

基于速度势侵彻模型的应用研究^{*}

王 政^{1,2}, 倪玉山¹, 曹菊珍², 张 文¹, 金吾根¹

(1. 复旦大学力学与工程科学系, 上海 200433;

2. 北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100088)

摘要: 研究了 Rubin 等人提出的基于 Rankine 卵形体速度势函数分析的侵彻模型。根据该侵彻模型的基本方法编制了计算程序, 计算头部形状为锥形、卵形和球形的长杆弹体垂直碰撞靶板时的侵彻深度和穿透靶板后的剩余速度, 分析侵彻模型对不同头部形状的长杆弹体的适用性。另外, 利用该分析方法计算并分析了卵形头部长杆弹体对铝靶侵彻和穿透的缩比模型问题, 用分析方法验证了无量纲侵彻深度和剩余速度相等的侵彻几何相似规律, 同时得到了弹体减加速度与几何尺寸成反比的重要结论。最后对混凝土靶板的侵彻与穿透问题进行了尝试计算, 得到了同实验基本一致的计算结果并对其进行了深入分析。

关键词: 应用力学; 侵彻; 穿透; 速度势

中图分类号: O385

文献标识码: A

1 引言

分析方法是研究侵彻问题的一种重要和有效的途径, 它根据弹体和靶体的几何和物理特性, 抓住侵彻过程中的主要因素和主要矛盾, 提出简化的力学模型和工程分析方法。分析方法的关键是通过各种途径计算出作用在弹体上的阻力, 目前, 在相关文献中主要采用基于空腔膨胀模型^[1~3]和 Tate 等人提出的修正 Bernoulli 方程的方法^[4,5]。

近年来, 利用确定速度势函数得到靶体的速度场与应力场, 进而求得作用在弹体上的阻力的方法有了新的进展^[6,7]。Rankine 卵形体与侵彻问题中常见的长杆弹体的外形很相似, 其外表面是点源流与平行流叠加流动的零流线曲面。Rubin 等人用 Rankine 卵形弹体代替长杆弹体可以得到简单的靶体速度势函数, 便于进行靶体速度场及弹体运动的理论分析, 能够得到二维速度场和应力场的结果, 这是同空腔膨胀理论以及 Tate 等人的分析模型有显著区别的一点。

利用 Rankine 卵形体的分析方法有一个基本假设, 即长杆弹体具体的头部形状对侵彻深度与弹体穿透靶板后的剩余速度影响不大。本工作通过比较锥形、卵形和球形头部的长杆弹体的实验和分析方法的结果, 分析侵彻模型对不同头部形状的长杆弹体的适用性。

另外, 缩比模型侵彻时的相似性是相关工程设计中极为关注的一个问题, 以往的研究结果主要是关于侵彻深度和剩余速度的, 本工作进一步给出了关于弹体减加速度的分析结果, 可供相关研究参考。

混凝土靶板的侵彻和穿透的理论分析依然是需要深入研究的难题。目前已有一些基于空腔膨胀模型和 Tate 模型的初步结果, 本工作最后应用基于速度势分析的方法对此问题进行了尝试计算和分析。

2 侵彻模型概要

为便于分析, 在弹体上和靶体上各取一套柱坐标系, $\{r, \theta, \xi\}$ 与 $\{r, \theta, z\}$ 。两坐标系之间的关系为

^{*} 收稿日期: 2004-02-02; 修回日期: 2004-05-09

基金项目: 国家自然科学基金(10372024); 中国工程物理研究院基金(2002-4210501-9-03)

作者简介: 王 政(1972—), 博士研究生, 副研究员, 主要研究方向为高速碰撞问题理论与数值分析。

E-mail: wang_zheng@iapcm.ac.cn

$$\xi = z - x(t) - R_\infty/2 \quad (1)$$

式中: $x(t)$ 为弹体头部到靶体坐标原点的距离, R_∞ 为弹体尾部的半径, 弹体上坐标原点在离弹体头部 $R_\infty/2$ 处。Rankine 卵形弹体曲面方程为

$$R(\xi) = \left[\frac{R_\infty^2 - \xi^2}{2} + \frac{\xi}{2} (\xi^2 + 2R_\infty^2)^{1/2} \right]^{1/2} \quad (2)$$

