基于脉冲微分方程的 COVID-19 境外输入型病例对我国疫情防控影响的分析

贾继伟^{1,2}, 刘思宇³, 丁尖¹, 廖桂东¹, 魏元鸿^{1,2}, 张然^{1,2*}

1. 吉林大学数学学院, 长春 130012;

2. 吉林国家应用数学中心, 长春 130012;

3. 吉林大学公共卫生学院, 长春 130021

E-mail: jiajiwei@jlu.edu.cn, liusiyu@jlu.edu.cn, dingjian17@mails.jlu.edu.cn, liaogd18@mails.jlu.edu.cn, weiyuanhong@jlu.edu.cn, zhangran@jlu.edu.cn

收稿日期: 2020-03-11; 接受日期: 2020-05-08; 网络出版日期: 2020-07-22; * 通信作者

国家自然科学基金 (批准号: 41704116, 11901234, 11871242 和 11926104)、吉林省优秀青年基金 (批准号: 20180520093JH) 和吉林省教育厅科学研究规划 (批准号: JJKH20200933KJ) 资助项目

摘要 我国针对新型冠状病毒肺炎 (COVID-19) 展开了联防联控工作, 目前国内防疫形势已趋于明朗, 但境外疫情处于上升阶段, “外防输入” 成为我国下一阶段疫情防控的重点. 本文通过对 COVID-19 传播动力学模型引入脉冲项来描述境外输入型病例对于我国目前疫情防控的影响. 本文研究 3 种控制程度不同的入境防疫政策, 数值模拟了输入型病例对于与韩国存在人口流动的我国各个省市疫情发展的影响及相应医疗资源需求. 数值实验表明, 对于输入型人口总量较少的地区, 我国现有的防疫政策能够很好地控制疫情发展; 对于来自疫区输入型人口较多的省市, 边防口岸的有效筛查和必要隔离是防止由于输入型病例引起我国疫情二次暴发的重要手段.

关键词 COVID-19 输入型病例 脉冲微分方程 防控政策

MSC (2020) 主题分类 92D30, 34A37

1 引言

2020 年春节前后, 由新型冠状病毒 (SARS-CoV-2) 引发的肺炎从湖北武汉暴发并迅速蔓延. 此次暴发的新型冠状病毒肺炎 (简称新冠肺炎) 是继非典和中东呼吸综合征后的第 3 种由冠状病毒引发并能致人死亡的传染病. 为了保障人民的生命健康安全, 党中央统一指挥布署, 国务院为应对新冠肺炎疫情启动联防联控工作机制, 坚决遏制疫情蔓延势头. 各省市迅速启动重大突发公共卫生事件一级响应; 各地迅速组织建立定点医院、发热门诊等配套医疗资源; 减免新冠肺炎患者的治疗费用, 多措并举确保新冠肺炎患者的应收尽收、应治尽治. 临床研究表明, 该病对全体人群易感, 且目前没有针对性的

英文引用格式: Jia J W, Liu S Y, Ding J, et al. The impact of imported cases on the control of COVID-19 in China (in Chinese). Sci Sin Math, 2021, 51: 659–672, doi: 10.1360/SSM-2020-0072

特效药和疫苗。为了阻断疾病扩散,我国采取了封闭管理、区域限行、暂缓复工复产等措施来减缓人口流动,最大限度地保护易感人群。从全国疫情数据的研究中可看出,“史上最严”隔离防控的效果已经突显。自2月5日起,国内日新增确诊病例数开始出现下降¹⁾。截至3月8日,共有28个省市0增长,其中15个省市实现10天以上“零新增”²⁾。疫情风暴的中心武汉市,也已经出现明显的“床等人”现象,11家方舱医院正式休舱³⁾,1家定点医院患者清零。

此次疫情给人们正常的生产生活带来严重冲击,社会经济遭受重创。目前国内的疫情已经得到有效控制,各地区有序进行复工复产,“内防扩散”的基本目标已经达到。但面对新冠肺炎疫情,我们必须时刻提高警惕防止其卷土重来。进入2020年2月下旬,境外疫情发展迅速,COVID-19在意大利、伊朗、韩国、法国和日本等国呈现不同程度的暴发态势。虽然国内的情况已经明朗,但此时国外的疫情发展正处于上升期。韩国于2020年1月20日出现首例确诊病例^[1],在随后的近一个月内并没有发展为全国暴发性的传染病,韩国国内将新冠肺炎的传染病危机预警级别设置为“警戒”。自2月19日起,由于韩国大邱市和庆尚北道等地发生大规模聚集性感染事件,出现感染人数激增的情况^[2]。疫情在韩国国内迅速扩散,连续多日日新增确诊病例在500例以上。韩国总统文在寅2月23日下午宣布,将新冠肺炎传染病危机预警级别上调至最高的“严重”级别^[3]。截至3月8日,韩国累计共报道确诊病例7,382例,累计死亡51例^[4]。目前,新冠肺炎疫情正在韩国迅速扩散,并且韩国与我国毗邻,两国之间存在密切的贸易和劳务等往来,韩国疫情的暴发使得我国来自境外输入型病例的风险大幅度增加,这给我国的疫情防控工作带来巨大挑战。综合考虑以上因素,我们将韩国数据应用到本文建立的动力学模型中进行数值研究,分析输入型病例对我国疫情防控的影响。国内的防控重点逐渐从“内防扩散”转为“外防输入”。目前正值复工返程的高峰期,人员流动性大,如果对外来输入人员的管控不到位,将大大增加普通民众的暴露风险。

