



# 北京气象塔湍流风速谱的统计模型

田玉基\*, 杨庆山, 杨娜, 李波, 陈波

北京交通大学土木建筑工程学院, 北京 100044

\* E-mail: yujitian@bjtu.edu.cn

收稿日期: 2011-04-15; 接受日期: 2011-08-05

国家自然科学基金重大研究计划重点项目(批准号: 90815021)、面上项目(批准号: 50978025)资助

**摘要** 分别采用希黄变换和傅立叶变换计算北京气象塔实测湍流的风速谱, 提出了一种同时符合惯性子区和大涡范围内能谱特性的风速谱模型, 采用最小二乘法确定了风速谱模型中的参数, 比较了傅里叶变换风速谱和希黄变换风速谱的异同. 研究表明, 希黄变换风速谱在含能区范围内的谱值略大于傅里叶变换风速谱, 在惯性子区和耗散子区的谱值非常接近傅立叶变换的风速谱; 采用希黄变换统计分析风速谱能够更细致、准确地反映风速谱低频区的谱值; 拟合得到的风速谱模型为北京城区近地面风场的风洞再现及数值模拟提供了参照依据.

## 关键词

湍流能谱  
风速谱模型  
惯性子区  
希黄变换  
傅立叶变换

## 1 湍流能谱理论

大气湍流能谱的研究起源于能量级串理论<sup>[1]</sup>; 也就是说, 当能量进入大气中时, 空气分子的动能增加, 产生大尺度涡旋的流动, 随后大尺度涡旋的能量逐步传递给越来越小尺度的涡旋, 直到传递给最小尺度的涡旋, 由于流体的粘性效应, 最小尺度的涡旋耗散能量.

在大雷诺数湍流运动中, 能量传递率和流体的粘性系数决定了小涡的能量大小, 这称为 Kolmogorov 第一假设; 在第一假设适用的小尺度涡范围内, 相对较大尺度涡的能量由能量传递率确定, 与流体的粘性无关, 这称为 Kolmogorov 第二假设<sup>[2]</sup>. 根据上述 2 个假设, 空气从外界吸收能量形成大涡流动, 大涡的尺度范围称为含能区; 大涡的相互作用产生小涡, 并把能量传递给更小的涡, 同时, 在最小尺度涡范围内, 流体的粘性效应耗散了湍流的能量. 在能量传递和

耗散的小涡范围内, 湍流是各向同性的, 称为通用平衡区; 其中, 传递能量的小涡的尺度范围称为惯性子区, 耗散能量的最小涡的尺度范围称为耗散子区. 在惯性子区范围内, 根据量纲分析可得到湍流的能谱表达式为

$$E(k) = C\varepsilon^{2/3}k^{-5/3}, \quad (1)$$

式中,  $k$  表示波数,  $\varepsilon$  表示能量传递率,  $C$  为常数. (1) 式称为湍流能谱的 Kolmogorov -5/3 律.

自 20 世纪 40 年代以来, 很多研究者致力于湍流能谱的探索, 建立了多种能谱模型. 小涡从大涡中吸取能量, 其作用好像存在某种湍流粘性, 据此提出了涡粘假设; 在湍流能谱动力学方程中, 将能量输运项表示为耗散项的形式, 验证了惯性子区的湍流能谱表达式符合 Kolmogorov -5/3 律<sup>[3]</sup>; 在耗散子区范围内, 湍流能谱按照波数  $k$  的 -7 次方衰减<sup>[3]</sup>. 其他多位湍流研究的前驱采用不同的假设, 同样验证了上述结论<sup>[4, 5]</sup>.

在研究各向同性湍流的衰减运动时, 大涡尺度范围内的湍流能谱大致与大涡波数成正比<sup>[6]</sup>; 同时, 最大尺度涡的能谱衰减要快得多. 实验研究发现<sup>[7]</sup>, 最大涡的能量并非最大, 最大涡的能谱与波数的四次方成正比.

均匀、各向同性湍流的能谱是其相关函数的傅立叶变换, 即

$$E_j(k) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} Q_j(\xi) \exp(-ik\xi) d\xi, \quad (2)$$

式中,  $k$  表示波数;  $E_j(k)$  表示湍流分量  $j(j=u, v, w)$  的单侧能谱, 其中  $u$  表示顺风向分量,  $v$  表示横风向分量,  $w$  表示竖风向分量;  $Q_j(\xi)$  表示湍流分量  $j$  的空间相关函数. 在均匀湍流中, 空间相关函数  $Q_j(\xi)$  是偶函数, 将空间相关函数表示成空间相关系数  $q_j$  的形式, (2)式可写为

$$E_j(k) = \frac{2\sigma_j^2}{\pi} \int_0^{+\infty} q_j(\xi) \exp(-ik\xi) d\xi, \quad (3)$$

式中,  $\sigma_j^2$  表示湍流脉动分量  $j$  的方差;  $q_j(\xi)$  表示空间相关系数,  $q_j(\xi) = Q_j(\xi)/\sigma_j^2$ . 在(3)式的两侧, 当  $k$  趋于 0 时, 得到

$$E_j(0) = 2\sigma_j^2 L_j / \pi, \quad (4)$$

其中,  $L_j$  表示湍流分量的积分尺度,  $L_j = \int_0^{+\infty} q_j(\xi) d\xi$ . 由(4)式可知, 波数为零的湍流能谱与湍流积分尺度和脉动均方根有关; 在粗糙地貌条件下, 积分尺度随高度增大而增大, 而脉动均方根随高度增大而减小, 因此湍流能谱沿高度方向是变化的. 当  $k=0$  时,  $E_j(k)$  对  $k$  的导数等于零, 即

$$dE_j(k)/dk|_{k=0} = 0. \quad (5)$$

综合上述湍流能谱的研究成果, 能谱随波数变化的曲线如图 1 所示.

