



论文

基于嫦娥一号激光测高数据的月球三轴椭球体模型

王文睿^{①②③*}, 李斐^①, 刘建军^②, 任鑫^②, 邹小端^{②③}, 牟伶俐^②, 鄢建国^①, 邹永廖^②, 张洪波^②, 吕昌^②, 刘建忠^②, 左维^②, 苏彦^②, 温卫斌^②, 边伟^②, 汪敏^②, 李春来^②, 欧阳自远^②

① 武汉大学测绘学院, 武汉 430079;

② 中国科学院国家天文台, 北京 100012;

③ 中国科学院研究生院, 北京 100049

* E-mail: wangwr@bao.ac.cn

收稿日期: 2010-03-12; 接受日期: 2010-07-27

国家自然科学基金(批准号: 40772203)和中国科学院知识创新工程方向性项目(编号: KZCX2-YW-319)资助

摘要 基于月球大地测量参数在月球探测中的基础性作用以及目前能够获取的测量数据类型, 选取嫦娥一号测高地形数据及Lunar Prospector月球重力场模型作为数据源, 采用地形逼近方法, 解算了月球主惯性矩、主惯性轴指向、月球赤道半径、极半径、平均半径、月球形状扁率及质心与形心偏移量($D_{\text{COM-COF}}$)等大地测量参数, 得到地形逼近三轴椭球体和三轴水准椭球体, 并与国内外已有研究成果进行比较分析, 认为新计算的三轴水准椭球能较精确地反映月球质心与形心的不重合状况以及偏移的方向和量级.

关键词

嫦娥一号
激光高度计数据
月球椭球体
月球重力场

月球大地测量参数是月球探测数据处理与科学研究中的重要数据, 能够为月球大地测量及月球物理场提供重要参考数据, 同时, 大地测量参数变化信息也反映月球动力学和自身性质的变化, 诸如转动速率的加快或减慢、转动轴指向的偏移、体积的膨胀或收缩等, 这些都为进一步了解和研究月球内部结构、起源和演化过程提供重要信息. 月球大地测量参数一般包括月球平均半径、月心引力常数、月球自转速度、月球动力形状因子、月面平均重力、月球平均密度和月球总质量等, 同时也包括测量基准面(参考球面或参考椭球面).

嫦娥一号卫星于 2007 年 10 月 24 日成功发射, 并

于 2007 年 11 月 7 日进入了指定的月球轨道, 开始科学探测任务. 嫦娥一号卫星上搭载了激光高度计 LAM, 能够获取覆盖全月的高分辨率测高地形数据. Lunar Prospector 是美国 1998 年发射的月球探测器, 获取的重力场模型 LP165P 和 LP150Q 是目前阶次和精度最高的重力场模型. 结合地形数据和重力场数据, 能够解算出包括月球主惯性矩、主惯性轴、半径、扁率以及质心形心偏移在内的大地测量参数, 并能够分别拟合出与月球自然地形和月球大地水准面最佳逼近的三轴几何椭球体和三轴水准椭球体.

三轴几何椭球体可以作为大地测量的几何参考体. Smith等^[1]于 1997 年利用Clementine月面激光测高

数据建立了逼近月表地形的三轴椭球体及旋转椭球体, 此外, Rappaport等^[2,3]分别于 1994 年和 1999 年利用 360 阶次地形模型及改进模型建立了逼近金星地形的三轴椭球体, Smith等^[4]于 1999 年利用火星数据建立了逼近火星地形的三轴椭球体.

1 研究背景

在行星大地测量中, 定义星固坐标系时常用到两套坐标系, 即平坐标系和惯性坐标系. 月球的平坐标系包括一条指向地球平均位置的坐标轴和一条指向月球平均旋转轴的坐标轴, 而月球的惯性坐标系则由三条主惯性轴构成. 主惯性矩是星体相对于主惯性轴的转动惯量, 是转动惯性大小的度量, 反映了星体球的实际形状和质量分布. 主惯性矩的求解主要借助于球谐分析理论, 即利用重力位的二阶项球谐系数来确定.

根据Marchenko和Abrikosov^[5]的推导, 行星的主惯性矩与重力位二阶项球谐系数之间存在以下函数关系:

$$J_2 = (2C - A - B) / 2MR^2, \quad (1)$$

式中, J_2 为惯性坐标系中的重力位二阶项系数, A , B , C 为三个主惯性矩, M 为星体总质量, R 为平均半径.