疫情暴发以来,科研工作者在针对新冠肺炎疫情的动力学模拟、疫情发展预测等方面做出了很多有意义的工作。文献[5]通过引入时滞项来描述病毒的潜伏期和治疗周期,提出了带有时滞的动力学模型,对于疫情的发展进行了模拟。结论显示,在现有的高效防控措施下,疫情将在近期好转。文献[6]将疫情报告数据与百度人口迁徙大数据相结合,构建了武汉及周边15个疫情严重城市的疫情传播复杂网络模型,分析了武汉及周边地区复工的可能时间节点,评估了复工带来的二次疫情暴发的风险。其研究表明,在较强的防控措施和自我防护下,2020年3月2日复工将在一段时间内不会引起疫情的二次暴发。文献[7]建立了一个8仓室的改进SEIR (susceptible-exposed-infected-recovered) 模型,同时估计了控制再生数(6.47)。文献[8]估计了旅行相关的疫情传播风险。文献[9]在经典的SEIR仓室模型基础上,针对我国对于新冠肺炎疫情的群体隔离政策进行了建模,通过对全国多个省市疫情发展的模拟,得出了各个省市的控制再生数和有效控制再生数,阐释了隔离措施的有效性和必要性;进一步分析了气象指标与疫情传播的相关性,以及疫苗介入对于疫情控制的影响。

在本文作者前期工作[9]的模型基础上,本研究引入脉冲项来刻画境外输入型病例;研究3种不同程度的防控政策,建立相应的脉冲动力学模型。通过对我国与韩国通航的15个省市数据的模拟来反映输入型病例对于我国疫情发展的实际影响。研究发现,对于输入型病例高发地区,如果边防检疫与隔离措施不到位,感染者的持续性输入将引发地区内疫情的二次暴发;在高效的防控措施下,疫情可得到有效控制,但需要持续的医疗资源投入。对于输入型病例水平较低区域,虽然由输入型病例引发二次暴发的风险较低,但是防控措施一旦松懈,该地区也无法实现疫情清零。完全的“无病状

1) 国家卫生健康委员会官方网站 2020 年 2 月 6 日疫情通报。

2) 央视新闻官方微博 2020 年 3 月 8 日发布。

3) 中央电视台 2020 年 3 月 8 日晚新闻联播。

态”需要切断境外输入, 中国政府从 2020 年 3 月 29 日起采取的境外航班限行政策极大地缓解了国内防控外来输入型疫情的压力. 对于境外输入型病例, 我们必须时刻保持高度警戒状态, 只有严格地检疫和隔离才能保证疫情不会反扑并引起新的大规模暴发, 最终取得疫情防控总体战和阻击战的胜利.

2 动力学模型

基于封闭政策, 即无输入型病例的情况, 我们沿用文献 [9] 中建立的新冠肺炎动力学模型. 模型需要满足如下假设:

- (1) 所有模型参数均非负, 这里使用 $\mathbb{Z}_+$ 表示正整数集合;
- (2) 这是一个短期模型, 不考虑自然出生与自然死亡;
- (3) 患者痊愈以后, 由于免疫系统的作用, 不会再次被感染.

基于上述假设和新冠肺炎传播的动力学特征, 该模型可以表示为如下方程组:

$$\begin{aligned}
 \frac{dS}{dt} &= -\beta S(I + \theta A) - pS + \lambda Q, \\
 \frac{dQ}{dt} &= pS - \lambda Q, \\
 \frac{dE}{dt} &= \beta S(I + \theta A) - \sigma E, \\
 \frac{dA}{dt} &= \sigma(1 - \rho)E - \epsilon_A A - \gamma_A A, \\
 \frac{dI}{dt} &= \sigma\rho E - \gamma_I I - d_I I - \epsilon_I I, \\
 \frac{dD}{dt} &= \epsilon_A A + \epsilon_I I - d_D D - \gamma_D D, \\
 \frac{dR}{dt} &= \gamma_A A + \gamma_I I + \gamma_D D.
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

这里将总人口分为 7 个仓室, $S(t)$ 、 $Q(t)$ 、 $E(t)$ 、 $A(t)$ 、 $I(t)$ 、 $D(t)$ 和 $R(t)$ 分别表示易感人群、隔离人群、暴露人群、无症状感染人群、有症状感染人群、确诊在院治疗人群和痊愈人群. 暴露人群 $E(t)$ 是指低水平病毒携带者, 被认为是无传染性的. 隔离人群 $Q(t)$ 是指根据国家关于旅行限制和社区管理的规定, 处于家庭隔离过程中的人群以及国家规定的特定场所隔离人群, 假设他们不会与受感染人群接触, 也不会被感染. $D(t)$ 表示在 t 时刻正在定点医院接受隔离治疗的确诊病例数量.

