

doi: 10.3969/j.issn.1002-0268.2022.04.009

基于灵敏度-有效独立法的桥梁结构传感器 优化布置研究

杨志魁¹, 杨雅勋², 于海波²

(1. 陕西职业技术学院建筑工程学院, 陕西 西安 710000; 2. 长安大学 公路学院, 陕西 西安 710000)

摘要: 传感器布置是桥梁结构健康监测的重要环节, 复杂桥梁监测项目多、结构自由度也多, 全部自由度都布置传感器不现实, 也不合理, 使用最少的传感器获得尽可能完备的桥梁结构信息是传感器优化布置的目的。目前桥梁结构健康监测传感器优化布置的方法都存在自身的缺陷和不足, 尤其是在模式选取时多数依据经验, 既不科学, 也不够严谨。针对桥梁结构健康监测传感器优化布置问题, 通过反映结构损伤的灵敏度系数来修正最大线性无关的有效独立法, 进而提出了灵敏度-有效独立法。该方法进行桥梁结构传感器优化布置时, 通过矢量运算将两者结合, 既考虑了模式的可观性, 又应用到损伤的可识别性。同时提出了基于模式贴近度选取模式数目的方法, 以数学解法解决了桥梁动力系统结构模式数目选取依赖经验、客观性差等问题, 让模式数目的选取更加客观和合理。实例分析表明, 采用提出的方法对桥梁结构健康监测传感器进行优化布置, 使用多种评价准则评估效果都较为理想, 是一种适合桥梁结构的传感器优化布置方法。

关键词: 桥梁工程; 传感器优化布置; 灵敏度-有效独立法; 桥梁结构; 模式贴近度

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1002-0268 (2022) 04-0083-10

Study on Optimal Sensor Arrangement on Bridge Structure Based on Sensitivity and Effective Independence Method

YANG Zhi-kui¹, YANG Ya-xun², YU Hai-bo²

(1. School of Civil Engineering, Shaanxi Vocational and Technical College, Xi'an Shaanxi 710000, China;

2. School of Highway, Chang'an University, Xi'an Shaanxi 710000, China)

Abstract: Sensor arrangement is an important part of bridge structure health monitoring. Complex bridge has many monitoring items and many structural degrees of freedom, so it is unrealistic and unreasonable to arrange sensors for all the degrees of freedom. The purpose of optimal sensor arrangement is to obtain as complete bridge structure information as possible by using the least number of sensors. At present, the optimal arrangement of sensors for bridge structure health monitoring has its own defects and deficiencies, especially in the mode selection, which is mostly based on experience, neither scientific nor rigorous enough. In view of the problem of optimal arrangement of sensors for bridge structural health monitoring, the maximum linearly independent effective independent method is modified by using the sensitivity coefficient that reflects the structural damage, a sensitivity and effective independent method is proposed. When the method is used to optimize the layout of sensors on bridge structure, both of them are combined through vector calculation, which not only considers the observability of the mode, but also applies to the identifiability of damage. At the same time, a method for selecting the number of modes based on the modal closeness is proposed, and

收稿日期: 2021-03-25

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51878059)

作者简介: 杨志魁 (1985-), 男, 河南荥阳人, 硕士. (296816387@qq.com)

the problems of relying on experience and poor objectivity in the selection of mode numbers of the bridge dynamic system structure by using mathematical solution are solved, making the selection of the number of modes more objective and reasonable. The example analysis shows that When the proposed method is used to optimize the layout of sensors for bridge structure health monitoring, the evaluation results using a variety of evaluation criteria are ideal, it is an optimal sensor arrangement method suitable for bridge structures.

Key words: bridge engineering; sensitivity coefficient; sensitivity and effective independence method; bridge structure; modal closeness

0 引言

在对桥梁健康进行监测时,传感器系统既是监测系统的子系统,又是采集数据的重要工具。复杂桥梁的自由度多,实际测试时考虑到经济效益和技术实现等因素,不可能在桥梁的每一个自由度都布置传感器。如何安排有限数量的传感器来实现对结构状态改变信息的最优采集,成为了复杂桥梁健康监测的关键技术之一^[1]。一种好的传感器布设方案能够在含噪音的环境中,利用尽可能少的传感器,获取全面、精确的结构参数信息^[2]。

目前在基于动力性能的传感器优化布置理论方面,主要有灵敏度系数法、有效独立法(EI)、模态动能法(MKE)^[3-4]、奇异值分解法^[5]、遗传算法^[6]等几种方法,但是任何单一方法都存在自身的缺陷和不足。基于传感器优化布置理论的单一解法,杨雅勋等提出了基于能量系数-有效独立法的传感器优化布置方法^[7];Castro-Triguero用基于Fisher信息矩阵和能量矩阵秩优化的方法研究了桁架桥结构参数对传感器布置结果的影响^[8];LI讨论了EI法和MKE法之间的内在联系,认为前者可以通过对后者迭代得到^[9];桂成中提出了基于模态分量加和法和差分法对传感器布置进行优化的方法^[10];孙晓丹等以灵敏度分析理论为基础,进行了多类型的传感器优化布置^[11-12];ZHOU等将萤火虫算法用于传感器的优化布置,并通过编码方式进行改进,得到了萤火虫算法解决离散优化问题的解法^[13-15];人工蜂群算法、遗传算法等在传感器优化布置问题中也有所应用^[16-20];李世龙针对复杂结构损伤识别传感器布置问题,提出了一种多目标传感器优化布置方法^[21]。

采用本研究提出的算法及模态数目的选取方法对某简支桁架桥工程和斜拉桥进行传感器优化布置,通过最小均方差准则等评价方法来评价不同的桥梁结构传感器优化布置方案。

1 传统优化算法

1.1 有效独立法

有效独立法^[22-25]的主要思想以所有待测数据的自由度为初始数据,数据的处理过程是将对目标模态振型向量线性无关贡献最小的自由度消除,来得到优化后的最大有效程度的参数信息,以保证优化布置后的传感器尽量保留有效的所需参数信息。根据模态叠加原理,可以将传感器的输出信息 y_s 表示为:

$$y_s = \Phi q + \omega, \quad (1)$$

式中, Φ 为模态振型矩阵; q 为模态振型坐标向量; ω 为方差 σ^2 的静态高斯白噪声。认为获得真实广义坐标 \hat{q} 的过程为无偏估计,那么可以得到此无偏估计偏差协方差矩阵 J 为:

$$J = E[(q - \bar{q})(q - \bar{q})^T] = \left[\frac{1}{\sigma^2} \Phi^T \Phi \right]^{-1} = Q^{-1}, \quad (2)$$