假设靶体介质不可压缩, 对无旋运动, 存在速度势函数 $\varphi(r, z, t)$, 使速度

$$\mathbf{v} = \nabla \varphi \quad (3)$$

对 Rankine 卵形体, 速度势函数为

$$\varphi = \dot{x} \left(\frac{R_\infty^2}{4} \right) \frac{1}{(\xi^2 + r^2)^{1/2}} \quad (4)$$

靶体动量守恒方程为

$$\rho \dot{\mathbf{v}} = -\nabla p + \text{div} \boldsymbol{\sigma}' \quad (5)$$

式中: ρ 为密度, p 为压力, $\boldsymbol{\sigma}'$ 为偏应力张量。设 $\mathbf{I}$ 为单位张量, 总应力张量 $\boldsymbol{\sigma}$ 满足

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + \boldsymbol{\sigma}' \quad (6)$$

利用(3)式, 靶体动量守恒方程式(5)可以表示为

$$\nabla \left[\rho \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla \varphi \cdot \nabla \varphi \right) + p \right] = \text{div} \boldsymbol{\sigma}' \quad (7)$$

式中: 偏应力张量 $\boldsymbol{\sigma}'$ 可根据材料本构关系求得, φ 由(4)式给出, 故将(7)式积分可以得到压力 p , 从而靶体介质的相关力学量均可求出。

分析方法中材料本构关系力求简单。塑性本构关系用理想塑性 Mises 相关增量模型

$$\boldsymbol{\sigma}' = \frac{2}{3} \frac{Y}{\epsilon_{eq}} \dot{\boldsymbol{\epsilon}} \quad (8)$$

弹性本构关系为 Hook 定律

$$\boldsymbol{\sigma}' = 2\mu \boldsymbol{\epsilon} \quad (9)$$

式中: $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}$ 、 $\boldsymbol{\epsilon}$ 分别是应变率张量和应变张量, $\dot{\epsilon}_{eq}$ 为等效应变率。根据靶体速度场, 可以表示出 $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}$ 、 $\boldsymbol{\epsilon}$ 和 $\dot{\epsilon}_{eq}$, 另外, (8)式和(9)式中的 Y 、 μ 分别为靶体材料的动态屈服强度与剪切模量。

假设弹体为刚性弹, 通过积分弹体表面的应力可以得到弹体受到的轴向总阻力, 将其统一归纳后, 弹体的运动方程可以写为如下形式

$$[M + A(x, \dot{x})] \ddot{x} = B(x, \dot{x}) \dot{x}^2 + C(x, \dot{x}) \quad (10)$$

式中: M 为弹体质量, $A(x, \dot{x})$ 、 $B(x, \dot{x})$ 、 $C(x, \dot{x})$ 都是 x 和 $\dot{x}$ 的函数, 由上述靶体速度势分析方法确定。 $A(x, \dot{x})$ 为靶体的虚拟质量, $-A(x, \dot{x}) \ddot{x}$ 对应于非定常阻力, $B(x, \dot{x}) \dot{x}^2$ 、 $C(x, \dot{x})$ 分别是弹体形状阻力和塑性强度阻力。初值条件为

$$x(0) = 0, \dot{x}(0) = -u_0$$

u_0 ($u_0 > 0$) 为弹体初始碰撞速度。

3 不同弹头形状问题

基于上述靶体速度势函数分析中速度场、弹塑性应力场的计算及弹体的运动方程和初值条件, 编制了求解侵彻问题的数值计算程序。利用该程序对头部形状为锥形、卵形、球形的钨合金或钢长杆弹对铝靶或钢靶的侵彻和穿透问题进行计算。表 1 为 6 个计算模型的弹、靶模型与材料参数, 计算时材料参数均为实验数值, 实验结果及材料参数源自文献[8,9]。表 1 中 L 和 M 分别为弹体长度和质量, R_∞ 取实验中长杆弹的弹体半径值, H 为靶体厚度, ∞ 表示为无限厚靶。