在模型 (2.1) 中, 我们采用双线性发病率来描述疾病的感染, 参数 β 表示接触率. 由于有症状感染者与无症状感染者的传播能力不同, 用参数 $\theta \in (0, 1)$ 作为调节因子来描述这种差异. 参数 p 和 λ 分别表示隔离仓室 Q 的隔离率和释放率. 暴露人群的感染转换率表示为 σ . 一旦感染, 转化为有症状感染者的比例为 ρ , 无症状的比例则为 $1 - \rho$. 无症状和有症状感染的诊断率分别为 ϵ_A 和 ϵ_I . 仓室 A 、 I 和 D 的平均痊愈期分别为 $1/\gamma_A$ 、 $1/\gamma_I$ 和 $1/\gamma_D$. 参数 d_I 和 d_D 分别表示仓室 I 和 D 中由新冠肺炎引起的死亡率.

针对输入型病例, 由于境外输入渠道比较固定, 一般通过飞机和轮船等方式抵达我国机场、港口, 这种境外输入在数学上表现为周期性脉冲. 为了应对境外输入型病例, 设定存在 3 种防疫政策:

- I 不采取筛查措施, 入境人员直接通过海关进入我国.

图 1 (网络版彩图) COVID-19 仓室模型及不同防疫政策脉冲性输入示意图

II 通过入境筛查, 识别出有症状感染者和无症状感染者, 将这两部分人群直接送至医院隔离治疗, 其余人正常入境.

III 通过严格入境筛查, 以及流行病学调查, 识别出有症状感染者和无症状感染者, 送至医院隔离治疗; 将其余入境者送到指定地点或居家进行隔离观察.

我们用图 1 表示 3 种不同的防疫政策, 其中, 红色、蓝色和绿色箭头分别代表防疫政策 I、II 和 III 的境外感染者的周期性输入. 假设输入周期为 T , 参数 S_i^k 、 E_i^k 、 I_i^k 和 A_i^k ($i \in \mathbb{Z}_+$) 分别表示 $t = iT$ 时刻通过境外输入至我国的易感人群、暴露人群、有症状及无症状感染者.

相应的动力学模型如下, 防疫政策 I 可表示为

$$\begin{cases} (2.1), & t \neq iT, \\ \left. \begin{aligned} S(t^+) &= S(t) + S_i^k, \\ E(t^+) &= E(t) + E_i^k, \\ A(t^+) &= A(t) + A_i^k, \\ I(t^+) &= I(t) + I_i^k, \end{aligned} \right\} & t = iT, \quad i \in \mathbb{Z}_+. \end{cases} \quad (2.2)$$

防疫政策 II 可表示为

$$\begin{cases} (2.1), & t \neq iT, \\ \left. \begin{aligned} S(t^+) &= S(t) + S_i^k, \\ E(t^+) &= E(t) + E_i^k, \\ D(t^+) &= D(t) + A_i^k + I_i^k, \end{aligned} \right\} & t = iT, \quad i \in \mathbb{Z}_+. \end{cases} \quad (2.3)$$

防疫政策 III 可表示为

$$\begin{cases} (2.1), & t \neq iT, \\ \left. \begin{aligned} Q(t^+) &= Q(t) + S_i^k + E_i^k, \\ D(t^+) &= D(t) + A_i^k + I_i^k, \end{aligned} \right\} & t = iT, \quad i \in \mathbb{Z}_+. \end{cases} \quad (2.4)$$

对于系统 (2.2) 和 (2.3), 持续输入的处于潜伏期或感染期的人群使得系统不存在无病周期解. 在这种情况下, 即使输入的感染者数量水平较低, 系统也是不存在无病状态的. 易感人群的社会活动将存在感染风险, 一旦对于易感人群的管控下调, 疾病存在再次暴发的可能. 而对于系统 (2.4), 与感染相关的仓室 E 、 A 和 I 在隔离控制期间是可以为 0 的, 即输入型病例未能引起国内的新发感染. 但由于持续周期性输入, 使得治疗仓室 $D(t)$ 不为 0. 定义该种状态为需要持续医疗资源投入的伪无病状态, 这是目前针对输入型病例国内防控能达到的最佳状态. 要想达到真正意义上的“清零”目标, 必须要切断外界的病例输入.