式中, Q 表示Fisher信息矩阵,那么当真实广义坐标是最佳估计时有协方差矩阵最小化并且 Q 最大化,即有 $Q = \frac{1}{\sigma^2} \Phi^T \Phi = \frac{1}{\sigma^2} A_0$,传感器得到的信息噪声是独立的,即得出 A_0 便可以代表信息矩阵。构造有效独立分配矩阵:

$$E_D = \Phi \Psi_A \lambda^{-1} (\Phi \Psi_A)^{-1} = \Phi [\Phi^T \Phi]^{-1} \Phi^T, \quad (3)$$

式中, Ψ_A 为 A_0 的标准化特征向量; λ 为相应的特征值。矩阵 E_D 的对角线元素表征了相应传感器对模态矩阵的线性不相关的程度。以迭代算法逐渐消除 E_D 对角线元素最小的监测点,至所需监测点的数目。

1.2 灵敏度系数法

灵敏度系数法^[26-28]通常应用于小阻尼结构中,认为发生损伤时,结构参数中仅刚度特性发生变化,而阻尼和质量特性均不变。 n 个自由度的动力系统刚度发生微小变化时,若不考虑阻尼特性的变化,振动控制方程为:

$$[(K + \Delta K) - (\lambda_i + \Delta \lambda_i)M](\Phi_i + \Delta \Phi_i) = 0, \quad (4)$$

式中, K 为结构刚度; M 为结构质量矩阵; λ_i 和 Φ_i

表示振动方程的特征值和振型向量。可以将振型向量变化 $\Delta\Phi_i$ 表示为待优化监测点模式的线性组合:

$$\Delta\Phi_i = \sum_{j=1}^n d_{ij}\Phi_j, \quad (5)$$

式中, d_{ij} 是权重系数。考虑振型向量的垂直特性, 联立式 (4)、(5) 可以得到: 模态阶数为 r 时, 当 $i \neq r$ 有:

$$\Delta\Phi_i = \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^n \frac{-\Phi_r^T \Delta K \Phi_i}{\lambda_r - \lambda_i} \Phi_r. \quad (6)$$

当 $i=r$ 认为损伤引起的结构刚度的变化即为损伤单元的刚度的线性叠加, 即 $\Delta K = \sum_{j=1}^n \Delta a_j K_j$ ($-1 \leq \Delta a_j \leq 0$), 式中: Δa_j 是损伤向量系数; K_j 是第 j 个单元刚度矩阵。则有

$$\Delta\Phi_i = \sum_{j=1}^n \left\{ \Delta a_j \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^n \frac{-\Phi_r^T K_n \Phi_i}{\lambda_r - \lambda_i} \Phi_r \right\} = \delta_i S_i, \quad (7)$$

式中, S_i 为第 i 阶模态损伤灵敏度系数, $S_i = \left\{ \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^n \frac{-\Phi_r^T K_1 \Phi_i}{\lambda_r - \lambda_i} \Phi_r, \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^n \frac{-\Phi_r^T K_2 \Phi_i}{\lambda_r - \lambda_i} \Phi_r, \dots, \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^n \left(\frac{-\Phi_r^T K_n \Phi_i}{\lambda_r - \lambda_i} \Phi_r \right) \right\}$; $\delta_i = (a_1, a_2, \dots, a_n)^T$ 表示损伤单位向量。得到基于灵敏度系数的监测矩阵为:

$$Q_s = S^T S. \quad (8)$$

Q_s 反映了结构各单位对结构损伤的灵敏度。上述方法 (即灵敏度系数法) 以有限的模态数目解决了损伤结构下选择传感器布置测点的问题, 其局限性是要求测试模态对结构损伤具有足够的灵敏度。

2 评价准则

(1) 模态置信准则^[29-30] (MAC 准则)

在进行传感器优化布置时要尽量选择那些拥有较大的空间夹角的测点以尽量保存模态信息。评价各阶振型在其自由度上形成的 MAC 阵的非对角元素值的幅值, 即可评价其对应模态矢量的空间相位, 其公式为:

$$MAC_{ij} = \frac{[\Phi^{(i)T} \Phi^{(j)}]^2}{\Phi^{(i)T} \Phi^{(i)} \Phi^{(j)T} \Phi^{(j)}}, \quad (9)$$

式中, Φ^i 、 Φ^j 分别表示第 i 阶和第 j 阶振型矢量。2 个向量之间的耦合程度越高, MAC 阵中对应的非对角元素越趋近于 1, 反之越趋近于 0。通常可以认为此评价值大于 0.9 时 2 个模态线性相关; 评价值小于 0.25 时 2 个模态相互垂直。

(2) 最小均方差准则^[31-32]

用有限元模型分析得到的自由度位移值和优化

后传感器扩展自由度所得的位移值做差, 求出误差的总均方差, 然后按总均方差的大小评价传感器优化布置方案, 其公式为:

$$\sigma_{\text{TMSD}} = \sum_{j=1}^N \frac{\frac{1}{\sigma_j} \sum_{i=1}^n (\Phi_{ij}^{CS} - \Phi_{ij}^{FE})^2}{n}, \quad (10)$$

式中, N 为模态阶数; n 为模态误差测试点数; σ_j 是第 j 阶模态的标准差; Φ_{ij}^{CS} 为第 j 阶第 i 个误差测试点的扩展模态值; Φ_{ij}^{FE} 为第 j 阶第 i 个误差测试点的有限元计算模态值。

3 基于模态贴近度选取模态数目

结构共有 n 阶模态振型向量 Φ_i ($1 \leq i \leq n$), 其二范数为 $\|\Phi\|_2$, 定义 2 个相邻模态振型向量二范数差的绝对值为模态贴近度, 即:

$$\Delta h_i = \left| \|\Phi_{i+1}\|_2 - \|\Phi_i\|_2 \right|, \quad 1 \leq i \leq n-1. \quad (11)$$

因为可以用范数来度量矩阵之间的距离, 所以认为 Δh 小到一定程度时 2 种模态优化后的结果是相似的, 那么只需保留其中一个模态作为传感器优化的参与振型, 并将其继续与下一个模态进行对比, 直到达到优化要求。