## 2 风速谱模型

根据 Taylor 湍流冻结假设, 可得到波数与频率之间的关系是  $k = 2\pi n/U$  (其中  $n$  表示频率,  $U$  表示平均风速), 波数谱与频率谱之间的关系是  $E_j(k) = US_j(n)/2\pi$  (其中  $S_j(n)$  表示单侧频域功率谱). 由此可得到湍流功率谱在频率为零时应满足的条件是

$$S_j(0) = 4\sigma_j^2 L_j / U, \quad (6)$$

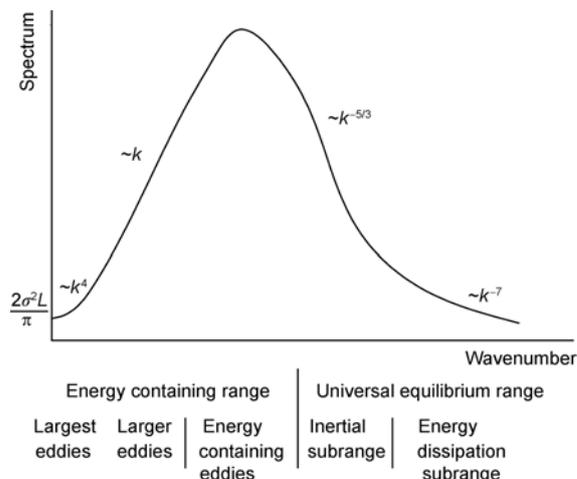


图 1 湍流能谱随波数变化示意图

$$dS_j(n)/dn|_{n=0} = 0. \quad (7)$$

根据 Kolmogorov 的 2 个假设, 随高度变化的、适用于惯性子区的功率谱可表示为<sup>[8]</sup>

$$\frac{nS_j(n)}{u_*^2} = \alpha_j f^{-2/3}, \quad (8)$$

式中,  $u_*$  表示摩阻速度;  $j$  表示湍流分量的符号,  $j=u, v, w$ ;  $\alpha_j$  是常数;  $f$  表示莫宁坐标,  $f = nz/U$  并且  $f > 0.2$ . Simiu<sup>[9]</sup> 推导得出了常数  $\alpha_u$  的值为 0.26, 而 Tieleman<sup>[10]</sup> 给出了 3 个脉动分量  $\alpha_j$  的取值,  $\alpha_u=0.27$ ,  $\alpha_v=0.36$ ,  $\alpha_w=0.36$ . 根据风洞实验得到的均匀各向同性湍流数据, Karman<sup>[11]</sup> 提出了顺风向湍流功率谱的 Karman 模型, 即

$$\frac{nS_u(n)}{u_*^2} = \frac{4f\beta_u L_u/z}{(1+70.8f^2 L_u^2/z^2)^{5/6}}, \quad (9)$$

式中,  $\beta_u$  称为湍流  $u$  分量的强度系数,  $\beta_u = \sigma_u^2/u_*^2$ . 显然, 由(9)式确定的顺风向功率谱  $S_u(n)$  满足(6)和(7)式 2 个条件, 同时  $S_u(n)$  还满足 Simiu<sup>[9]</sup> 提出的风速功率谱的另外 3 个条件, 即  $S_u(n)$  是单调函数, 在  $L_u \approx 0.3\beta_u^{3/2}z$  的条件下  $S_u(n)$  在惯性子区内是连续的且与(8)式数值相同,  $S_u(n)$  与横轴包围的面积等于  $\sigma_u^2$ . 因此, Karman 谱实际上是惯性子区谱曲线和零频率谱值的一个插值公式.

由于 Karman 模型是根据均匀各向同性湍流实验数据拟合得到的公式, 而在近地面范围内, 由于受到粗糙地貌的影响, Karman 模型可能存在偏差<sup>[9]</sup>. Karman 模

型很好的反映了惯性子区的谱曲线, 而没有很好地反映含能区以及耗散子区的能谱曲线. Karman 谱  $S_u(n)$  在含能区的谱曲线形状近似为水平直线, 即不同频率的大涡包含相同或相近的能量, 这过高估计了大涡的能量, 对于低频结构(例如海洋平台、斜拉桥)的抗风设计是偏于安全的.

(8)和(9)式奠定了现代风工程中风速谱研究的基础. 正如 Solari<sup>[12]</sup>指出, 人们对风速谱的研究是从 3 个方面展开的. 第一, 确定(9)式中积分尺度  $L_u$  与强度系数  $\beta_u$  的取值<sup>[13-15]</sup>; 第二, 直接采用(8)式表示惯性子区的风速谱, 并且采用多项式拟合含能区的谱曲线<sup>[16, 17]</sup>; 第三, 采用类似 Karman 谱的单一表达式表示风速谱. Fichtl<sup>[16]</sup>提出了均匀各向同性湍流风速谱通用公式, 即

$$\frac{nS_j(n)}{u_*^2} = \frac{A_j f}{(1 + B_j f^{\gamma_j})^{5(3\gamma_j)}}, \quad (10)$$

式中,  $A_j$ ,  $B_j$  和  $\gamma_j$  是待定常数, 其中指数  $\gamma_j$  可用以调节峰的尖削程度. 显然, 由(10)式可知,  $S_j(0) = A_j u_*^2 z/U$ ; 如果  $A_j = 4\beta_j L_j/z$ , (10)式满足(6)式的条件; 其他情况下,  $A_j$  的拟合值不满足(6)式的条件, 但仍然满足 Simiu<sup>[9]</sup>提出的其他条件. 自 20 世纪 60 年代至 20 世纪 90 年代, 多位风工程研究者分别依据不同的观测数据拟合了形如(10)式的风速谱表达式<sup>[17-24]</sup>, 其中包括横风向和竖直风向风速谱. 在众多的风速谱拟合公式中, 指数  $\gamma_j$  的取值通常为 1 或 2 或 5/3.