3 数值实验

为量化体现输入型病例对于我国当前疫情防控的影响, 我们以目前 (截至 2020 年 3 月 10 日) 疫情形势比较严峻的邻国韩国作为输入源, 进行数值实验. 在确诊人数和医疗资源等方面说明韩国输入型病例对于我国疫情防控的具体影响.

3.1 数据描述

通过中国民用航空局公布的每周中外航空公司国际航班计划 (<http://www.caac.gov.cn/XXGK/XXGK/TZTG/>), 以及中国船票网的轮船信息 (<http://chuan.114huoche8.com/>), 得到由韩国来华航班、轮船的始发地、目的地及周班次等信息 (见表 1 和 2).

表 1 韩国来华航班始发地及周班次

	仁川						金浦					济州					釜山			大邱
	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_1	P_2	P_3	P_4
北京市	31	30	30	27	27	1	12	12	5	5	5						3	2	2	
重庆市	1																			
福建省	11	3	1	2	2	1														
广东省	17	14	9	8	5	1									1	1				
黑龙江省	15	9	9	5	5	1														
江苏省	10	7	4	4	4	1						2								
吉林省	27	22	22	16	16	1														
辽宁省	32	26	25	18	16	1											2	2		
陕西省	2	2	2	2	2	1														
山东省	80	70	55	22	17	1											7	7		
上海市	20	22	20	14	14	1	19	18	6	4	4	7	16	16	7	7	10	7	1	2
四川省	3	2	2	2	2	1														
天津市	2	2		2	2	1														
浙江省	5	1																		

(1) 将模拟区间分为 6 段, P_1 表示 2020 年 2 月 22 日至 3 月 1 日, P_2 表示 3 月 2 日至 3 月 8 日, P_3 表示 3 月 9 日至 3 月 15 日, P_4 表示 3 月 16 日至 3 月 22 日, P_5 表示 3 月 23 日至 3 月 29 日, P_6 表示 3 月 30 日至 4 月 22 日.

(2) 根据中国民用航空局信息, 从 2020 年 3 月 29 日起国际航班大幅度调减.

表 2 韩国来华轮船始发地及周班次

	仁川						平泽					群山				
	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
河北省	2	2	2	2	2	1										
江苏省	2	2	2	2	2	1										
辽宁省	28	23	21	15	13	1										
山东省	28	25	18	7	5	1	14	12	9	4	3	7	6	4	2	2
天津市	14	14	14	14	14	1										

注: 模拟区间分段方式与表 1 相同.

基于表 1 和 2 提供的航班、轮船周班次数据, 我们可以估计每周从韩国入境我国人数. 进一步根据目前韩国疫情状况, 估计了韩国来华各出发机场、港口乘客中暴露 (E)、无症状 (A) 和有症状 (I) 感染人群占比, 我们设置了两组参数 (高输入风险和低输入风险, 见表 3) 进行模拟并对比结果. 通过这些参数可以估计每周从韩国各机场和港口出发至我国各省的入境人数, 进而获得入境人数的周期性脉冲数值 S_i^k 、 E_i^k 、 A_i^k 和 I_i^k .

3.2 累计所需医疗资源及确诊总数

我国政府对于新冠肺炎患者采取免费医疗救治措施, 极大程度上避免了由于经济原因造成的新冠肺炎患者延缓救治的问题. 但此项政策给国家和地方财政带来较大负担, 外来输入病例的到来, 不仅占用国内的医疗资源, 而且财政部分的支持比例也有待商榷. 为此, 我们给出外来输入病例引起的占用医疗资源的量化分析. 确诊仓室 $D(t)$ 表示 t 时刻在院治疗人群数量, $D(t)$ 在 $[t_0, t_1]$ 上的积分可以表示这段时间内累计所需医疗资源投入量^[9], 即

$$\text{AMR} = r \int_{t_0}^{t_1} D(t) dt, \quad (3.1)$$

这里 r 表示每位患者日均所需医疗资源.

接下来考虑新增确诊量. 通过图 1 可以看出确诊人数的新增有 3 种途径, 即

- (1) 来源于无症状感染者仓室 $A(t)$, 可以用 $\epsilon_A \cdot A(t)$ 来表示;
- (2) 来源于有症状感染者仓室 $I(t)$, 可以用 $\epsilon_I \cdot I(t)$ 来表示;
- (3) 来源于防疫政策 II 和 III 的周期性脉冲输入, 在每个周期内可以用 $A_i^k + I_i^k$ 来表示.