4 基于灵敏度-有效独立法的传感器优化布置算法

根据模态叠加原理, 含有损伤信息的传感器输出信息 y_d 可以表示如下:

$$y_d = (\Phi + \Delta\Phi)q + \omega, \quad (12)$$

式中, Φ 为有限元模态振型按测点缩减后的模态矩阵; $\Delta\Phi$ 为结构损伤引起的振型变化, 可以用灵敏度系数法中的刚度变化表征振型变化, 即 $\Delta\Phi_i = \delta_i S_i$; ω 是方差为 σ^2 的静态高斯白噪声, 即式 (10) 写为:

$$y_d = (\Phi + \delta S)q + \omega, \quad (13)$$

矩阵形式: $y_d = (\Phi \ S) (q \ \beta q)^T + \omega$,

式中, $\beta = \text{diag}(\delta_1, \delta_1, \dots, \delta_1)$, 令 $A = (\Phi \ S)$, $p = (q \ \beta q)^T$, 则式 (12) 可以写成:

$$y_d = Ap + \omega. \quad (14)$$

当监测传感器数目的信息线性不相关时, 可以用此类监测信息来评估动力系统其他部位的信息响应。构造 Fisher 信息矩阵 Q_r , 当 Q_r 最大时, 可以得到 p 的最小二乘估计, 即为 p 的最佳估计。由此可得出, 真实广义坐标 \hat{p} 估计偏差的协方差矩阵 J 由式 (15) 给出:

$$J = E[(p - \hat{p})(p - \hat{p})^T] = \left(\frac{\partial y_d}{\partial p}\right)^{-1} E(H, H^T) \left[\left(\frac{\partial y_d}{\partial p}\right)^T\right]^{-1} = \left[\frac{A^T A}{\zeta^2}\right]^{-1} \quad (15)$$

其中： $H = \frac{\partial y_d}{\partial p} p - \frac{\partial y_d}{\partial p} \hat{p}$ 。由此即可得到 Fisher 信息矩阵 $Q_r = AA^T$ ，信息矩阵构造既考虑综合考虑了监测模态可观测性，又兼顾了动力系统损伤可识别性，同时构造其有效独立矩阵 $E_{DA} = A [A^T A]^{-1} A^T$ 。易知 E_{DA} 为等幂矩阵，于是得到有效独立矩阵 E_{DA} 特征值为 1 或 0。

于是可以得到基于灵敏度-有效独立法的传感器布置优化流程，如图 1 所示。

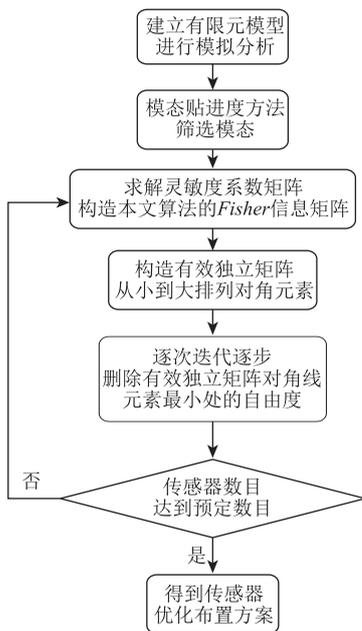


图 1 灵敏度-有效独立法的优化布置流程

Fig. 1 Flowchart of optimal arrangement of sensitivity and effective independent method

5 简支桁架桥工程实例

某铁路简支桁架桥节点示意图如图 2 所示，上弦杆截面积为 107.4 cm^2 ，腹杆截面积为 84.64 cm^2 ，下弦杆截面面积为 119.4 cm^2 ，上下弦杆及 5 m，直腹杆长 7 m，水平连接杆长 9 m。弹性模量 $2.06 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$ ，杆件重量为 7850 kg/m^3 ，共由 24 个连接点和 54 个杆件组成。以该工程为实例，比较本研究提出的算法与有效独立法和灵敏度系数法，验证算法有效性。

5.1 模态分析及振型选取

提取有限元模型前 40 阶模态振型向量，采用 MATLAB 软件计算各阶模态振型矩阵的模态贴进度，

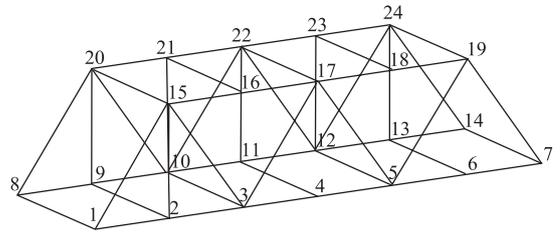


图 2 桁架桥节点示意图

Fig. 2 Schematic diagram of nodes on truss beam bridge

结果如图 3 所示。由图 3 可知，模态贴进度在第 8 次做差之后差值即趋于 0，因此选取前 8 阶作为传感器优化布置的计算模态数。前 8 阶模态的频率和振型如图 4 所示。