图 1~图 3 为表 1 中模型 1~模型 3 的剩余速度与碰撞速度曲线的计算结果与实验值的比较。其中, 图 1 为锥形头部长杆钨合金弹穿透铝靶模型, 图 2 为卵形头部长杆钢弹穿透铝靶模型, 图 3 为球形头部长杆钢弹穿透钢靶模型。由图 1~图 3 可见, 对于穿透问题, 对锥形和卵形头部的长杆弹而言, 计算的剩余速度同实验值符合得很好。对球形头部长杆弹而言, 剩余速度与碰撞速度曲线总体结果较好,

但计算的弹道极限速度以及当碰撞速度很高时的剩余速度有一定误差,相对误差在 10% 以内。

图 4~图 6 为表 1 中模型 4~模型 6(即长杆钢弹对半无限厚铝靶)的侵彻深度与碰撞速度曲线的计算结果与实验值的比较。图 4~图 6 模形的头部形状分别为锥形、卵形与球形。由图 4~图 6 可见,卵形头部模型侵彻深度的计算结果同实验结果相符合,锥形头部与球形头部模型的计算结果在较低碰撞速度时同实验值相符,侵彻深度随碰撞速度变化的趋势也基本相同,但是当碰撞速度较高时,计算结果比实验值高,相对偏高误差约为 20%。

表 1 计算模型

Table 1 Models of computation

No.	Nose of rod	L /(mm)	R_{∞} /(mm)	M /(g)	Material of projectile and target	μ /(GPa)	ρ /(kg/m ³)	Y /(MPa)	H /(mm)
1	Conical-nose	35.5	4.16	26	W-Al	26	2 660	396	12.7
2	Ogive-nose	88.9	6.45	81	Fe-Al	26	2 710	396	26.3
3	Spherical-nose	83.0	10.00	197	Fe-Fe	75	7 850	650	12.0
4	Conical-nose	81.8	3.55	24	Fe-Al	26	2 710	396	∞
5	Ogive-nose	82.9	3.55	25	Fe-Al	26	2 710	396	∞
6	Spherical-nose	74.7	3.55	23	Fe-Al	26	2 710	396	∞

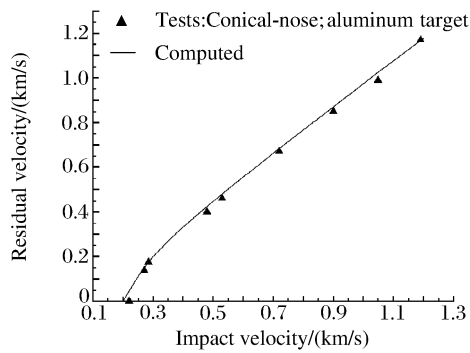


图 1 锥形头部钨合金弹穿透铝靶计算与实验比较

Fig. 1 Comparison of the computation with experimental results of conical nose tungsten projectile perforating aluminum target

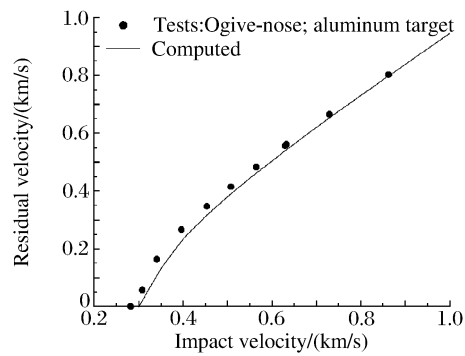


图 2 卵形头部钢弹穿透铝靶计算与实验比较

Fig. 2 Comparison of the computation with experimental results of ogival nose steel projectile perforating aluminum target

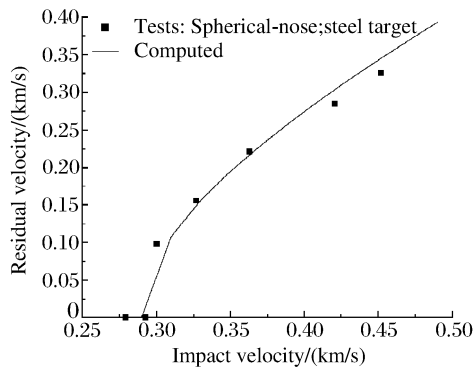


图 3 球形头部钢弹穿透钢靶计算与实验比较

Fig. 3 Comparison of the computation with experimental results of spherical nose steel projectile perforating steel target