表 3 韩国来华各出发机场、港口乘客中各类人群占比参数估计

		仁川	金浦	济州	釜山	大邱	平泽	群山
低输入风险	E	0.30%	0.60%	0.30%	0.60%	0.98%	0.60%	0.30%
	A	0.02%	0.04%	0.02%	0.04%	0.06%	0.04%	0.02%
	I	0.04%	0.06%	0.04%	0.06%	0.08%	0.06%	0.04%
高输入风险	E	0.90%	1.80%	0.90%	1.80%	2.94%	1.80%	0.90%
	A	0.03%	0.06%	0.03%	0.06%	0.09%	0.06%	0.03%
	I	0.08%	0.12%	0.08%	0.12%	0.16%	0.12%	0.08%

这样, 一段时间内的确诊总数可以表示为

$$\begin{aligned} TD^I &= \int_{t_0}^{t_1} [\epsilon_A \cdot A(t) + \epsilon_I \cdot I(t)] dt, \\ TD^{II,III} &= \int_{t_0}^{t_1} [\epsilon_A \cdot A(t) + \epsilon_I \cdot I(t)] dt + \sum_{i=1}^N (A_i^k + I_i^k), \end{aligned} \quad (3.2)$$

这里 N 表示 $[t_0, t_1]$ 时间段内所包含的脉冲型输入周期的个数.

3.3 数值结果

本节数值模拟起始时间选定为我国防疫隔离政策的开始时间, 即 2020 年 1 月 23 日; 脉冲输入型病例介入时间选定为 2 月 22 日 (韩国国内确诊人数开始大幅度上升), 脉冲周期为 $T = 3$ 天. 针对 3 种入境防疫政策, 我们通过模型 (2.1)–(2.4) 将表 1 中我国与韩国通航的 15 个省市进行了数值模拟, 具体过程如下:

(1) 作者在前期工作 [9] 中通过模型 (2.1) 对于我国各省份的实际疫情数据进行了优化拟合, 从而得到了各个省份的模型参数取值, 本文沿用文献 [9] 针对上述 15 个省市的模型参数进行分析 (如表 4 所示).

(2) 使用 Runge-Kutta 法求解 (2.1). 脉冲性输入在每个输入周期开始的第一天通过增加初值的方式加入计算过程.

(3) 计算得到各个仓室的变化曲线之后, 利用 (3.1) 和 (3.2) 在不同防疫政策下, 分别计算各省韩国输入型病例所带来的医疗资源投入量和确诊总数的增加幅度.

两组参数的结果分别汇总在表 5 和 6 中. 选取输入型人口总量较多、对于疫情影响较大的省份绘制了 E 、 A 、 I 和 D 4 个仓室的变化曲线, 结果展示在图 2 和 3 中.

注 3.1 从表 5 和 6 可以看出, 对于各省累计所需医疗资源和确诊总数, 政策 II 与 I 基本持平. 这是由于政策 II 的筛查制度使得输入型感染病例直接以脉冲方式进入到仓室 $D(t)$ 中; 而政策 I 没有经过筛查, 输入型感染病例分别进入仓室 $A(t)$ 和 $I(t)$ 中, 然后经过确诊周期才能进入仓室 $D(t)$ 中, 对于无症状和有症状感染者分别有 $1/\epsilon_A$ 和 $1/\epsilon_I$ 天的时滞效应.

从表 5 和 6 中可以清晰看出, 韩国输入型病例给我国医疗系统造成了负担, 尤其是总体人员输入量大的省份. 以作者所在吉林省为例, 即使在低输入风险参数的数值模拟下, 政策 I 和 II 使得省内医疗资源负担增加 50% 以上, 政策 III 虽然对于疫情的防控起到积极作用, 但也增加了 28.57% 的累计确诊量. 而在高输入风险参数的数值结果中, 医疗资源负担和累计确诊数量更是成倍增加. 如果境外输入的传染源得不到有效控制, 国内前期打下的防控基础也将付之东流.

通过上述数值实验结果可以看出, 对于输入型人口总量较少的省市, 如重庆、河北、陕西、四川和浙江等地, 输入型病例在当地高低两组输入风险参数下表现出的对疫情总体的影响都是有限的. 而对于有较多韩国输入型人口的省市, 如北京、吉林、辽宁、山东和上海等地, 针对入境防疫政策 I 和 II, 输入型病例给国内疫情发展趋势带来了明显的上扬, 疫情明显处于持续存在状态. 在某些省份的高输入风险参数模拟下出现了疫情再次抬头的现象 (详见图 3 中吉林、辽宁、山东、上海和天津). 而防疫政策 III 则能够很好地控制疫情发展, 所以应该严格执行上述地区的入境防疫政策, 防止疫情二次暴发. 数值实验结果同样显示了我国通过大幅度削减国际航班来限制入境人数对疫情控制的积极作用.