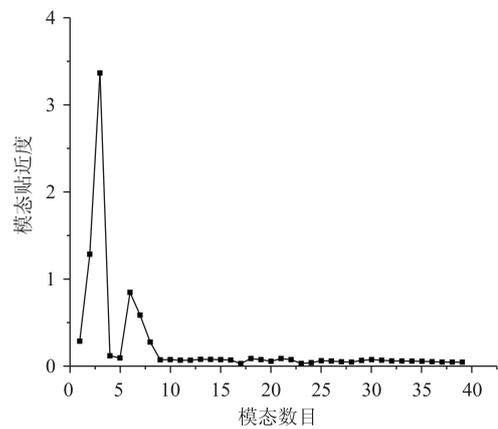


图 3 模态贴进度统计图

Fig. 3 Curves of modal closeness summary

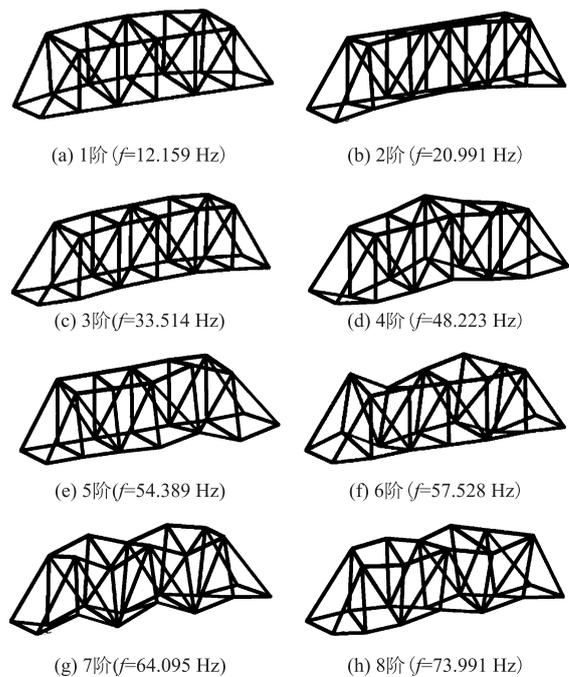


图 4 前 8 阶模态振型和频率

Fig. 4 First 8-order mode shapes and frequencies

5.2 传感器优化布置方案

选取前 8 阶振型作为优化模态, 将有效独立法、灵敏度系数法和本研究提出的灵敏度-有效独立法优化后的测点布置传感器优先顺序部分结果总结在表 1。

表 1 各方法测点布置传感器优先顺序

Tab. 1 Priority of sensor arrangement at measuring points by different methods

测点布置优先顺序	有效独立法	灵敏度系数法	本研究算法
1	U6Z	U10X	U11X
2	U19X	U21Z	U18X
3	U10X	U22X	U4X
4	U15Z	U15Z	U2Z
5	U21Z	U12X	U10X
6	U18X	U14Z	U11Z
7	U3X	U23X	U17Z
8	U22Z	U15X	U23Z
9	U4X	U3Z	U5X
10	U24X	U18X	U2X
11	U10Z	U5X	U15Z
12	U15X	U18Z	U21Z
13	U5X	U11Z	U13Z
14	U20Z	U20Z	U7Z
15	U11Z	U5Z	U10Z
16	U14X	U20X	U22X
17	U8X	U7X	U8Z
18	U17Z	U10Z	U3X
19	U12X	U6Z	U1X
20	U13Z	U4X	U4Z
21	U8Z	U14X	U6X
22	U17X	U3X	U9X
23	U1X	U1X	U9Z
24	U4Z	U4Z	U12Z

注: 测点布置按“节点编号+方向”表述, 例如“U6Z”指第 6 个节点的 Z 方向。下同。

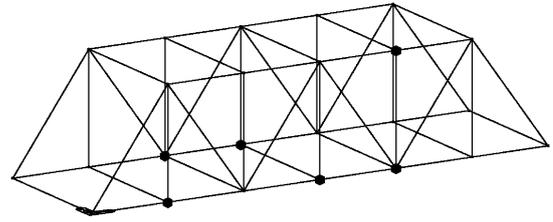
比较上述 3 种监测点自由度的优选顺序结果可知, 本研究提出的灵敏度-有效独立法最多地将监测点布置于跨中节点, 与动力系统结构的实际情况更为接近。假设传感器数量为 10 个时, 优化后的测点布置如图 5 所示。

5.3 结果评价

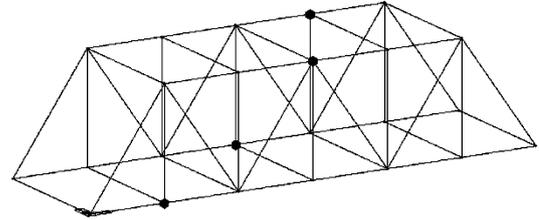
对上述 3 种传感器优化布置算法采用常用 2 种评价准则 (MAC 和最小均方差准则) 对其优化结果进行评价。

(1) 模态保证准则 (MAC)

通过计算可以得到 MAC 均值。其中本研究算法



(a) X方向传感器布置图



(b) Z方向传感器布置图

图 5 传感器布置图

Fig. 5 Layout of sensors

得到的 MAC 均值为 0.072 13, 有效独立法为 0.083 55, 灵敏度系数法为 0.173 59, 结果如图 6 所示。

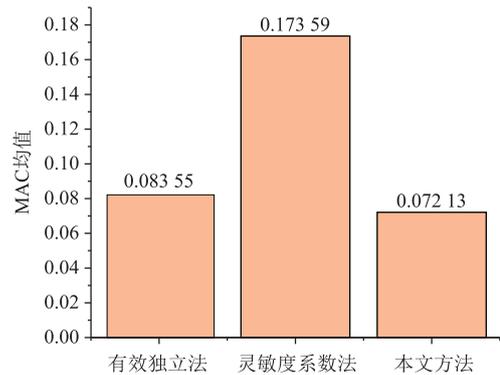


图 6 MAC 均值比较

Fig. 6 Comparison of MAC mean values

由上述结果可知, 采用本研究提出的算法得到的 MAC 均值相比于其他两种方法更小, 说明本研究方法能够较好地保留动力结构的模态信息。

(2) 最小均方差准则

对 3 种优化布置的自由度进行 3 次样条插值, 然后与有限元素的模态振型进行对比, 得出相互之间的均方差。3 种算法扩阶后的均方差见图 7, 总均方差比较见图 8。易知, 本研究提出的优化布置算法得出单个模态振型还或整体模态振型的均方差, 都比其他 2 种算法的传感器扩阶后的小。