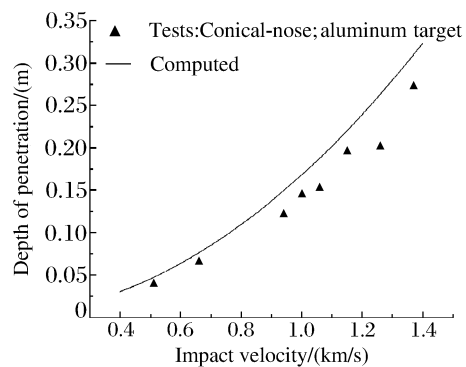


图 4 锥形头部钢弹侵彻铝靶计算与实验比较

Fig. 4 Comparison of the computation with experimental results of conical nose steel projectile penetrating aluminum target

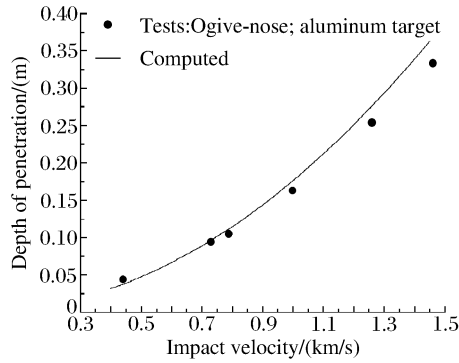


图5 卵形头部钢弹侵彻铝靶计算与实验比较

Fig. 5 Comparison of the computation with experimental results of conical nose steel projectile penetrating aluminum target

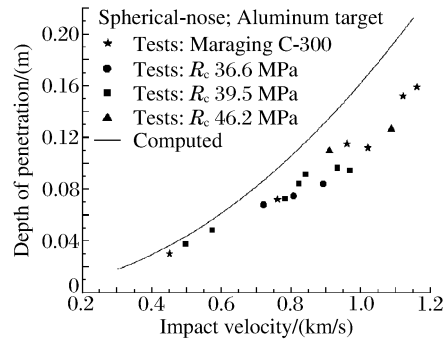


图6 球形头部钢弹侵彻铝靶计算与实验比较

Fig. 6 Comparison of the computation with experimental results of spherical nose steel projectile penetrating aluminum target

锥形头部与球形头部模型侵彻深度误差的产生,一方面是因为它们在靶体中运动造成的速度场同 Rankine 体速度场不同所致;另一原因是,在碰撞速度较高时实验弹体已经有不同程度的侵蚀,而分析方法有刚性弹体的假定。另外,球形头部模型的误差更大,这是因为球形头部形状更钝,容易在靶体中形成挤凿破坏,消耗了更多的能量,从而实际的侵彻深度比理论分析结果小。

计算同实验结果的比较表明,基于 Rankine 卵形体速度势函数分析的侵彻模型,对卵形头部长杆弹体的侵彻与穿透问题能够给出同实验一致的结果,可以利用该方法进行相关的应用研究。对锥形头部和球形头部长杆弹体的侵彻与穿透问题,计算结果有一定的误差,利用该方法进行相关的应用研究时,需要考虑计算与实验结果的相对误差程度。

4 缩比模型计算与分析

对于金属类靶材料侵彻的缩比模型问题,实验和量纲分析方法证明其相似性是成立的。我们利用基于速度势的侵彻模型对该问题进行了研究。图7、图8是相似模型侵彻速度和减加速度随时间的变化曲线,其中每两个模型之间的几何尺寸相差两倍。图7表明,几个弹靶几何相似模型在相同撞击速度时的剩余速度是相等的;从图8中可以看出,相应的减加速度峰值是反比关系。对于半无限厚靶侵彻问题,结果如图9、图10所示,其中每两个模型之间的几何尺寸也是相差两倍。图9、图10表明,几个弹靶几何相似模型在相同撞击速度时,穿深为成正比,即无量纲穿深相等,减加速度峰值也是反比关系。