表 4 各省市模型参数 (参见文献 [9, 表 8 和 9])

参数	北京市	重庆市	福建省	广东省	河北省	黑龙江省	江苏省	吉林省	辽宁省	陕西省	山东省	上海市	四川省	天津市	浙江省
β	9.20E-08	3.63E-08	9.65E-08	2.71E-08	2.71E-08	7.93E-08	5.00E-09	4.78E-08	6.97E-08	2.82E-08	2.71E-08	1.26E-07	2.70E-08	1.42E-07	5.74E-08
θ	0.011	0.08	0.09	0.005	0.03	0.2	0.2	0.005	0.01	0.09	0.2	0.01	0.11	0.005	0.1
p	1/4	1/6.4	1/3	1/3	1/5	1/3.5	1/5	1/4	1/3	1/4.5	1/3	1/3	1/3	1/5	1/3
λ	1/60	1/60	1/60	1/60	1/60	1/60	1/60	1/60	1/60	1/60	1/60	1/60	1/60	1/60	1/60
σ	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7 1/7	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7	1/60
ρ	0.94	0.99	0.93	0.91	0.90	0.95	0.98	0.96	0.95	0.70	0.98	0.92	0.92	0.90	0.96
ϵ_A	1/8	1/9	1/5	1/10	1/7	1/7	1/10	1/6	1/10	1/10	1/5	1/4	1/4	1/10	1/6
ϵ_I	1/4	1/4.5	1/4	1/3.3	1/4	1/5	1/7	1/5	1/5	1/9	1/3	1/3	1/3	1/4	1/3
γ_A	0.0996	0.1190	0.0988	0.1075	0.1085	0.0967	0.0474	0.1029	0.1196	0.1298	0.0618	0.1213	0.0387	0.1254	0.1190
γ_I	0.0766	0.0992	0.0882	0.0716	0.0724	0.0744	0.0379	0.0686	0.0997	0.0999	0.0515	0.0808	0.0322	0.0836	0.0793
γ_D	0.0843	0.1487	0.0970	0.1039	0.1049	0.0818	0.0455	0.0960	0.1296	0.1098	0.0567	0.1132	0.0355	0.1170	0.1150
d_I	0.0026	0.0040	0.0022	0.0024	0.0024	0.0026	0.0010	0.0029	0.0007	0.0009	0.0017	0.0035	0.0011	0.0036	0.0017
d_D	0.0017	0.0033	0.0015	0.0016	0.0021	0.0018	0.0007	0.0020	0.0007	0.0006	0.0012	0.0023	0.0007	0.0024	0.0012
$S(0)$	19601400	27918000	24434200	96441000	51380800	22638000	70041090	24877352	30513000	23184000	90423000	20119200	75069000	14036400	52206700
$Q(0)$	1938600	3102000	14975800	17019000	24179200	15092000	10465910	2163248	13077000	15456000	10047000	4120800	8341000	1559600	5163300
$E(0)$	123	580	80	886	168	308	452	87	44	640	165	266	140	40	456
$A(0)$	81	90	65	37	40	25	145	6	25	36	60	22	64	26	145
$I(0)$	58	88	50	93	33	15	125	5	38	20	36	11	28	15	133
$D(0)$	26	27	10	51	1	3	9	3	4	5	15	19	15	8	42
$R(0)$	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	1

表 5 低输入风险下不同防疫政策中各省累计所需医疗资源及确诊总数估计

医疗资源		增幅	确诊数量	增幅	医疗资源	增幅	确诊数量	增幅	确诊数量	增幅				
北京市					黑龙江省					山东省				
政策 I	5045 _r	27.85%	241	81.20%	9294 _r	2.95%	482	5.70%	11569 _r	49.14%	388	218.03%		
政策 II	5062 _r	28.28%	242	81.95%	9288 _r	2.88%	481	5.48%	11524 _r	48.56%	384	214.75%		
政策 III	4126 _r	4.56%	149	12.03%	9065 _r	0.41%	459	0.66%	8315 _r	7.19%	157	28.69%		
重庆市					江苏省					上海市				
政策 I	3779 _r	0.08%	320	0.31%	10217 _r	2.77%	119	17.82%	3099 _r	57.39%	232	149.46%		
政策 II	3779 _r	0.08%	320	0.31%	10231 _r	2.91%	120	18.81%	3103 _r	57.59%	231	148.39%		
政策 III	3777 _r	0.03%	320	0.31%	10004 _r	0.62%	105	3.96%	2135 _r	8.43%	112	20.43%		
福建省					吉林省					四川省				
政策 I	3793 _r	2.99%	206	6.19%	1119 _r	53.29%	71	153.57%	1179 _r	3.88%	42	13.51%		
政策 II	3791 _r	2.93%	206	6.19%	1130 _r	54.79%	72	157.14%	1180 _r	3.96%	42	13.51%		
政策 III	3699 _r	0.43%	196	1.03%	804 _r	10.14%	36	28.57%	1144 _r	0.79%	38	2.70%		
广东省					辽宁省					天津市				
政策 I	10991 _r	2.18%	507	5.85%	1993 _r	66.78%	205	122.83%	2386 _r	34.88%	67	191.30%		
政策 II	10993 _r	2.20%	507	5.85%	2006 _r	67.87%	206	123.91%	2394 _r	35.33%	67	191.30%		
政策 III	10794 _r	0.35%	483	0.84%	1329 _r	11.21%	110	19.57%	1882 _r	6.39%	30	30.43%		
河北省					陕西省					浙江省				
政策 I	3125 _r	1.69%	181	4.02%	2778 _r	0.98%	116	2.65%	8838 _r	0.33%	464	0.87%		
政策 II	3126 _r	1.72%	181	4.02%	2781 _r	1.09%	116	2.65%	8838 _r	0.33%	463	0.65%		
政策 III	3082 _r	0.29%	175	0.57%	2759 _r	0.29%	114	0.88%	8813 _r	0.05%	461	0.22%		