在(9)式中, 需要确定积分尺度  $L_u$  的拟合公式, 需要研究湍流强度系数  $\beta_u$  的取值; 如果将莫宁坐标  $f = nz/U$  替换为无量纲坐标  $f_u = nL_u/U$ , 并且将摩擦速度  $u_*^2$  替换为顺风向风速分量的方差  $\sigma_u^2$  ( $\sigma_u^2 = \beta_u u_*^2$ ), Karman 谱可写为

$$\frac{nS_u(n)}{\sigma_u^2} = \frac{4f_u}{(1 + 70.8f_u^2)^{5/6}}. \quad (11)$$

在上式中, 只要确定任意高度处的平均风速  $U$ 、积分尺度  $L_u$  以及脉动方差  $\sigma_u^2$ , 就可以得到风速谱的表达式. 日本规范 AIJ-RLB-2004、澳洲规范 AS/NZS 1170.2-2002 直接采用了(11)式所示的 Karman 风速谱. 美国规范 ANSI/ASCE 7-95 采用了 Solari<sup>[18]</sup>提出的拟合公式, 即

$$\frac{nS_u(n)}{\sigma_u^2} = \frac{6.868f_u}{(1 + 10.302f_u)^{5/3}}. \quad (12)$$

欧洲规范 BS EN 1991-1-4:2005 采用了与美国规范十分类似的风速谱公式, 即

$$\frac{nS_u(n)}{\sigma_u^2} = \frac{6.8f_u}{(1 + 10.2f_u)^{5/3}}. \quad (13)$$

中国规范 GB50009-2006、加拿大规范 NBCC-2005 采用不随高度变化的 Davenport 风速谱, 即

$$\frac{nS_u(n)}{\sigma_u^2} = \frac{2x^2/3}{(1 + x^2)^{4/3}}, \quad (14)$$

式中  $x = 1200 n/U_{10}$ ,  $U_{10}$  表示 10 m 高度处的平均风速. Davenport 风速谱是根据多个国家、不同地貌、不同高度的风速谱拟合得到的<sup>[25]</sup>, 它不能够反映风速谱随高度的变化情况, 不满足(6)式给出的条件. 与 Karman<sup>[11]</sup>、Solari<sup>[18]</sup>以及 Simiu<sup>[26]</sup>提出的风速谱相比, Davenport 谱在低频区偏小, 而在高频区偏大.

### 3 希黄变换与希尔伯特能谱

在结构风工程的研究历史上, 傅立叶变换一直是将风速、风压时域信号转换为频域信号的工具. 通过傅立叶变换, 时域信号表示为多个三角函数之和的形式, 这些三角函数具有对称、平稳的特性, 因此, 傅立叶变换的实测信号应是平稳随机过程或周期变化过程. 傅立叶变换在整个时域上积分, 丢失了信号的时域信息, 不能够反映时域信号中的漂移、突变、局部间歇性等瞬时特性; 另一方面, 为了拟合非平稳时程的波形, 傅立叶变换需要引入大量的高频伪谐波分量, 这些伪谐波只具有数学意义而不具有物理意义, 并且这些高频伪谐波打乱了能量在频域内的分布, 低估了低频范围内的能量<sup>[27]</sup>. 以傅立叶变换为基础发展起来的短时傅立叶变换、Wigner-Ville 分布等时-频变换技术未能完全克服傅立叶变换自身存在的缺陷.

实测湍流时程信号表现出强烈的非平稳、非线性特性, 为了满足傅立叶变换信号平稳性的条件, 往往需要选取相对平稳的风速记录作为统计分析的样本. 20 世纪 80 年代, 小波变换技术的出现引起了风工程研究者的注意, 众多学者开始尝试采用小波变换进行湍流实测信号的分析<sup>[28-30]</sup>. 通过预先指定小波作为基函数, 改变小波的尺度因子和时移因子, 小波变换将时域信号分解为一系列小波分量之和, 这些小波分量具有非平稳、非线性的特性. 因此, 利用小波

变换能够分析非平稳、非线性信号, 并且同时保留了时域和频域的信息. 然而, 小波变换只能反映局部时段内的频率分布, 不能够准确的表达瞬时频率.

Huang<sup>[31]</sup>提出了希黄变换方法用于非平稳、非线性信号的时域-频域分析. 首先, 采用经验模态分解(empirical mode decomposition, EMD)方法, 将非平稳、非线性信号分解为一系列固有模态函数(intrinsic mode function, IMF)之和; 其次, 对每个 IMF 进行希尔伯特变换, 并且将原始信号写为解析信号的形式. 希黄变换的基函数不需要预先指定, 经验模态分解具有自适应性, 并且解析信号在时域-频域平面内瞬时地描述了实测信号的幅值、频率.

在传统的湍流统计分析理论中, 功率谱密度函数描述了脉动风速能量在频域上的分布. 同样, 这一概念也可以推广应用于以希黄变换为工具的湍流能谱的定义之中, 得到希尔伯特能谱, 希尔伯特能谱描述了湍流能量在时域-频域平面上的分布情况.

假设  $u(t)$  是顺风向脉动速度分量, 利用希黄变换技术可以写出风速时程  $u(t)$  的解析信号, 即

$$\begin{aligned} u_a(t) &= u(t) + i \cdot \tilde{u}(t) = \sum_k [c_k(t) + i \cdot \tilde{c}_k(t)] \\ &= \sum_k A_k(t, n) e^{i\theta_k(t)}, \end{aligned} \quad (15)$$

式中,  $c_k(t)$  是第  $k$  个固有模态函数;  $\tilde{c}_k(t)$  是  $c_k(t)$  的希尔伯特变换;  $A_k(t, n)$  是时域-频域幅值,  $A_k(t, n) = \sqrt{c_k^2(t) + \tilde{c}_k^2(t)}$ ; 瞬时相位角  $\theta_k(t) = \arctan(\tilde{c}_k(t)/c_k(t)$ ; 瞬时频率  $n = d\theta_k(t)/(2\pi dt)$ .

由希尔伯特变换的定义可知, 解析信号  $u_a(t)$  包含的能量是脉动风速时程  $u(t)$  的能量的 2 倍, 即  $\sum_k A_k^2(t, n) = 2u^2(t)$ . 将风速持续时间  $T$  划分为时间步长为  $\Delta t$  的  $N_1$  等份, 将频域  $f_{\max}/2$  (其中  $f_{\max}$  是采样频率) 划分为频率步长为  $\Delta n$  的  $N_2$  等份, 脉动风速  $u(t)$  的总能量在时域-频域平面  $\Delta t \times \Delta n$  范围内的能量是  $\sum_k A_k^2(t, n)/(2N_1N_2)$ , 因此, 希尔伯特时域-频域能量谱可定义为

$$S_u(t, n) = \frac{\sum_k A_k^2(t, n)}{2N_1N_2\Delta t\Delta n}. \quad (16)$$

显然,  $S_u(t, n)$  对时间、频率的二重积分等于脉动风速的方差. 如果只是对时间积分, 得到希尔伯特能

量谱的边际谱, 即

$$S_u(n) = \int_0^T \frac{\sum_k A_k^2(t, n)}{2N_1N_2\Delta t\Delta n} dt. \quad (17)$$

以希黄变换为工具的希尔伯特时域-频域能量谱表达式(16)反映了非平稳信号在各时刻、各频率处能量的分布; 而其边际谱表达式(17)是通过时域-频域能谱对时间的积分得到的, 即相同频率处的边际谱值等于各时刻谱值之和, 边际谱反映了信号能量在各频率处的分布.