弹体减加速度是相关工程设计中考虑弹体承受载荷能力问题时的一个重要参考量,但是由于实验及数值计算方法精度等方面的不足,很难得到有益的结果。以上结果表明,基于速度势的侵彻分析模型,可以为相关设计与分析提供一定的参考数据。

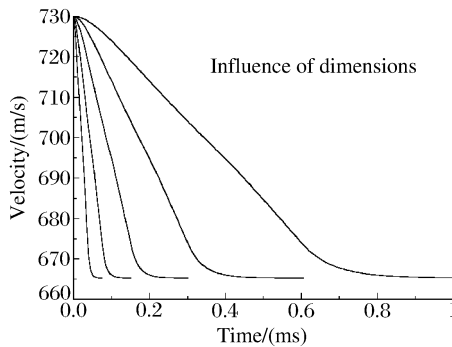


图7 相似模型侵彻速度随时间变化

Fig. 7 Velocity versus time of comparability models

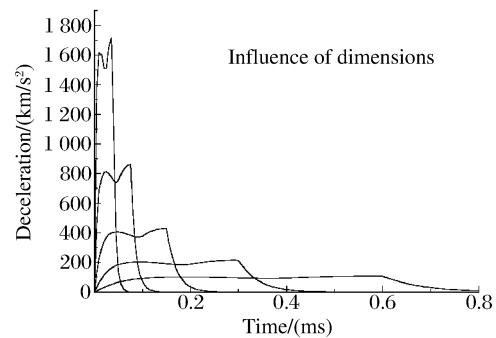


图8 相似模型减加速度随时间变化

Fig. 8 Deceleration versus time of comparability models

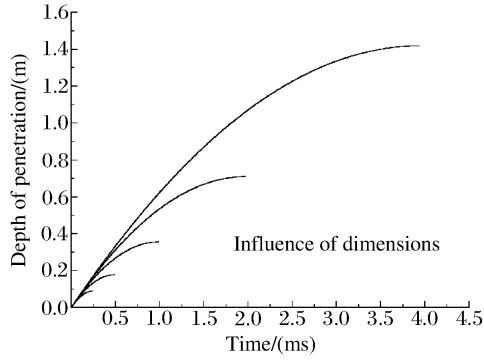


图 9 相似模型侵彻深度随时间变化

Fig. 9 Penetration depths versus time of comparability models

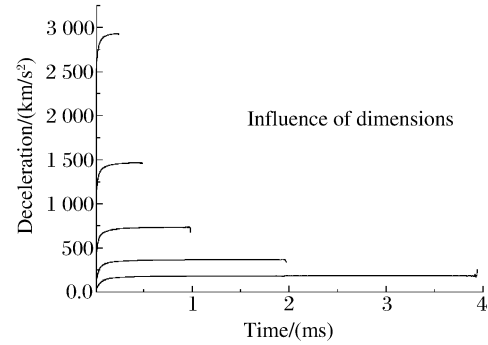


图 10 半无限厚靶相似模型减加速度随时间变化

Fig. 10 Deceleration versus time of comparability models for semi-infinite targets

另外,如果弹体强度分析采取基于惯性力起决定因素的方法,则以上弹体减加速度成反比关系表明,考虑弹体强度校核时缩比模型是等效的。

5 混凝土靶试算与分析

图 11 为 0.5 kg 卵形头部长杆钢弹穿透混凝土靶后剩余速度与碰撞速度关系计算结果与实验的比较,图 12 为两个半无限厚混凝土靶侵彻模型的侵彻深度与碰撞速度关系计算结果与实验的比较,图 11、图 12 中的实验结果见文献[10,11]。Malvern 等人利用大直径 SHPB 压杆对 $\varnothing 76 \text{ mm} \times \varnothing 76 \text{ mm}$ 混凝土试样进行了实验研究,得到混凝土动态强度和静态强度之比为 1.74~2.20^[12]。我们在计算中,取混凝土强度为静态单轴抗压强度的 2.2 倍。图 11、图 12 表明,我们的计算结果同实验还是基本一致的,主要表现在:一方面,图 11 中弹体剩余速度同初始碰撞速度的关系符合能量消耗原理,即同实验数据基本一致的双曲线型;另一方面,图 12 中侵彻深度同初始碰撞速度的曲线和实验结果也基本相符,而且反映出了不同强度模型之间的区别。