注: 计算时间从 2020 年 2 月 22 日至 4 月 22 日. 低输入风险参数来自表 3.

表 6 高输入风险下不同防疫政策中各省累计所需医疗资源及确诊总数估计

医疗资源		增幅	确诊数量	增幅	医疗资源	增幅	确诊数量	增幅	医疗资源	增幅	确诊数量	增幅
		北京市			黑龙江省			山东省				
政策 I	7060r	78.92%	441	231.58%	9775r	8.27%	531	16.45%	18505r	138.56%	876	618.03%
政策 II	7081r	79.45%	441	231.58%	9762r	8.13%	529	16.01%	18401r	137.22%	866	609.84%
政策 III	4273r	8.29%	162	21.80%	9097r	0.76%	462	1.32%	8776r	13.14%	186	52.46%
		重庆市			江苏省			上海市				
政策 I	3784r	0.21%	320	0.31%	10711r	7.73%	152	50.50%	5175r	162.82%	487	423.66%
政策 II	3784r	0.21%	320	0.31%	10735r	7.98%	153	51.49%	5172r	162.67%	486	422.58%
政策 III	3777r	0.03%	320	0.31%	10056r	1.15%	108	6.93%	2271r	15.34%	128	37.63%
		福建省			吉林省			四川省				
政策 I	3991r	8.36%	228	17.53%	1827r	150.27%	149	432.14%	1257r	10.75%	52	40.54%
政策 II	3987r	8.25%	228	17.53%	1844r	152.60%	150	435.71%	1258r	10.84%	52	40.54%
政策 III	3712r	0.79%	197	1.55%	866r	18.63%	42	50.00%	1151r	1.41%	39	5.41%
		广东省			辽宁省			天津市				
政策 I	11423r	6.20%	557	16.28%	3456r	189.21%	413	348.91%	3503r	98.02%	146	534.78%
政策 II	11423r	6.20%	557	16.28%	3472r	190.54%	414	350.00%	3512r	98.53%	146	534.78%
政策 III	10826r	0.65%	487	1.67%	1441r	20.59%	125	35.87%	1976r	11.70%	36	56.52%
		河北省			陕西省			浙江省				
政策 I	3221r	4.82%	193	10.92%	2827r	2.76%	122	7.96%	8892r	0.94%	470	2.17%
政策 II	3221r	4.82%	193	10.92%	2833r	2.98%	123	8.85%	8891r	0.93%	470	2.17%
政策 III	3089r	0.52%	176	1.15%	2766r	0.55%	115	1.77%	8816r	0.08%	461	0.22%

注: 计算时间从 2020 年 2 月 22 日至 4 月 22 日. 高输入风险参数来自表 3.

图 2 (网络版彩图) 低输入风险下 3 种政策的模拟结果

图 3 (网络版彩图) 高输入风险下 3 种政策的模拟结果

总体而言, 政策 I 和 II 取得的防疫效果基本一致, 这说明如果不能做到严控输入, 仅控制输入型的感染病例是不够的, 对于暴露人群的防控尤为重要, 必须加强对外来流入人员的隔离管理.