通过引入附加条件, 即可由重力位二阶项球谐系数求解主惯性矩. 地球上通常利用 VLBI 多年观测所得的动力学扁率作为约束条件. 动力学扁率与主惯性矩之间存在如下关系:

$$H = (2C - A - B) / 2C, \quad (2)$$

式中, H 为动力学扁率.

由公式(1)和(2)可推导出主惯性矩的计算公式:

$$\begin{aligned} A &= MR^2[J_2 / H - (J_2 - 2J_{22})], \\ B &= MR^2[J_2 / H - (J_2 + 2J_{22})], \\ C &= MR^2(J_2 / H), \end{aligned} \quad (3)$$

式中, J_2 , J_{22} 为惯性坐标系中的重力位二阶项系数.

和地球相似, 月球的动力学扁率也可通过长期观测获得的高精度观测值求解. 目前用于测量月球动力学扁率的方法为地月激光测距(LLR), 其单次测距精度可达到厘米量级^[6], 并且对于月球的主惯性矩组合量 $\beta=(C-A)/B$, $\gamma=(B-A)/C$ 非常敏感^[7]. 而惯性矩组合量 β , γ 与动力学扁率 H 之间又存在如下关系:

$$H = (2\beta + \gamma\beta - \gamma) / 2(\beta + 1). \quad (4)$$

将公式(4)计算的 H 代入公式(3)即可求解月球的三个主惯性矩. 同时, 利用重力场二阶项系数还可求解主惯性轴与平坐标轴之间的夹角^[8](公式(5)和(6)):

$$\begin{aligned} u_i &= \frac{\bar{C}_{2,1}\bar{S}_{2,1} + \bar{S}_{2,2}(\varepsilon_i - 2\bar{C}_{2,0}/\sqrt{3})}{\bar{S}_{2,1}\bar{S}_{2,2} + \bar{C}_{2,1}(\varepsilon_i + \bar{C}_{2,2} + \bar{C}_{2,0}/\sqrt{3})}, \\ n_i &= \left[1 + u_i + \left(\frac{\bar{S}_{2,1}u_i - \varepsilon_i + 2\bar{C}_{2,0}/\sqrt{3}}{\bar{C}_{2,1}} \right)^2 \right]^{-1/2}, \\ m_i &= u_i n_i, \\ l_i &= \frac{n_i}{\bar{C}_{2,1}} \left(\varepsilon_i - \frac{2\bar{C}_{2,0}}{\sqrt{3}} - \bar{S}_{2,1}u_i \right), \end{aligned} \quad (5)$$

式中, l , m 和 n 分别为主惯性轴的方向余弦, $C_{2,m}$ 和 $S_{2,m}$ ($m=0, 1, 2$)为平坐标系下完全正则化的重力场二阶项系数, ε_i ($i=1, 2, 3$)为解算过程中涉及到的特征值, u_i 为中间变量.

$$\begin{aligned} \alpha_i &= (i, x) = \arccos l_i, \\ \beta_i &= (i, y) = \arccos m_i, \\ \gamma_i &= (i, z) = \arccos n_i, \end{aligned} \quad (6)$$

式中, α_i , β_i , γ_i 分别为主惯性轴与平坐标轴 x , y , z 之间的夹角.

目前最常用的重力场模型是由Lunar Prospector (以下简称LP)探测数据解算的LP重力场模型系列, 最新的LP模型是采用一步法解算的LP150Q重力场模型 (<ftp://pds-geosciences.wustl.edu/geo-ftp/lp-l-rss-5-gravity-v1>). 本文利用LP150Q重力场模型, 结合LLR多年观测所得的月球动力学扁率^[7,9](表 1), 求解得到了月球的三个主惯性矩(表 2)及主惯性轴指向(表 3).

由表 2 的计算结果可以看出, 月球的三个主惯性矩并不相等, 且存在着 $A < B < C$ 的关系, 这说明月球实际上是一个三轴体而非球体. 目前在月球大地测量和月球物理等研究领域, 常选取三轴相等的球体作为参考体. 但随着观测精度的提高以及科学研究的深化, 建立与月球实际形状及物理特性更为符合的三轴参考体是必要的.

表 3 显示了本文选用 LP150Q 重力场模型, 利用重力场二阶项系数计算得出的月球主惯性轴与平坐标轴之间的夹角.