#### 4 北京气象塔风速谱的特点及其拟合公式

北京 325 m 气象塔(图 2)位于北京北三环路以北四环路之间, 隶属于中国科学院大气物理研究所, 始建于 1974 年, 1979 年 8 月正式投入使用. 在气象塔建成初期至 20 世纪 80 年代末, 塔址位于北京市的城郊结合部, 周围没有高大的建筑, 当时地表反映了城郊非均匀下垫面的特征. 进入 20 世纪 90 年代, 北京市城市建设加速发展, 城市规模迅速扩大. 在气象塔北侧、南侧先后建成了牡丹园小区和冠城园小区, 建筑物高度一般在 60 m 以下; 其中冠城园小区更加靠近气象塔位置, 对气象塔近地面气流的影响最为显著. 进入 2000 年以后, 气象塔周围地貌转变为复杂的城市粗糙下垫面并持续至今.

2000 年前后, 中科院大气物理研究所在气象塔 47, 120, 280 m 三个高度上安装了自行研制的 UAT-1 型超声风速仪, 用于记录近地面大气湍流的变化情况. 超声风速仪安装在长 4.5 m 伸向东北方向的支架

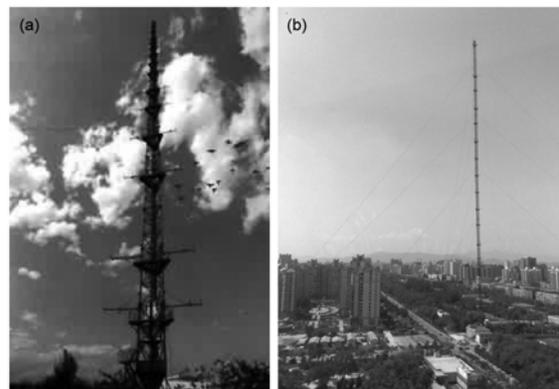


图 2 北京气象塔

(a) 20 世纪 80 年代; (b) 2000 年后

末端, 采样频率为 10 Hz. 从此, 开始积累近地面大气湍流的观测数据.

本文采用了北京气象塔 2005~2007 年以及 2002 年部分实测湍流数据进行统计分析, 数据由中科院大气物理研究所提供. 在春、秋、冬 3 个季节, 北京城区的盛行风向为西北风. 将北京 325 m 气象塔 2002 年、2005 年、2006 年和 2007 年 4 个年度、3 个季节的西北风 10 min 风速记录集中在一起, 各风速区间的样本数目列于表 1.

由(6)式可知, 湍流能谱在频率为零的谱值与积分尺度和平均风速的大小有关; 由(8)~(14)式可知, 湍流能谱在其他频率处的谱值也取决于积分尺度和平均风速的大小; 因此, 对湍流能谱的计算、拟合之前, 应确定积分尺度的表达式以及平均风速的取值.

对表 1 风速样本的积分尺度的计算结果表明, 随着风速增大, 积分尺度增大, 但积分尺度增大的幅度渐趋平缓. 47 m 高度风速大于 8 m/s 时, 积分尺度随高度的变化趋于稳定, 因此, 选择 47 m 高度风速大于 8 m/s 的 378 个样本进行进一步分析. 这 378 个样本的积分尺度的概率分布呈现很大的离散型, 其中积分尺度最大值或较大值的发生概率很小. 在计算积分尺度平均值和拟合公式时, 如果包含这些积分尺度数值较大的风速样本, 计算结果将显著地增大, 而这些较大的积分尺度的发生概率极小, 可认为是积分尺度的奇异值. 因此, 在拟合积分尺度剖面过程中舍弃了这些积分尺度较大的样本. 将 47 m 高度风速 8~9, 9~10, 10~12 m/s 三组样本中, 舍弃积分尺度

是奇异值的样本, 得到的样本数目列于表 2. 对这些样本的积分尺度剖面进行拟合, 得到北京气象塔湍流积分尺度剖面的表达式为

$$L_u = \begin{cases} 90(Z/30)^{0.55}, & 30 \text{ m} < Z \leq 450 \text{ m}, \\ 90, & Z \leq 30 \text{ m}, \end{cases} \quad (18)$$

$$L_v = \begin{cases} 45(Z/30)^{0.70}, & 30 \text{ m} < Z \leq 450 \text{ m}, \\ 45, & Z \leq 30 \text{ m}, \end{cases} \quad (19)$$

$$L_w = \begin{cases} 15(Z/30)^{0.85}, & 30 \text{ m} < Z \leq 450 \text{ m}, \\ 15, & Z \leq 30 \text{ m}. \end{cases} \quad (20)$$

对上述风速时程样本进行希黄变换, 得到其解析信号, 按照(16)式计算时域-频域能谱, 按照(17)式计算其边际谱. 图 3~5 给出了 3 个风速区间、3 个高度的顺风向无量纲风速谱及其平均值(图中粗实线).