5.4 模态数目选取方法评价

目前在动力系统结构传感器布置研究时, 依据经验选取前 5 阶模态振型进行优化布置。为了与传统算法进行比较, 本研究提出的灵敏度-有效独立法

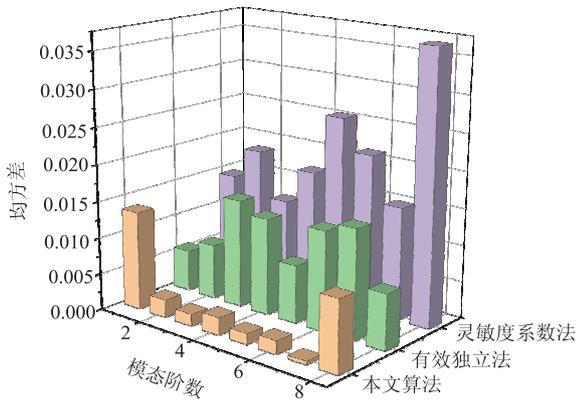


图7 振型均方差比较

Fig. 7 Comparison of modal mean square errors

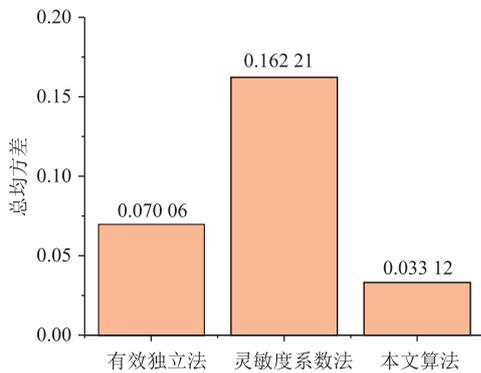


图8 总均方差比较

Fig. 8 Comparison of total mean square errors

分别选取5阶、8阶、10阶、20阶模态振型进行优化布置,并采用MAC和最小均方差准则对选取监测模态点进行评价。

选取不同阶数的模态进行传感器优化布置,部分结果见表2,由于前20阶结果与前10阶结果一致,因此未列出20阶模态传感器布置结果。从表2易知,采用前5阶模态与前8阶模态进行优化布置,结果差异性较大,而采用前8阶模态与采用前10阶模态进行传感器布置,结果基本相同。这说明基于模态贴进度选取模态数目的方法基本不会丢失模态信息,并且能够以尽量少的模态数目达到与较多模态数目同样的结果。

由图9及图10结果可知,随着选取模态阶数的增加,MAC均值呈现不断下降的趋势,但是幅度并不明显;前8阶优化结果的总均方差明显小于前5阶总均方差,而前10阶和前20阶总均方差相对于前8阶总均方差下降变化速率基本为0,即相对下降不明显。

因此可以认为本研究提出的基于模态贴进度选取模态数目的方法能够较好地保存模态信息,完成传感器的优化布置。

表2 不同模态阶数布置传感器优先顺序

Tab. 2 Priority of sensor arrangement by different modal orders

测点布置优先 顺序	选取阶数		
	5	8	10
1	U7Z	U11X	U11X
2	U18X	U18X	U18X
3	U2X	U4X	U4X
4	U7X	U2Z	U3Z
5	U23Z	U10X	U10X
6	U21Z	U11Z	U11Z
7	U3Z	U17Z	U17Z
8	U15X	U23Z	U23Z
9	U14X	U5X	U5X
10	U14Z	U2X	U2X
11	U6Z	U15Z	U24Z
12	U15Z	U21Z	U21Z
13	U22Z	U13Z	U13Z
14	U18Z	U7Z	U7Z
15	U23X	U10Z	U10Z
16	U5X	U22X	U22X
17	U8Z	U8Z	U8Z
18	U12X	U3X	U3X
19	U19Z	U1X	U1X
20	U11X	U4Z	U4Z
21	U13Z	U6X	U6X
22	U22X	U9X	U9X
23	U10X	U9Z	U9Z
24	U5Z	U12Z	U12Z

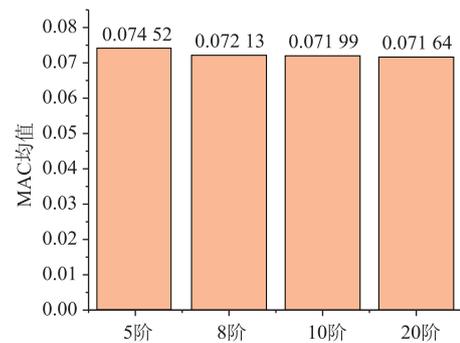


图9 MAC均值比较

Fig. 9 Comparison of MAC mean values

5.5 传感器数目影响分析

为研究传感器数目对本研究方法精度的影响,以上述铁路钢桁架为例,分别以传感器数目为6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20为控制值,进行传感器优化布置。分析不同传感器数目下的MAC矩阵中的最大的非对角元素值,统计值见图11。

从图11可以看出,对于不同数目的传感器,MAC矩阵的最大值不同,总体表现出随着传感器数

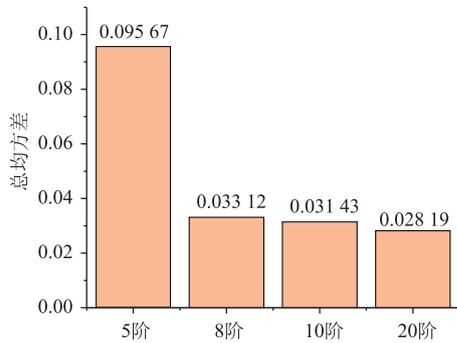


图 10 总均方差比较

Fig. 10 Comparison of total mean square errors

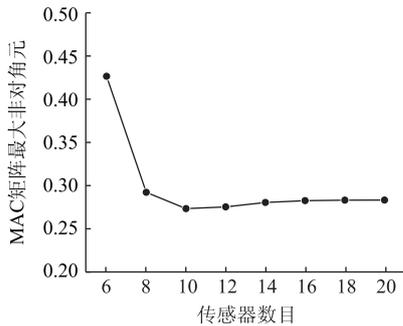


图 11 MAC 矩阵的最大非对角元变化曲线

Fig. 11 Curve of maximum non-diagonal element of MAC matrix

目增多, 最大值不断下降, 后面随传感器数目增多, 但最大值没有太大变化。在传感器数目为 10 与 12 左右出现最小值。从经济性角度来看, 虽然布置足够多的传感器, 可以获得更多的信息, 但经济性不强。故本研究综合以上, 选择布置 10 个传感器。

6 矮塔斜拉桥工程实例

某矮塔斜拉桥示意图如图 12 所示。主桥为非对称独塔斜拉桥结构, 采用半漂浮体系。全桥含牛腿共长 244.4 m, 跨径布置为 (151.1+91.1) m, 边主跨比 0.6。主跨为钢梁-UHPC 薄层轻型组合梁, 边跨为混凝土箱梁。桥塔为钢结构, 左塔高 105.12 m, 右塔高 120.12 m, 距离塔底 90.12 m 设置钢横梁。主塔设置牛腿, 主梁通过支座支承在桥塔牛腿上。主桥梁段也设置牛腿, 利用现浇板梁重量进行压重处理。

6.1 模态分析及振型选取

参考工程实例 1 的铁路桁架桥, 提取有限元模型前 40 阶的模态振型向量, 计算各阶模态振型矩阵的模态贴进度, 结果如图 13 所示。模态贴进度在第 10 次之后差值即趋于 0, 选取前 10 阶模态作为传感器优化布置的计算模态数。此矮塔斜拉桥的前 10 阶频率和振型如图 13 所示。