表 1 计算中采用的相关参数

参数	数值	数据来源
月球长半径 $a(\text{m})$	1737400	IAU/IAG 报告 (http://astrogeology.usgs.gov/Projects/WGCCRE/constants/iau2000_table5.html , 2000)
月球引力常数 $G \cdot M(\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2})$	4902.800×10^9	Konopliv 等 ^[10]
引力常数 $G(\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2})$	6.6742×10^{-11}	
动力学扁率 H	$203.428 \times 10^{-6}/0.3932$	LLR ^[7,9]
球谐系数(LP150Q)	$\bar{C}_{2,0}$	$-0.909010949481 \times 10^{-4}$
	$\bar{C}_{2,1}$	$-0.186273608184 \times 10^{-8}$
	$\bar{S}_{2,1}$	$-0.14245389461 \times 10^{-8}$
	$\bar{C}_{2,2}$	$0.346376274208 \times 10^{-4}$
	$\bar{S}_{2,2}$	$0.14406350354 \times 10^{-7}$

表 2 月球的主惯性矩计算结果

$A(\times 10^{34})$	$B(\times 10^{34})$	$C(\times 10^{34})$
8.706173157105229	8.708156268255992	8.711671828286976

表 3 月球的主惯性矩的方向($i=A, B, C$)计算结果^{a)}

	(i, x)	(i, y)	(i, z)
A	0.011919°	89.988801°	89.999448°
B	89.988081°	0.024359°	89.999323°
C	89.844252°	90.000679°	0.000613°

a) (i, x) , (i, y) , (i, z) 分别为主惯性轴与平坐标轴之间的夹角

2 月球的三轴椭球体模型及其参数计算

目前, 研究月球半径及扁率等形状参数的方法主要有球谐函数法和椭球体拟合法. Smith 等^[1,4]的研究结果表明, 利用球谐函数解算月球的半径和扁率等参数时, 数据精度受选取的球谐模型截止阶次影响较大; 他们在对 Clementine 数据进行处理时, 分别利用 2~16 阶次的球谐系数计算了月球的半径, 图 1 为他们的计算结果. 从图 1 可以看出, 球谐模型的截止阶次对月球的赤道半径、极半径和平均半径均有不同程度的影响, 其中, 极半径所受影响最明显, 浮动值最大可超过 1 km; 赤道半径的最大变化值为 347 m. 对于 Clementine 数据的月球三轴椭球体参数计算结果, Smith 等^[1,4]最终选取了实验数据的均值, 但该方法是否具有普适性并未得到验证.

为了避免选取阶次的问题, 在解算平均赤道半径、极半径、平均半径、扁率、月球质心与形心之间的偏移量($D_{\text{COM-COF}}$)等主要月球大地测量参数的时候, 本文选用了椭球体拟合的方法, 来构建月球的三轴

椭球体并求解其参量.

目前, 对三轴椭球体的定义存在几种不同方式. 仅与星体自然地形最逼近而不具有等位性质的三轴椭球体, 称为三轴几何椭球体, 主要作为几何测量的基准, 用于地形图的绘制等领域; 而与星体水准面最逼近, 并与星体具有相同的质量、位以及相同的转动角速度的三轴椭球体, 称为三轴水准椭球体^[1], 主要用于行星物理研究领域的椭球体.

本文利用嫦娥一号激光高度计获取的月面地形数据, 以及现有精度最高的月球重力场模型 LP150Q, 在月球质心惯性坐标系下分别拟合了上述两种椭球体, 并对拟合结果进行了分析.

2.1 数据来源

嫦娥一号激光高度计(LAM)于北京时间 2007 年 11 月 28 日凌晨首次开机, 并成功获取了我国的第一个月表距离测量数据. 截止到 2008 年 12 月 04 日, 嫦娥一号总共获取了约 912 万个测距数据, 数据覆盖