随着无量纲频率  $nL_u/\sigma_u^2$  的增大, 风速谱的离散型愈来愈大, 图 3~5 只给出了频率  $n=0\sim 1$  Hz 的顺风向谱曲线. 从双对数坐标谱曲线图中可以看出, 当  $nL_u/U > 0.2$  时, 平均谱曲线近似为直线; 因此, 可认为惯性子区的下限是  $nL_u/U=0.2$ , 此时对应的频率  $n > 0.016$  Hz. 对  $n=0.016\sim 0.5$  Hz 范围内的双对数坐标谱曲线进行线性拟合, 得到直线斜率的变化范围在  $-0.507\sim -0.664$  之间, 其平均值为  $-0.588$ , 这一数值小于均匀各向同性湍流的理论值  $-2/3$ ((8)式). 这是由于大气湍流受到了北京气象塔周围地貌粗糙元的影响, 实测湍流不是理想的均匀各向同性湍流. 考虑到这一因素, 在拟合风速谱时, 近似假定惯性子区的风

表 1 西北风 10 min 风速时程样本全部数目

Mean speed at 47 m	2~3 m/s	3~4 m/s	4~5 m/s	5~6 m/s	6~7 m/s	7~8 m/s	8~9 m/s	9~10 m/s	10~11 m/s	11~12 m/s
Number of samples	1778	1574	1241	925	698	499	274	76	24	5

表 2 计算风速谱的有效样本数目及其积分尺度、平均风速

Mean speed at 47 m		47 m			120 m			280 m		
		u	v	w	u	v	w	u	v	w
8~9 m/s	Number of samples	228	243	259	222	240	248	213	238	230
	Integral length scale (m)	115.2	61.6	22.0	192.9	118.8	48.7	307.4	214.9	100.1
	Mean speed (m/s)	8.4	8.4	8.4	11.6	11.6	11.6	14.4	14.3	14.4
9~10 m/s	Number of samples	64	69	72	62	70	69	58	67	64
	Integral length scale (m)	115.2	61.6	22.0	192.9	118.8	48.7	307.4	214.9	100.1
	Mean speed (m/s)	9.4	9.4	9.4	12.9	12.8	12.9	15.6	15.7	15.5
10~12 m/s	Number of samples	24	29	28	23	28	28	18	29	29
	Integral length scale (m)	115.2	61.6	22.0	192.9	118.8	48.7	307.4	214.9	100.1
	Mean speed (m/s)	10.5	10.6	10.5	14.5	14.6	14.7	18.1	17.8	17.8

速谱  $nS_u(n)/\sigma_u^2$  按照  $f_u^{-3/5}$  变化 ( $f_u = nL_u/U$ ); 对于横风向以及竖直风向, 惯性子区的风速谱  $nS_{v,w}(n)/\sigma_{v,w}^2$  也按照  $f_{v,w}^{-3/5}$  变化 ( $f_{v,w} = nL_{v,w}/U$ ).

随平均风速增大, 实测风速样本越来越少; 若将所有 47 m 高度平均风速大于 8 m/s 的样本集中在一起, 拟合湍流能谱的公式, 较低风速的样本数目远多于较大风速的样本数目, 在能谱拟合结果中将不能充分反映高风速样本的贡献. 为了克服这一缺陷, 在能谱拟合过程中采用了 47 m 高度 3 个风速区间(8~9, 9~10, 10~12 m/s)、3 个高度(47, 120, 280 m)上的 9 条平均风速谱(图 3~5 中粗实线)作为能谱拟合的目标.

在能谱拟合过程, 参照均匀各向同性湍流风速

谱通用公式(10), 采用下列公式作为北京气象塔风速谱的拟合公式, 即

$$\frac{nS_j(n)}{\sigma_j^2} = \frac{a_j f_j}{(1 + b_j f_j^{\gamma_j})^{8/(5\gamma_j)}}, \quad (21)$$

式中,  $a_j, b_j, \gamma_j$  是待定参数. (21)式主要描述了惯性子区的能谱形状, 即  $S_j(n)$  按照  $f_j^{-8/5}$  变化, 不能够很好地描述含能区以及耗散子区的能谱形状; 在(21)式中, 只有当  $a_j=4$  时, 能谱  $S_j(n)$  满足(6)式的条件, 即  $S_j(0) = 4\sigma_j^2 L_j/U$ ; 当  $n=0$  时,  $dS_j(n)/dn = 0$ , 这表示在最大及较大尺度涡范围内,  $S_j(n)$  是一条水平直线.