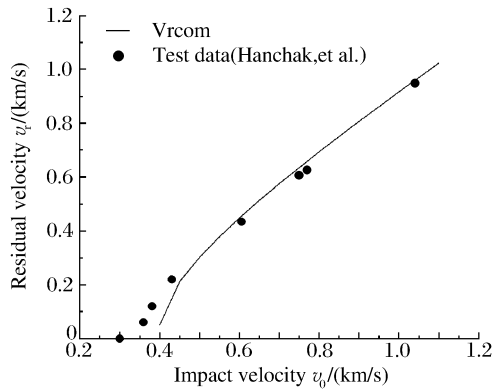


图 11 剩余速度计算与实验结果(混凝土靶)

Fig. 11 Residual velocity results of computation and experiments for concrete target

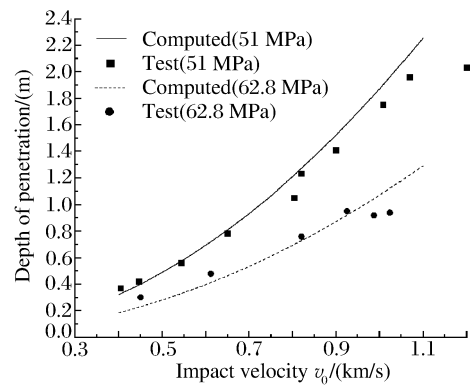


图 12 侵彻深度计算与实验结果(混凝土靶)

Fig. 12 Penetration depth results of computation and experiments for concrete target

众所周知,混凝土材料的力学性能与金属有很大不同,其材料强度与围压及应变率都密切相关,而且混凝土为含空隙材料,本工作基于速度势的侵彻分析模型中理想弹塑性以及不可压缩的基本假设对混凝土材料来说似乎很难适用,所以需要对以上的计算结果进行仔细分析。

一般来说,在 1 km/s 这样一个中等弹速范围以内,材料的强度效应需要着重考虑,而密度及可压缩性的影响是次要的因素。我们以往的数值计算表明,对于钢弹以中等弹速碰撞混凝土材料问题,混凝土

材料中的最大压力在 2.0 GPa 以内,混凝土材料的相关实验表明此时混凝土密度的增加量最大为 15%。而且,混凝土靶对弹体的阻力主要包括材料强度效应部分和流体动力学阻力部分,而其中密度的影响效应同强度和碰撞速度的影响相比显然就很有限了。所以,在侵彻过程中,忽略靶体材料的可压缩性来分析弹体的运动,不会产生本质上的影响。

另一方面,在侵彻过程中,靶体材料的变形呈现出鲜明的局部化的特点,即只在弹体周围,尤其是弹体头部附近,靶体处于高压、大变形和高应变率状态。在分析过程中选用混凝土材料的动态强度即反映了距离弹体很近的区域内材料的力学性能,而对分析弹体的阻力而言,这当然是最为重要的一点。而且高应变率条件与高压条件往往是相互耦合的,实验时的强度值已经包含了压力对强度的影响效应。

以上两方面的分析说明,尽管侵彻分析模型中使用的材料模型很简单,但它反映了在弹靶侵彻过程中我们所需要的混凝土靶材料的主要力学性质,所以我们才能得到图 11、图 12 同侵彻实验基本一致的结果。当然,由于有关混凝土的材料实验和侵彻实验的结果都有很大的分散性,所用的材料模型也过于简单,很难反映材料力学性能实验中显现的众多结果,所以今后还需要在这方面作进一步的研究工作。

6 结 论

本工作计算结果同实验的比较表明,利用基于 Rankine 卵形体速度势函数分析的侵彻模型,可以对卵形头部弹体的侵彻与穿透问题给出同实验一致的结果,可以据此进行相关应用研究。

另外,利用该分析方法计算卵形弹体对铝靶侵彻和穿透的缩比模型问题,计算结果表明,侵彻与穿透的相似准则成立,即无量纲侵彻深度和剩余速度相等;另外也得到了弹体减加速度与几何尺寸成反比的重要结果。