4 结论

自 2020 年 1 月新冠肺炎疫情暴发以来, 我国经过数月全民防控, 疫情已经初步得到遏制, “内防扩散” 政策已经初见成效. 与此同时, 国外疫情发展势头令人担忧, “外防输入” 成为我国下一阶段疫情防控的重点. 本文基于作者前期工作建立的 COVID-19 传播动力学模型, 通过引入脉冲项来描述境外输入型病例对于我国目前疫情防控的影响. 以疫情较为严重且与我国有密切人员往来的邻国韩国为例, 针对控制程度不同的 3 种入境防疫政策, 本文模拟了高低两种输入风险下输入型病例对于我国与韩国通航的各个省市疫情发展的影响, 计算了输入型病例所带来的累计所需医疗资源及确诊总数的增涨幅度. 研究表明, 对于输入型人口总量较少的地区, 在 3 种入境防疫政策下输入型病例对于疫情防控的影响都是有限的, 这充分说明我国现有防疫隔离政策在疫情控制上发挥着巨大作用. 对于来自疫区输入型人口较多的省市, 如北京、吉林、辽宁、山东和上海等地, 防疫政策 III 针对输入人群中的感染者进行筛查、易感者和暴露者进行隔离, 能够很好地控制输入型病例的影响. 而政策 I 和 II 不筛查或者仅进行感染者筛查就会使暴露者的潜在风险得以显现; 对于政策 I 和 II, 在低输入风险时, 我国国内的防疫政策尚能够保证上述省市疫情的下降趋势; 但是随着输入风险的提高, 暴露者、感染者和确诊者数量会迅速上扬, 存在由于输入型病例带来的疫情二次暴发的可能. 数值结果同样显示了 2020 年 3 月 29 日起我国大幅度削减国际航班对疫情控制的积极作用. 因此, 控制入境人数和加强对于境外来华人员的管理, 特别是对于来自疫区的人员, 进行合理筛查和隔离观察, 早发现, 早治疗, 既是对入境人员的一种保护, 也是坚守我国当前防疫成果十分必要的手段.

致谢 向所有战斗在抗击新冠疫情一线的医护人员表示最崇高的敬意.

参考文献

- 1 央视网新闻 2020 年 1 月 20 日新闻. 韩国出现首例新型冠状病毒肺炎确诊病例. [Http://m.news.cctv.com/2020/01/20/ARTIAYaMm0E9WcXc1KTBjROW200120.shtml](http://m.news.cctv.com/2020/01/20/ARTIAYaMm0E9WcXc1KTBjROW200120.shtml), 2020
- 2 新华网 2020 年 2 月 28 日新闻. [Http://www.xinhuanet.com/2020-02/28/c_1125639136.htm](http://www.xinhuanet.com/2020-02/28/c_1125639136.htm), 2020
- 3 新华网 2020 年 2 月 23 日新闻. [Http://news.cctv.com/2020/02/23/ARTIVaVe0atPzwkIncFRDJsR200223.shtml](http://news.cctv.com/2020/02/23/ARTIVaVe0atPzwkIncFRDJsR200223.shtml), 2020
- 4 世界卫生组织 (WHO) 网站. <https://www.who.int/>, 2020
- 5 Yan Y, Chen Y, Liu K J, et al. Modeling and prediction for the trend of outbreak of NCP based on a time-delay dynamic system (in Chinese). *Sci Sin Math*, 2020, 50: 385–392 [严阅, 陈瑜, 刘可伋, 等. 基于一类时滞动力学系统对新型冠状病毒肺炎疫情的建模和预测. *中国科学: 数学*, 2020, 50: 385–392]
- 6 Wang X, Tang S Y, Chen Y, et al. When will be the resumption of work in Wuhan and its surrounding areas during COVID-19 epidemic? A data-driven network modeling analysis (in Chinese). *Sci Sin Math*, 2020, 50: 969–978 [王霞, 唐三一, 陈勇, 等. 新型冠状病毒肺炎疫情影响下武汉及周边地区何时复工? 数据驱动的网络模型分析. *中国科学: 数学*, 2020, 50: 969–978]
- 7 Tang B, Wang X, Li Q, et al. Estimation of the transmission risk of the 2019-nCoV and its implication for public health interventions. *J Comput Math*, 2020, 9: 462
- 8 Bogoch I, Watts A, Thomas-Bachli A, et al. Pneumonia of unknown aetiology in Wuhan, China: Potential for international spread via commercial air travel. *J Travel Med*, 2020, 27: taaa008
- 9 Jia J W, Ding J, Liu S Y, et al. Modeling the control of COVID-19: Impact of policy interventions and meteorological factors. *Electron J Differ Equ*, 2020, 2020: 1–24

The impact of imported cases on the control of COVID-19 in China

Jiwei Jia, Siyu Liu, Jian Ding, Guidong Liao, Yuanhong Wei & Ran Zhang

Abstract To control the outbreak of COVID-19, the Chinese government has been carrying on a series of joint prevention and control measures. Current domestic situation shows an encouraging sign of improvement. However, the situation abroad is in a serious phase. Therefore, interdicting abroad inputs will be the key point at the next stage. In this paper, we establish a dynamical model incorporating with impulse to describe the transmission of SARS-CoV-2 and analyze the impact of overseas inputs on domestic prevention and control. Considering the imported cases from a typical neighboring country, we study the impacts of control measures under three different levels of control strategy. The simulations for the provinces with risk are given. The numerical experiments show that the current epidemic prevention policy can control the development of the epidemic well in the areas with less imported population; for the provinces with more imported population from the epidemic area, the effective screening and necessary isolation at immigration ports are crucial for preventing the further outbreak caused by imported cases.

Keywords COVID-19, imported cases, impulsive differential equation, control strategy

MSC(2020) 92D30, 34A37

doi: 10.1360/SSM-2020-0072