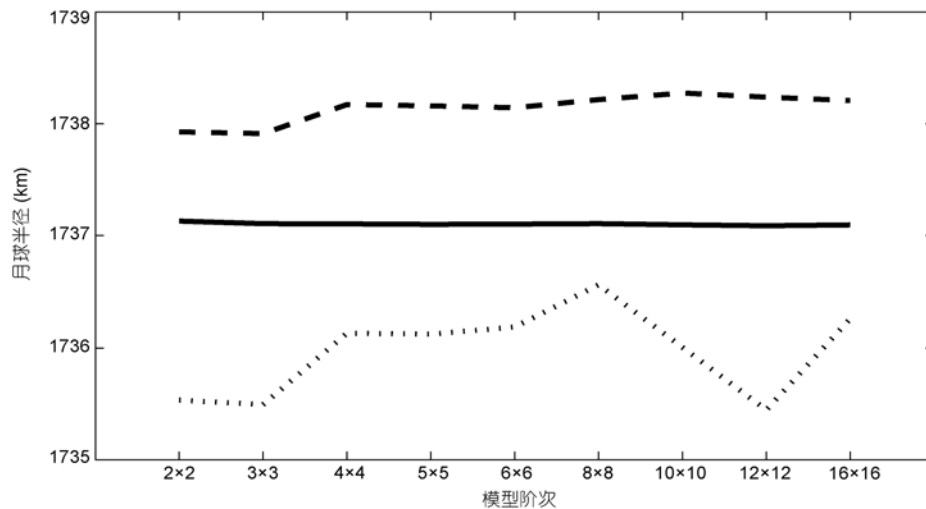


图1 Smith等^[1]对Clementine数据选用不同阶次解算的月球半径数据变化情况

实线, 平均半径; 虚线, 赤道半径; 点线, 极半径

了全月面. 由于嫦娥一号卫星采用极轨圆轨道, 轨道倾角接近 90° , 因此探测数据在中低纬度地区与纬线基本平行. LAM 原始探测数据经处理后得到相对 1737.4 km 月球正球体表面的高程值, 这些数据是沿星下点轨迹方向排列的一系列离散点. 在对高程离散点中包含的误差进行剔除或修正后, LAM 数据被制作成规则格网的月面地形数据, 用于月球大地测量的研究. 本文使用的数据, 是经过冗余数据剔除、系统校正、几何定位与高程解算、高程滤波与插值处理后的全月地形数据, 这些数据也已经作为数据产品正式向科学家发布.

2.2 三轴几何椭球体 CE-1-LAM-GEO

构建三轴几何椭球体, 仅要求其月表自然地形最逼近, 即满足以下条件:

$$\left(\frac{x-x_0}{aa}\right)^2 + \left(\frac{y-y_0}{bb}\right)^2 + \left(\frac{z-z_0}{cc}\right)^2 - 1 = \min, \quad (7)$$

式中, (x, y, z) 为月表观测点在形心参考框架中的三维坐标, aa , bb 和 cc 分别为待求椭球体的三条半轴长. 由于本文中使用的嫦娥一号卫星测量数据是以月球质心坐标系为参考坐标系的, 而已有研究成果表明, 月球的质心和形心不重合, 二者存在约 1.9 km 的偏移^[11], 因此, 在公式(7)中需引入形心坐标系相对于质心坐标系的偏移量 (x_0, y_0, z_0) .

将 (x_0, y_0, z_0) 与 aa , bb , cc 同时作为待求量, 以全球覆盖的月球激光测高数据作为观测值, 选取 Konopliv 等^[11]2001 年提出的 Euler 角数值, 利用最小

二乘平差迭代法求解 (x_0, y_0, z_0) 与 aa , bb , cc , 最终可以得到惯性坐标系中与月表自然地形最逼近的月球三轴几何椭球体, 由于惯性坐标系以质心为原点, 三轴几何椭球体中心(形心)在惯性坐标系中的坐标即为质心形心偏移(图 2, 表 4).

在惯性坐标系的 AB 平面上, 三轴几何椭球体与

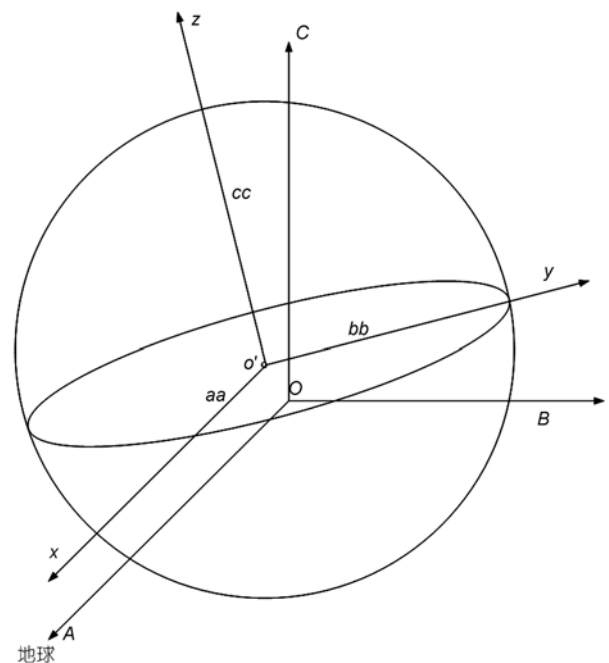


图2 惯性坐标系中的三轴几何椭球体示意图

$O-ABC$ 是以质心为原点的惯性坐标系, $O'-xyz$ 为形心坐标系, $O'z$ 与月球自转轴平行, O' 在 $O-ABC$ 中的坐标为形心相对于质心的偏移量