为了改进湍流能谱的拟合效果, 减小拟合误差,

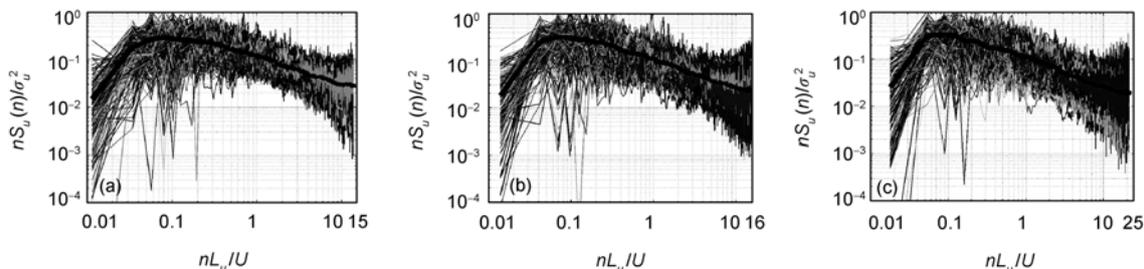


图3 47 m 高度 8-9 m/s 风速顺风向能谱函数曲线及其平均值  
(a) 47 m 高度; (b) 120 m 高度; (c) 280 m 高度

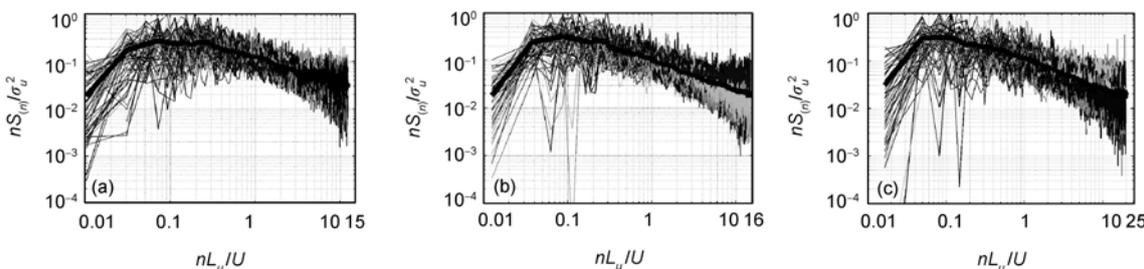


图4 47 m 高度 9-10 m/s 风速顺风向能谱函数曲线及其平均值  
(a) 47 m 高度; (b) 120 m 高度; (c) 280 m 高度

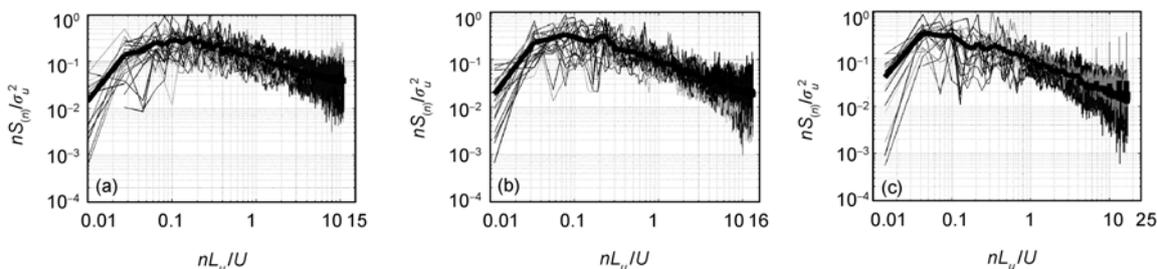


图5 47 m 高度 10-12 m/s 风速顺风向能谱函数曲线及其平均值  
(a) 47 m 高度; (b) 120 m 高度; (c) 280 m 高度

本文提出了另一种能谱拟合公式, 即

$$\frac{nS_j(n)}{\sigma_j^2} = \frac{4f_j(1+a_jf_j)}{(1+b_jf_j^{\gamma_j})^{13/(5\gamma_j)}} \quad (22)$$

当  $n=0$  时,  $S_j(0) = 4\sigma_j^2L_j/U$ , 满足(6)式的条件; 当  $n=0$  时,  $dS_j(n)/dn = 4\sigma_j^2L_ja_j/U^2$ , 这表示在最大及较大尺度涡范围内,  $S_j(n)$ 是一条斜率为  $4\sigma_j^2L_ja_j/U^2$  的斜线,  $S_j(n)$ 是频率  $n$  的一次函数, 这符合图1中大涡范围内的能谱变化曲线<sup>[6]</sup>; 当  $n$  或  $f_j$  较大, 处于惯性子区范围内时,  $S_j(n)$ 按照  $f_j^{-8/5}$  变化, 这与各风速区间、各个高度上的实测能谱的惯性子区的谱曲线形状一致. 因此, (22)式同时符合惯性子区和大涡范围内的能谱曲线特征.

按照(21), (22)式拟合图 3~5 给出的 9 条平均风速谱曲线, 得到以希黄变换为工具的风速谱拟合结果如图 6~8. 由此可知, 采用(21), (22)式均能得到很好的拟合结果, (22)式能够更好的反映风速谱在大涡范围内的变化趋势, 而(21)式的形式更加简单、实用.

如果对上述相同的风速时程样本进行傅里叶变换, 得到其样本风速谱及其平均谱, 然后按照(21), (22)式拟合平均谱曲线, 得到以傅立叶变换为工具的风速谱拟合结果如图 9~11. 与希黄变换风速谱相比较, 傅立叶变换得到的平均风速谱的离散性更大, 拟合误差更大.

以(21)式为模型, 采用希黄变换和傅立叶变换得到的拟合曲线如图 12~14 所示. 显然, 希黄变换风速谱在含能区内的谱值大于傅立叶变换风速谱的谱值, 并且希黄变换谱函数  $nS_j(n)/\sigma_j^2$  的峰值频率小于傅里叶变换谱函数的峰值频率; 产生这一差别的原因在于

