渐降低。对相同网格间距,交错网格差分精度越高,数值频散越小。图5中最下方的曲线是规则网格(Kelly,1976)二阶差分纵波频散曲线,即使采用交错网格二阶差分,其数值频散也明显小于规则网格,采用数倍网格间距也能取

得和规则网格相同的计算精度,说明交错网格高阶差分方法具有极高的计算精度和计算效率。

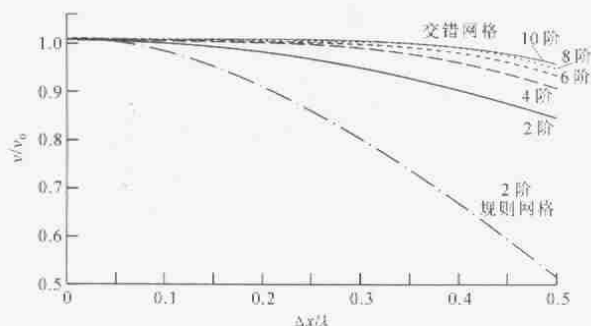


图5 不同空间差分精度纵波数值频散随 $\Delta x/\lambda$ 变化曲线

二维弹性波模拟实例

图6是综合了某地区多种构造、地层特点而专门设计的一个地震地质模型,目的是研究不同地质目标产生的地震波传播特征,检验不同处理、反演方法和软件的有效性。模型中地层最小厚度仅有数米,而且要求模拟结果不仅具有较宽的频带,还要有丰富的低频成分,这对模拟方法提出了严峻的挑战。

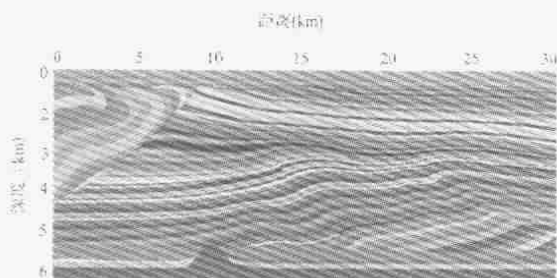


图6 地质模型

由于是分析有效反射波传播规律,因此顶界面采用吸收边界,以避免产生地表虚反射和面波。用精度为 $O(\Delta t^4 + \Delta x^8)$ 的一阶弹性波方程交错网格高阶差分法,模拟了模型中弹性波的传播。图7是炮点在模型10 km处、左边放炮时模拟的两个分量。在垂直分量上,除了在浅层存在较弱的 $P-SV$ 转换波外,主要是 PP 反射波能量;在水平分量上,除了浅层存在较弱的 PP 反射波外,主要是 $P-SV$ 转换波。如果地表存在低、降速带,这种现象更加明显。所以,对反射地震资料,从成像角度看,将垂直分量记录看作 PP 反射波记录而将水平分量看作 S 波记录是合理的。值得注意的是,在垂直分量上含有一些浅层转换波能量,这在地表速度较高的地区更加明显。

从模拟记录上可以看出,数值频散非常小,有效

波频带达120 Hz以上,低频成分也很丰富。模拟结果说明了交错网格高阶差分法在提高弹性波模拟精度、降低数值频散方面具有独特的优势。

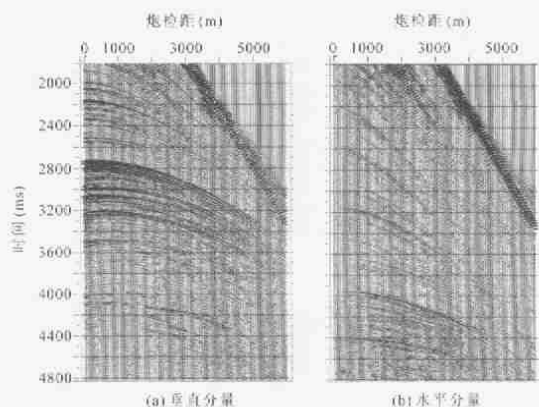


图7 炮点在10 km处时弹性波模拟记录

结 论

有限差分法中的数值频散包括空间频散和时间频散两部分,而空间频散是主要方面。影响空间离散数值频散的主要因素是地震波传播方向、空间差分精度及一个波长内离散点数目,对弹性波而言还包括介质的泊松比。通过理论分析及二维 Marmousi 模型和弹性波模型的地震波传播数值模拟,证明高阶差分法可以有效提高数值计算精度、较好地解决数值频散问题,而交错网格模拟方法又可以进一步削弱数值频散,提高正演精度。

感谢赖仲康先生提供弹性波模型。

参 考 文 献

- 1 Alford R M, Kelly K R, Boore D M. Accuracy of finite-difference modeling of the acoustic wave equation. *Geophysics*, 1974; 39 (6): 834—842
- 2 Carcione J M, Herman G C, Kroode A P E. Seismic modeling. *Geophysics*, 2002; 67 (4): 1304—1325
- 3 Dablain M A. The application of high-differencing to the scalar wave equation. *Geophysics*, 1986; 51 (1): 54—66
- 4 Marfurt K J. Accuracy of finite difference and finite element modeling of the scalar and elastic equations. *Geophysics*, 1984; 49 (5): 533—549
- 5 董良国, 马在田, 曹景忠等. 一阶弹性波方程交错网格高阶差分法. *地球物理学报*, 2000; 43(3): 411—419

(收稿日期 2004-03-31 编辑 韩晓渝)