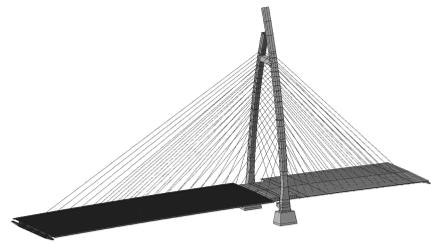


图 12 矮塔斜拉桥模型

Fig. 12 Model of a low-pylon cable-stayed bridge

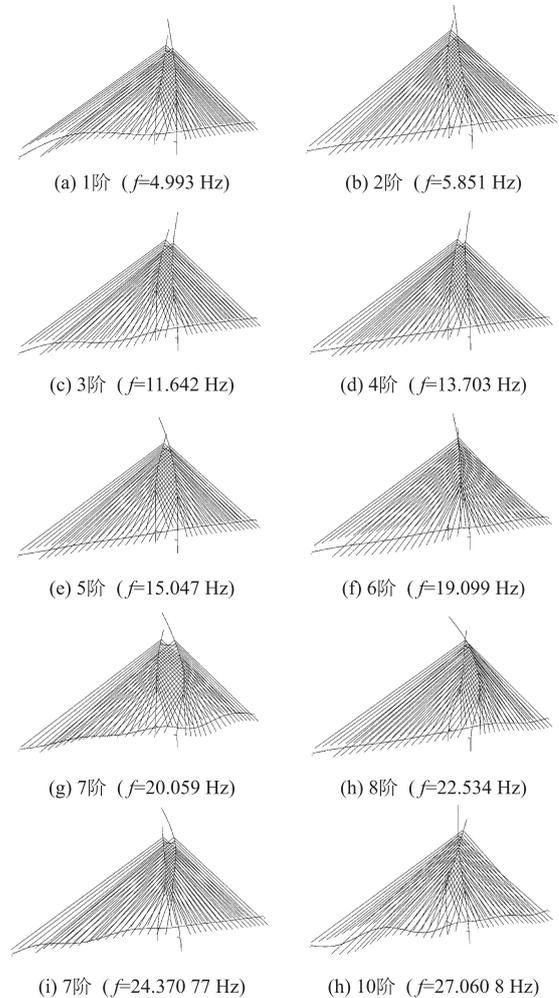


图 13 前 10 阶模态振型和频率

Fig. 13 First 10-order mode shapes and frequencies

6.2 传感器优化布置方案

选取前 10 阶振型作为优化模态, 全桥主梁共 248 个候选布置节点, 节点号纵桥向方向从小到大排列。将有效独立法、灵敏度系数法和本研究提出的灵敏度-有效独立法优化后的测点布置传感器优先顺序部分结果总结在表 3。需要说明的是, 由于纵桥向是相比于横桥向和竖桥向变形更重要的方向, 因此为作简化仅采用纵桥向布置单一方向传感器。

本研究算法优化传感器布置方案见图 14 所示。

表3 不同算法的布置方案

Tab. 3 Arrangement schemes by different algorithms

算法名称	布置结果 (节点编号)
有效独立法	4, 20, 41, 59, 71, 93, 108, 126, 145, 159, 173, 192, 205, 224, 245, 262
灵敏度系数法	19, 28, 29, 35, 52, 60, 78, 82, 96, 101, 122, 126, 127, 129, 165, 184, 206, 213, 221
本研究算法	2, 8, 44, 45, 80, 90, 121, 145, 153, 163, 180, 198, 205, 220, 234, 247

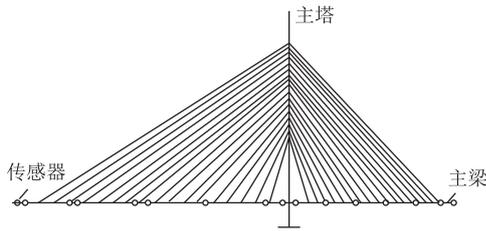


图14 传感器布置示意图

Fig. 14 Schematic diagram of sensor layout

6.3 结果评价

使用 MAC 准则和最小均方差准则对不同算法的布置方案效果进行评价。

(1) 模态保证准则 (MAC)

通过计算可以得到 MAC 均值。其中本研究算法得到的 MAC 均值为 0.103 55, 有效独立法为 0.072 3, 灵敏度系数法为 0.072 13, 结果见图 15 所示。

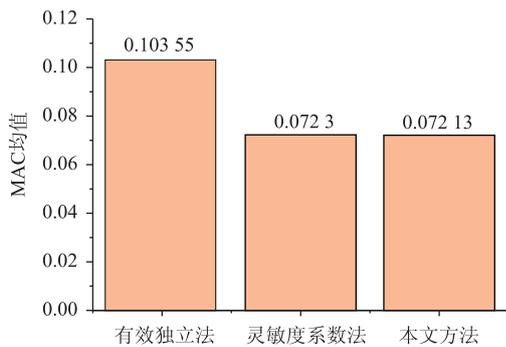


图15 MAC均值比较

Fig. 15 Comparison of MAC mean values

(2) 最小均方差准则

按照同样的均方差计算方法对3种优化布置方案的自由度进行三次样条插值, 然后与有限元素的模态振型进行对比, 得出相互之间的均方差。

3种算法扩阶后的均方差见图16, 总均方差比较见图17。易知, 本研究提出的优化布置算法得出单个模态振型还或整体模态振型的均方差, 都比其他2种算法的传感器扩阶后的小。

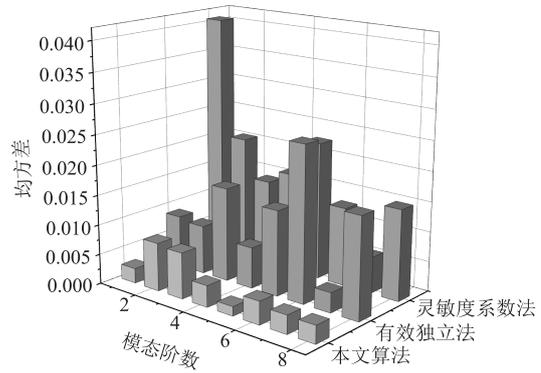


图16 振型均方差比较

Fig. 16 Comparison of mean square errors of mode shapes

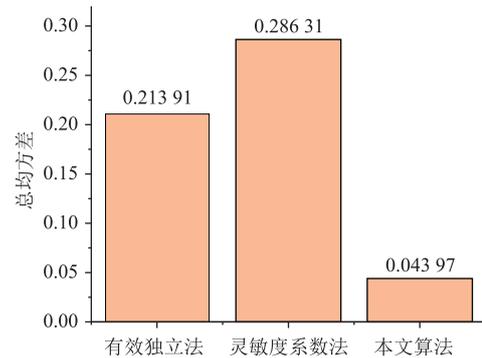


图17 总均方差比较

Fig. 17 Comparison of total mean square errors

可知本研究优化算法得到的均方差相比其他2种方法更小, 说明本研究方法与该有限元模型结果拟合更好, 并且传感器得到的模态信息能够客观反映结构参数信息。通过2种准则对传感器优化布置方案的评价, 验证了本研究提出的方法可以满足使用较少传感器预测未知的模态参数信息。