对混凝土靶板问题,当选用混凝土强度为静态单轴抗压强度的 2.2 倍时分析模型的侵彻深度和剩余速度的计算结果同实验基本一致,但对混凝土材料来说,所用的本构模型还是过于简单,还需要在这方面作进一步的深入研究。

References:

- [1] Luk V K, Amos D E. Dynamic Cylindrical Cavity Expansion of Compressible Strain-Hardening Materials [J]. J Appl Mech, 1991, 58: 334—340.
- [2] Forrestal M J, Tzoud D Y, Longcope D B. Penetration into Ductile Metal Targets with Rigid Spherical-Nose Rods [J]. Int J Impact Eng, 1995, 16(5): 699—710.
- [3] Forrestal M J, Tzoud D Y. A Spherical Cavity-Expansion Penetration Model for Concrete Targets [J]. Int J Solids Struct, 1997, 34(31-32): 4127—4146.
- [4] Tate A. Long Rod Penetration Models-Part I: A Flow Field Model for High Speed Long Rod Penetration [J]. Int J Eng Sci, 1986, 28: 535—548.
- [5] Tate A. Long Rod Penetration Models-Part II: Extensions to the Hydrodynamic Theory of Penetration [J]. Int J Eng Sci, 1986, 28: 599—612.
- [6] Yarin A L, Rubin M B, Roisman I V. Penetration of a Rigid Projectile into an Elastic-Plastic Target of Finite Thickness [J]. Int J Impact Eng, 1995, 16: 801—831.
- [7] Yossifon G, Rubin M B, Yarin A L. Penetration of a Rigid Projectile into a Finite Thickness Elastic-Plastic Target-Comparison between Theory and Numerical Computations [J]. Int J Impact Eng, 2001, 25: 265—290.
- [8] Piekutowski A J, Forrestal M J, Poormon K L, et al. Perforation of Aluminum Plates with Ogive-Nose Steel Rods at Normal and Oblique Impacts [J]. Int J Impact Eng, 1996, 18: 877—887.
- [9] Forrestal M J, Okajima K, Luk V K. Penetration of 6061-T651 Aluminum Targets with Rigid Long Rods [J]. J Appl Mech, 1988, 55: 755—760.
- [10] Hanchak S J, Forrestal M J. Perforation of Concrete Slabs with 48 MPa (7 ksi) and 140 MPa (20 ksi) Unconfined Compressive Strengths [J]. Int J Impact Eng, 1992, 12: 1—7.
- [11] Forrestal M J, Frew D J. Penetration of Grout and Concrete Targets with Ogive-Nose Steel Projectiles [J]. Int J

Impact Eng, 1996, 18: 465—476.

- [12] Malvern L E, Jenkins D A, Tang T, et al. Dynamic Compressive Testing of Concrete [A]. Proceedings of Second Symposium on the Interaction of Non-Nuclear Munitions with Structures [C]. Florida: US Dept of Defense, 1985. 194—199.

Application of the Velocity Potential Model to Penetration Study

WANG Zheng^{1,2}, NI Yu-Shan¹, CAO Ju-Zhen²,
ZHANG Wen¹, JIN Wu-Gen¹

(1. *Department of Mechanics and Engineering Science,*
Fudan University, Shanghai 200433, China;

2. *Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100088, China*)

Abstract: With the application of Rubin's penetration theory and the velocity potential model, some new results of penetration problem are presented in this paper. A code according to this model was written to calculate penetration problems of long rod projectile with conical-nose, ogive-nose and spherical nose. The results of penetration depths and residual velocity were compared with the experimental data to analysis the adaptability of the model to varied kinds of noses. The comparison showed that the results given by the theoretical penetration model are in good agreement with the experiments for ogive-nose rod projectile. Then we used the theoretical penetration model to study the scaling penetration problems of ogive-nose projectile impacting on aluminum targets. The calculated results testified the conclusion that the normalized penetration depths and residual velocity are equal. Meanwhile we drew an important conclusion that the deceleration of the projectile are inverse proportion to the size. Finally, using the theoretical model, we made a trial to calculate penetration problems of the concrete targets, presented some results consistent with the experiments, and gave a delicate analysis.

Key words: applied mechanics; penetration; perforation; velocity potential