月表自然地形的对比如图 3. 为突出反映偏差, 图 3 中将月球相对于 1737.4 km 参考球体的高程在原基础上扩大了 10 倍. AC , BC 平面上的偏差对比图与图 3 类似.

比较本文解算的三轴几何椭球体, 1737.4 km 正球体与实际月表地形在惯性系三个平面上的偏差(表 5)可以看出, 三轴椭球体虽然在三个平面上的最小偏差值较 1737.4 km 正球体稍有偏大(较差 ≤ 1.5 m), 但最大偏差、平均偏差和偏差中误差小于 1737.4 km 椭球. 这表明, 相对于参考正球体, 我们的三轴几何椭球体更接近月表自然地形. 因此, 可选取三轴几何椭

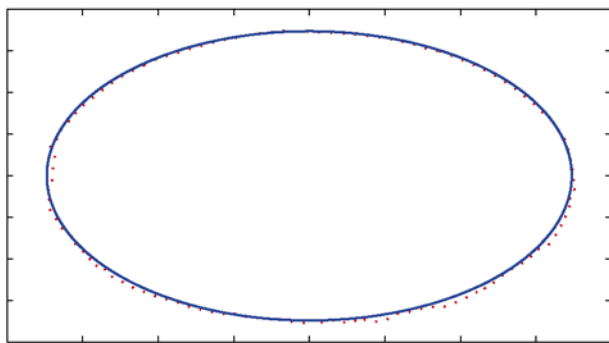


图 3 本文三轴几何椭球体 AB 平面与实际地形的对比图
实线为三轴几何椭球体, 点线为月表自然地形

球体的三条半轴长作为月球三条半径的参考长度, 对三者求平均值即可得到月球的平均半径.

表 6 给出了由 Clementine 地形模型^[7]、日本 SELENE 359 阶地形模型 STM359^[12]、本文解算的 CE-1-LAM-GEO 模型和中国科学院上海天文台 360 阶地形模型 CLTM-S01^[13] 分别计算的平均赤道半径、极半径、平均半径、形状扁率和 $D_{\text{COM-COF}}$ 偏移量. 图 4 给出了由上述四种地形模型计算的月球半径比较曲线.

表 6 中, 平均赤道半径为三轴几何椭球体在赤道面上的两条半长轴 aa , bb 的平均值, 极半径为三轴几何椭球体在极平面上的半长轴 cc , 平均半径为三条半长轴的平均值, 形状扁率为平均赤道半径和极半径之差与平均赤道半径的比值.

从表 6 可以看出, 与 Clementine 计算结果相比, SELENE 模型计算结果的平均赤道半径偏大 501 m, 极半径偏小约 312 m, 平均半径偏大 47 m. 平劲松等^[13]利用地形模型 CLTM-S01 的解算方法与本文利用 LAM 模型的计算方法不同, 且数据量和数据质量上有差别. 与文献[13]采用的 300 多万个 LAM 点(其中部分数据没有经过精处理)相比, 本文采用的 833 万个点在数据质量和结果上都更为可靠. 与 Clementine 结果相比, 利用嫦娥一号数据计算的两组数据均偏小. 比较三种半径计算得到的形状扁率可以看出,

表 4 本文根据嫦娥一号 LAM 数据计算得到的三轴几何椭球体参数

半长轴			形心相对于质心坐标系原点的偏移量		
$aa(\text{km})$	$bb(\text{km})$	$cc(\text{km})$	$x_0(\text{km})$	$y_0(\text{km})$	$z_0(\text{km})$
1737.7508	1737.5135	1735.8472	-1.530	-0.694	0.227