7 结论

本研究提出了一种兼顾模态可观测性和损伤可识别性的传感器优化算法, 同时进行了实例数值验证。本研究的主要结论如下:

(1) 在传统传感器优化布置方法的基础上, 提出了灵敏度-有效独立法的传感器优化布置算法, 即通过用结构损伤变化的灵敏度系数来校正有效独立法。此方法既考虑了模态的可观测性, 又应用到损伤的可识别性, 通过矢量运算将两者结合, 进一步优化了桥梁结构传感器布置方案。

(2) 探讨了桥梁动力系统结构模态数目选取问题, 提出了基于模态贴近度的方法, 规避了以往依赖经验解决的问题, 更加直观和简便。

(3) 通过 MAC 和最小均方差准则对不同方法进

行评估,本研究算法优于其他2种,该方法优化后的结果既能保证振型矢量的垂直,又具有良好的延展性能。

(4) 本研究只是针对原有方法的改进,重点分析了该方法的适用性,与其他方法对比说明该方法的优点,不足之处是没有考虑测量误差对优化算法的影响。

参考文献:

References:

- [1] 宗周红,孙建林,徐立群,等. 大跨度连续刚构桥健康监测加速度传感器优化布置研究 [J]. 地震工程与工程振动, 2009, 29 (2): 150-158.
ZONG Zhou-hong, SUN Jian-lin, XU Li-qun, et al. Study on Optimal Placement of Acceleration Sensors for Health Monitoring of a Long-span Continuous Rigid-frame Bridge [J]. Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2009, 29 (2): 150-158.
- [2] 崔飞,袁万城,史家钧. 传感器优化布设在桥梁健康监测中的应用 [J]. 同济大学学报(自然科学版), 1999 (2): 40-44.
CUI Fei, YUAN Wan-cheng, SHI Jia-jun. Application of Optimal Sensor Placement Algorithms for Health Monitoring of Bridges [J]. Journal of Tongji University (Natural Science Edition), 1999 (2): 40-44.
- [3] 刘伟,高维成,李惠,等. 基于有效独立的改进传感器优化布置方法研究 [J]. 振动与冲击, 2013, 32 (6): 54-62.
LIU Wei, GAO Wei-cheng, LI Hui, et al. Improved Optimal Sensor Placement Methods Based on Effective Independence [J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32 (6): 54-62.
- [4] 詹杰子,余岭. 传感器优化布置的有效独立-改进模态应变能方法 [J]. 振动与冲击, 2017, 36 (1): 82-87.
ZHAN Jie-zi, YU Ling. An Effective An effective independence-improved Modal Strain Energy Method for Optimal Sensor Placement [J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36 (1): 82-87.
- [5] 刘夏平,杨红,孙卓,等. 基于奇异值分解的桥梁挠度分离研究 [J]. 中山大学学报(自然科学版), 2013, 52 (3): 11-16.
LIU Xia-ping, YANG Hong, SUN Zhuo, et al. Separation Study of Bridge Deflection Based on Singular Value Decomposition [J]. Acta Scientiarum Naturalium University Sunyatseni, 2013, 52 (3): 11-16.
- [6] 周广东,操声浪,刘定坤. 基于自适应动态惩罚遗传算法的桥梁监测无线测点优化研究 [J]. 建筑科学与工程学报, 2018, 35 (5): 86-92.
ZHOU Guang-dong, CAO Sheng-lang, LIU Ding-kun. Generalized Genetic Algorithm Integrating Self-adaptive Dynamic Penalty for Optimal Wireless Sensor Placement in Bridge Monitoring [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2018, 35 (5): 86-92.
- [7] 杨雅勋,郝宪武,孙磊. 基于能量系数-有效独立法的桥梁结构传感器优化布置 [J]. 振动与冲击, 2010, 29 (11): 119-123, 134, 257.
YANG Ya-xun, HAO Xian-wu, SUN Lei. Optimal Placement of Sensors for a Bridge Structure Based on Energy Coefficient-effective Independence Method [J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29 (11): 119-123, 134, 257.
- [8] CASTRO-TRIGUERO R, MURUGAN S, GALLEGO R, et al. Robustness of Optimal Sensor Placement under Parametric Uncertainty [J]. Mechanical Systems And Signal Processing, 2013, 41 (1/2): 268-287.
- [9] LI D S, LI H N, FRITZEN C P. The Connection between Effective Independence and Modal Kinetic Energy Methods for Sensor Placement [J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 305 (4/5): 945-955.
- [10] 桂成中,雷俊卿,段志,等. 基于MSSP/DM-MAC法的传感器优化布置 [J]. 应用力学学报, 2019, 36 (6): 1499-1503.
GUI Cheng-zhong, LEI Jun-qing, DUAN Zhi, et al. Optimal Sensor Placement by Using MSSP/DM-MAC Method [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2019, 36 (6): 1499-1503.
- [11] 孙晓丹,侯钢领,王月敏. 基于灵敏度的平板结构多类型传感器优化布置 [J]. 工程力学, 2015, 32 (4): 77-84.
SUN Xiao-dan, HOU Gang-ling, WANG Yue-min, et al. Optimal Placement of Multi-type Sensor Based on Sensitivity for Plate Structures [J]. Engineering Mechanics, 2015, 32 (4): 77-84.
- [12] 刘杰,王海龙,张志国,等. 斜拉桥损伤可识别性传感器的优化布置方法 [J]. 西南交通大学学报, 2018, 53 (1): 173-181.
LIU Jie, WANG Hai-long, WANG Zhi-guo, et al. Optimum Sensor Placement Method for Cable-stayed Bridges Based on Damage Identifiability [J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2018, 53 (1): 173-181.
- [13] ZHOU G D, YI T H, LI H N. Sensor Placement Optimization in Structural Health Monitoring Using Cluster-in-cluster Firefly Algorithm [J]. Advances in Structural Engineering, 2014, 17 (8): 1103-1115.
- [14] ZHOU G D, YI T H, XIE M X, et al. Wireless Sensor Placement for Structural Monitoring Using Information-Fusing Firefly Algorithm [J]. Smart Materials and Structures, 2017, 26 (10): 104002.
- [15] 杨振伟,周广东,伊廷华,等. 基于分级免疫萤火虫算法的桥梁振动传感器优化布置研究 [J]. 工程力学, 2019, 36 (3): 63-70.
YANG Zhen-wei, ZHOU Guang-dong, YI Ting-hua, et al. Optimal Vibration Sensor Placement for Bridges Using