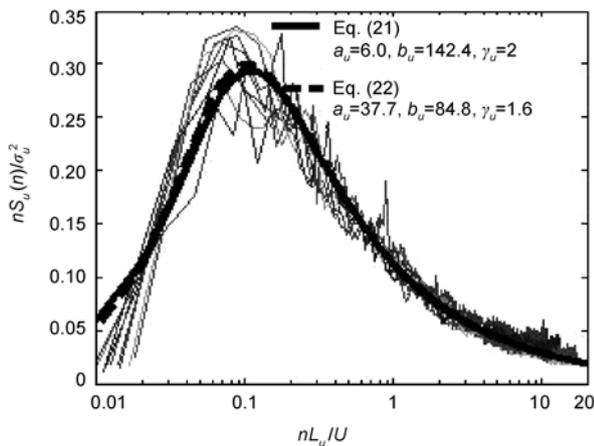


图 6 顺风向希黄变换风速谱

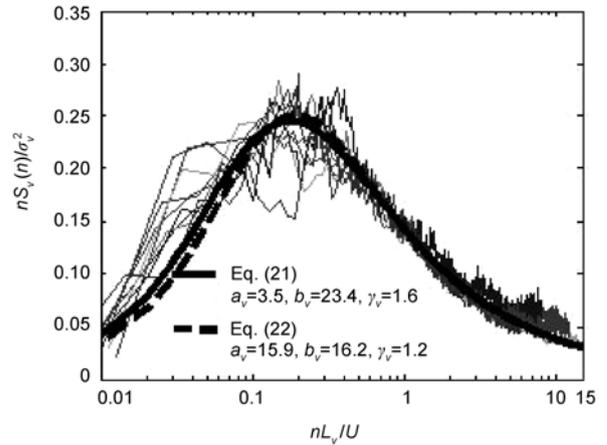


图 7 横风向希黄变换风速谱

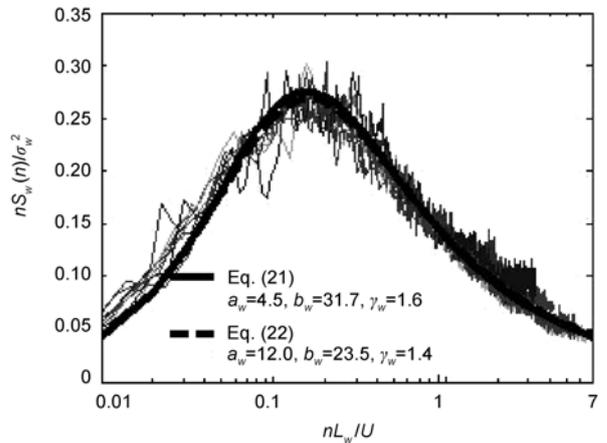


图 8 竖风向希黄变换风速谱

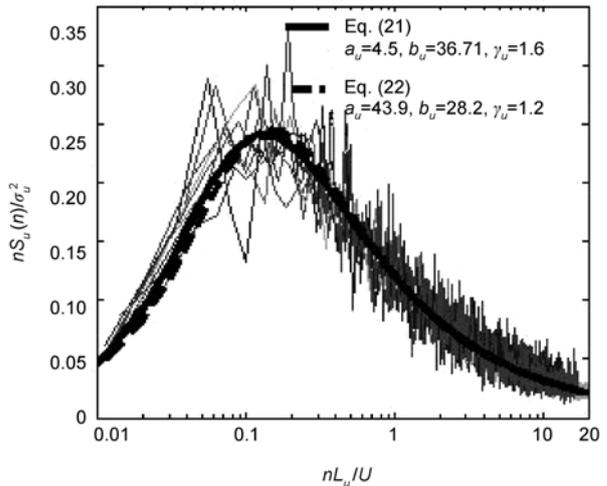


图 9 顺风向傅立叶变换风速谱

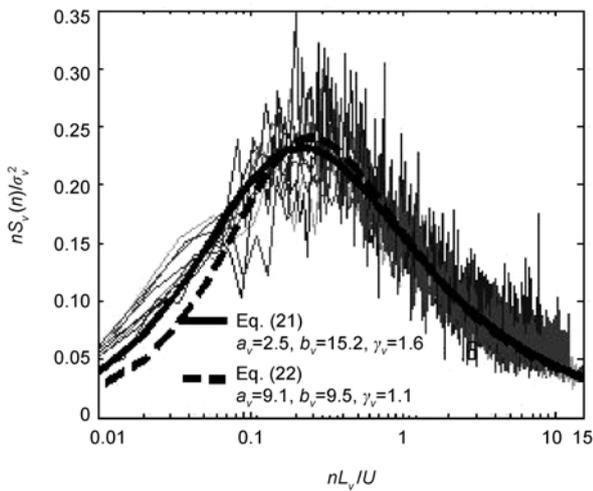


图 10 横风向傅立叶变换风速谱

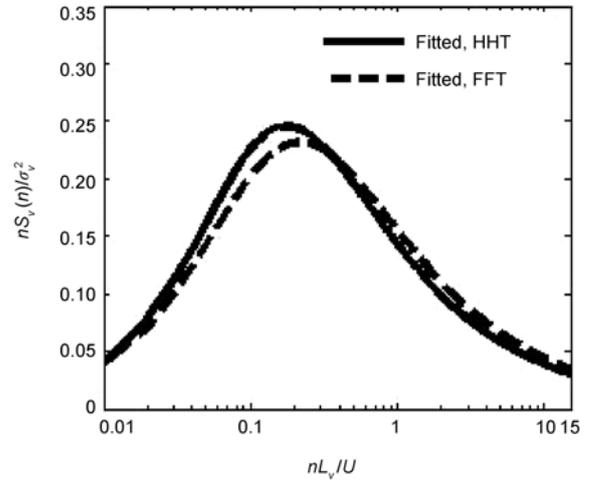


图 13 横风向风速谱比较

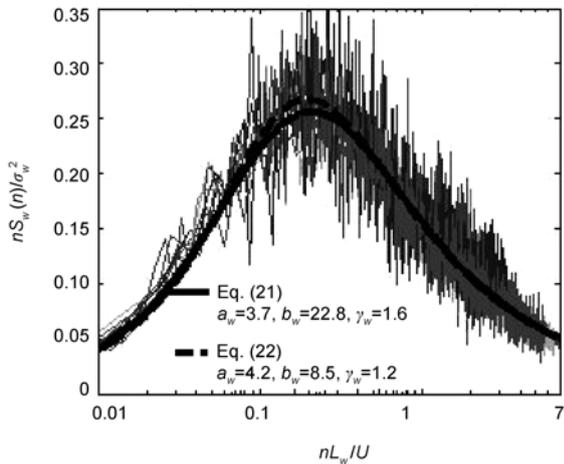


图 11 竖风向傅立叶变换风速谱

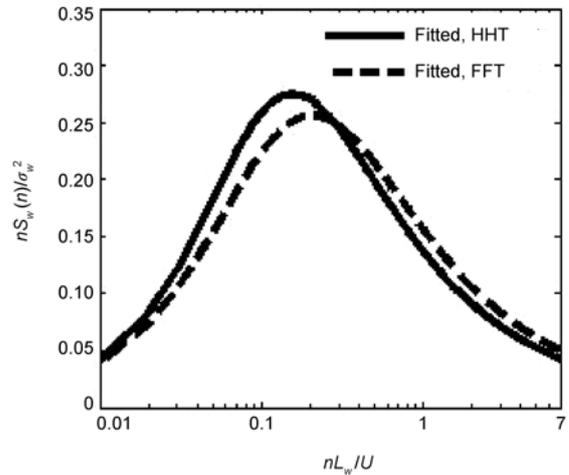


图 14 竖风向风速谱比较

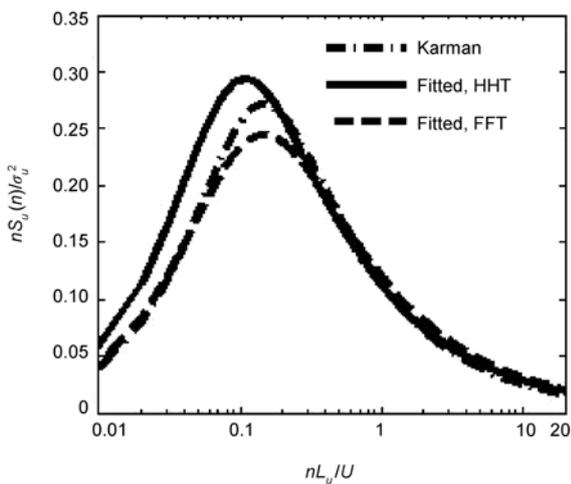


图 12 顺风向风速谱比较

傅立叶变换本身, 在傅里叶变换过程中, 采用许多高频伪谐波拟合时程曲线中的尖峰, 这导致高频区谱值增大, 相应地低频谱值减小. 由此可知, 采用希黄变换方法计算风速谱能够更加细致、准确地反映含能区的谱值.