- Gradation-immune Firefly Algorithm [J]. *Engineering Mechanics*, 2019, 36 (3): 63-70.
- [16] SUN H, BÜYÜKÖZTÜRK O. Optimal Sensor Placement in Structural Health Monitoring Using Discrete Optimization [J]. *Smart Materials and Structures*, 2015, 24 (12): 125034.
- [17] 滕军, 朱焰煌. 大跨空间钢结构模态参数测试传感器优化布置 [J]. *工程力学*, 2011, 28 (3): 150-156.
TENG Jun, ZHU Yan-huang. Optimal Sensor Placement for Modal Parameters Test of Large Span Spatial Steel Structural [J]. *Engineering Mechanics*, 2011, 28 (3): 150-156.
- [18] 饶尚坤, 尹华伟. 高耸结构动力响应测点优化布置研究 [J]. *铁道科学与工程学报*, 2017, 14 (1): 135-141.
RAO Shang-kun, YIN Hua-wei. Research on Optimal Sensor Placement for Dynamic Responses of High-rise Building [J]. *Journal of Railway Science and Engineering*, 2017, 14 (1): 135-141.
- [19] 刘来君, 倪富陶, 孙维刚, 等. 多段交叉遗传算法在连续刚构桥测点优化中的应用 [J]. *重庆交通大学学报 (自然科学版)*, 2016, 35 (2): 6-8, 88.
LIU Lai-jun, NI Fu-tao, SUN Wei-gang, et al. Application of Multistage Crossing Genetic Algorithms by Optimal Sensor Placement in Dynamic Test of Continuous Rigid Frame Bridge [J]. *Journal of Chongqing Jiaotong University (Natural Science Edition)*, 2016, 35 (2): 6-8, 88.
- [20] 龚高. 基于遗传算法的桥梁结构传感器优化布置研究 [D]. 西安: 长安大学, 2015.
GONG Gao. Study of Optimal Placement of Sensor of Bridge Structure Based on Genetic Algorithm [D]. Xi'an: Chang'an University, 2015.
- [21] 李世龙, 马立元, 李永军, 等. 一种多目标传感器优化布置方法及其应用 [J]. *振动、测试与诊断*, 2016, 36 (6): 1196-1203, 1243.
LI Shi-long, MA Li-yuan, LI Yong-jun, et al. Multi-objective Optimal Sensor Placement Method and Its Application [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2016, 36 (6): 1196-1203, 1243.
- [22] KAMMER D C. Sensor Placement for On-orbit Modal Identification and Correlation of Large Space Structures [C] // American Control Conference. San Diego: IEEE, 1990.
- [23] 杨志魁. 基于灵敏度有效独立的传感器优化布置研究 [D]. 西安: 长安大学, 2013.
YANG Zhi-kui. Study of Optimal Placement of Sensor Based on Sensitivity Effective Dependent [D]. Xi'an Chang'an University, 2013.
- [24] 程建旗, 闫维明, 陈彦江, 等. 传感器优化布置的改进有效独立算法 [J]. *振动、测试与诊断*, 2012, 32 (5): 812-816, 866.
CHENG Jian-qi, YAN Wei-ming, CHEN Yan-jiang, et al. Optimal Sensor Placement for Bridge Structure Based on Improved Effective Independence [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2012, 32 (5): 812-816, 866.
- [25] 张建伟, 刘轩然, 赵瑜, 等. 基于有效独立-总位移法的水工结构振测传感器优化布置 [J]. *振动与冲击*, 2016, 35 (8): 148-153.
ZHANG Jian-wei, LIU Xuan-ran, ZHAO Yu, et al. Optimal Sensor Placement for Hydraulic Structures Based on Effective Independence-total Displacement Method [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2016, 35 (8): 148-153.
- [26] 吴子燕, 何银, 简晓红. 基于损伤敏感性分析的传感器优化配置研究 [J]. *工程力学*, 2009, 26 (5): 239-244.
WU Zi-yan, HE Yin, JIAN Xiao-hong. Optimal Sensor Placement Based on Sensitivity Analysis of Structural Damage [J]. *Engineering Mechanics*, 2009, 26 (5): 239-244.
- [27] 魏召兰. 高速铁路大型桥梁结构健康监测与状态评估研究 [D]. 成都: 西南交通大学, 2012.
WEI Zhao-lan. Research on Health Monitoring and Condition Assessment of Large-scale High-speed Railway Bridge Structure [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2012.
- [28] 杨伟, 孙利民. 针对结构易损场景监测的传感器优化布置方法 [J]. *同济大学学报 (自然科学版)*, 2015, 43 (11): 1670-1676, 1683.
YANG Wei, SUN Li-min. Optimal Sensor Placement for Monitoring Structural Vulnerable Scenarios [J]. *Journal of Tongji University (Natural Science Edition)*, 2015, 43 (11): 1670-1676, 1683.
- [29] YIN H, DONG K, PAN A, et al. Optimal Sensor Placement Based on Relaxation Sequential Algorithm [J]. *Neurocomputing*, 2019, 344: 28-36.
- [30] ZHAO J, WU X, SUN Q, et al. Optimal Sensor Placement for a Truss Structure Using Particle Swarm Optimisation Algorithm [J]. *International Journal of Acoustics and Vibration*, 2017, 22 (4), 439-447.
- [31] 杨雅勋. 基于动力测试的桥梁结构损伤识别与综合评估理论研究 [D]. 西安: 长安大学, 2008.
YANG Ya-xun. Research of Bridge Structure Damage Identification and Comprehensive Evaluation Theory Based on dynamic Testing [D]. Xi'an: Chang'an University, 2008.
- [32] ZHAN J, YU L. An Effective Independence-Improved Modal Strain Energy Method for Optimal Sensor Placement of Bridge Structures [J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2014, 670/671: 1252-1255.