北京气象塔实测湍流惯性子区的风速谱  $S_{u,v,w}(n)$  按照  $f_{u,v,w}^{-8/15}$  变化, 近似符合均匀各向同性湍流的  $-5/3$  律, 因此可以将拟合风速谱与 Karman 谱进行比较 (图 12). 除含能涡范围内 Karman 谱略高于傅立叶变换风速谱外, 傅里叶变换拟合谱与 Karman 谱曲线非常接近; 而希黄变换拟合谱在含能区的谱值略大于 Karman 谱, 在惯性子区和耗散子区希黄变换拟合谱非常接近 Karman 谱. 由上述计算结果可知, 采用以傅立叶变换为基础得到的 Karman 谱在低频区的谱值可能比实际谱值偏小.

## 5 结论

本文简单介绍了湍流能谱理论的研究历史以及结构风工程中的风速谱模型. 在此基础上, 提出了能够同时反映惯性子区和大涡范围内能谱特性的风速谱模型. 采用希黄变换以及傅里叶变换方法分别计算了北京气象塔实测湍流的风速谱, 并采用最小二乘拟合方法确定了风速谱模型中的待定参数. 风速谱拟合结果表明, 本文提出的风速谱模型与通用风速谱模型均能很好地拟合北京气象塔实测湍流的能谱曲线; 但本

文提出的风速谱模型能够更准确地反映大涡范围内的风速谱曲线特征, 并且满足零频率处的理论谱值.

采用傅里叶变换计算实测湍流的风速谱过程中, 为了拟合非平稳时程的尖峰, 需要引入许多高频伪谐波, 这打乱了风速谱的能量分布, 导致低频谱值偏小. 本文采用希黄变换方法计算实测湍流的风速谱, 能够瞬时地反映脉动风速谱的频域特性, 能够准确地计算风速谱含能区内的谱值. 由此得到的风速拟合谱在含能区内略大于傅立叶变换风速谱, 而在惯性子区和耗能子区的谱值非常接近傅立叶变换风速谱.

## 参考文献

- Richardson L F. Weather prediction by numerical process. Cambridge: Cambridge University Press, 1922
- Kolmogorov A N. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers (in Russian). Dokl Akad Nauk SSSR, 1941, 30: 299-303
- Heisenberg W. Zur statistischen theorie der turbulenz. Max Plank Institute fur Physik, Gottingen, 1946
- Weiszacker C F V. Das spectrum der turbulenz, Max Plank Institute fur Physik, Gottingen, 1946
- Pao Y H. Structure of turbulent velocity and scalar fields at large wave-numbers. Phys Fluids, 1965, 8: 1063-1075
- Heisenberg W. On the theory of statistical and isotropic turbulence. Proc R Soc London Ser. A, 1948, 195: 402-406
- Batchelor G K. Kolmogoroff's theory of locally isotropic turbulence. Math Proc Cambridge Philos Soc, 1947, 43: 533-559
- Batchelor G K. The Theory of Homogeneous Turbulence. Cambridge: Cambridge University Press, 1953
- Simiu E, Scanlan R H. Wind Effects on Structures: Fundamentals and Applications to Design. 3rd ed. New York: Wiley, 1996
- Tieleman H W. Wind characteristics in the surface layer over heterogeneous terrain. J Wind Eng Ind Aerodyn, 1992, 41: 329-340
- Karman T V. Progress in the statistical theory of turbulence. Proc Nat Acad Sci USA, 1948, 34: 530-539
- Solari G. Turbulence modeling for gust loading. J Struct Engrg, ASCE, 1987, 113: 1550-1569
- Wyngaard J C, Cote O R, Rao K S. Modeling the atmospheric boundary layer. Adv Geophys, 1974, 18A: 193-211
- Deaves D M, Harris R I. A mathematical model of the structure of strong winds. CIRIA Report 76, Construction Industry Research and Information Association, London, U K, 1978
- Engineering Sciences Data Unit. Characteristics of atmospheric turbulence near the ground. Part II: Single point data for strong winds (neutral atmosphere). ESDU 85020, ESDU, London, U K, 1985
- Fichtl G E, McVehil G E. Longitudinal and lateral spectra of turbulence in the atmospheric boundary layer at the Kennedy Space Center. Appl Meteorol, 1970, 9: 51-63
- Simiu E. Wind spectra and dynamic alongwind response. Struct Div, ASCE, 1974, 100: 1897-1910
- Solari G. Gust buffeting. I: Peak wind velocity and equivalent pressure. J Struct Eng, 1993, 119: 365-382
- Lumley J L, Panofsky H A. The Structure of Atmospheric Turbulence. New York: Wiley, 1962
- Kaimal J C, Wyngaard J C, Izumi Y, et al. Spectral characteristics of surface layer turbulence. Quart J Roy Meteorol Soc, 1972, 98: 563-589
- Hino M. Spectrum of gusty wind. In: Proceedings of the 3rd International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures, Tokyo, Japan, 1971. 69-77
- Harris R I. The nature of the wind. In: Proceedings of the Seminar on the Modern Design of Wind Sensitive Structures, Institution of Civil Engineers, London, 1970. 29-55
- Kareem A. Wind induced response analysis of tension leg platforms. J Struct Engrg, ASCE 1985, 11: 37-55
- Tieleman H W. Universality of velocity spectra. J Wind Engrg Ind Aerodynam, 1995, 56: 55-69
- Davenport A G. The spectrum of horizontal gustiness near the ground in high winds. Q J Royal Meteorological Soc, 1961, 87: 194-211
- Simiu E, Leigh S D. Turbulent wind and tension leg platform surge. Struct Eng, ASCE, 1984, 110: 785-802
- Huang N E, Chern C C, Huang K, et al. A new spectral representation of earthquake data: Hilbert spectral analysis of station TCU129, Chi- Chi, Taiwan, 21 September 1999. Bull Seismol Soc Am, 2001, 91: 1310-1338
- Kareem A, Kijewski T. Time-frequency analysis of wind effects on structures. J Wind Eng Ind Aerodyn, 2002, 90: 1435-1452
- Xu Y L, Chen J. Characterizing nonstationary wind speed using empirical mode decomposition. J Struct Eng, 2004, 130: 912-920
- Li Q S, Wu J R. Time-frequency analysis of typhoon effects on a 79-storey tall building. J Wind Eng Ind Aerodyn, 2007, 95: 1648-1666
- Huang N, Shen Z, Long S, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. Proc Roy Soc Lond, 1998, 454A: 903-993