表 5 三轴几何椭球体 1737.4 km 正球体与实际月表地形在惯性系三个平面上的偏差统计表

		最大偏差(km)	最小偏差(km)	平均偏差(km)	中误差(km)
三轴几何椭球体	AB	5.3449	0.0006	1.3210	1.1595
	AC	6.9267	0.0015	1.3742	1.1616
	BC	5.7064	0.0008	1.2336	1.0528
1737.4 km 正球体	AB	7.3040	0	2.0997	1.4766
	AC	7.7720	0	1.2728	1.4108
	BC	4.8190	0	1.4991	1.1724

表 6 利用 Clementine, SELENE 和 CE-1 激光测距数据得出的月球大地测量参数对比表

	Clementine 模型 ^[11]	STM359 模型 ^[12]	CE-1-LAM-GEO	CLTM-S01 模型 ^[13]
平均赤道半径(km)	1738.139 ± 0.065	1738.64	1737.632 ± 0.007	1737.646 ± 0.004
极半径(km)	1735.972 ± 0.2	1735.66	1735.847 ± 0.006	1735.843 ± 0.004
平均半径(km)	1737.103 ± 0.015	1737.15 ± 0.01	1737.037 ± 0.005	1737.013 ± 0.002
形状扁率	1/809.5664	1/583.4362	1/973.463	1/963.7526
形心在质心坐标系中的坐标(km)	(-1.74, -0.75, 0.27)	(-1.772, -0.731, 0.239)	(-1.530, -0.694, 0.227)	(-1.777, -0.730, 0.237)

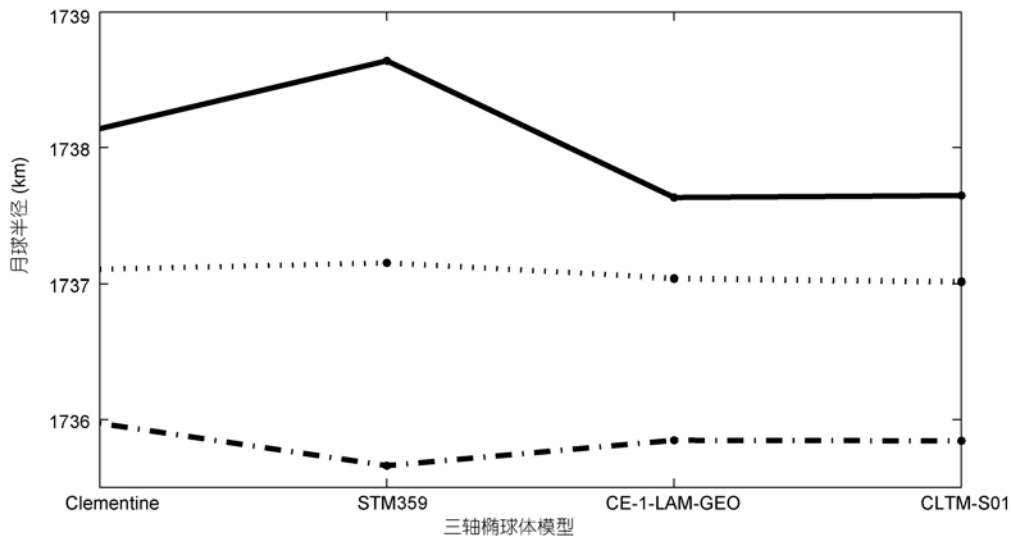


图 4 月球半径比较

实线为平均赤道半径, 虚线为极半径, 点划线为平均半径

本文计算的形状扁率最小, 得到的月球形状最圆; SELENE 模型的形状扁率最大, 得到的月球形状最扁; CLTM-S01 模型的半径和形状扁率虽然与本文结果接近, 但其数据质量较差, 数据点也较少。

2.3 三轴水准椭球体 CE-1-LAM-LEVEL

与前文拟合的三轴几何椭球体相比, 三轴水准椭球体不仅要求与月球大地水准面形状最逼近, 还要求与月球具有相同的质量、位以及相同的转动角速度。因此, 三轴水准椭球体不仅具有作为几何基准的特征, 还能够作为物理基准面, 应用于物理大地测量等研究领域。我们知道, 建立月球以及地球以外的其他行星的水准椭球体时, 都将涉及到大地球水准面无法确定的问题。基于此, Burša^[14~16]于 20 世纪 70~80 年代发表了一系列相关研究论文, 从球谐展开式入手, 在自然地形表面、大地水准面以及三轴水准椭球面之间通过近似和逼近, 建立起满足一定精度的相关关系式。本文依据这些相关关系, 利用嫦娥一号激光测高数据以及 LP 重力场模型 LP150Q 拟合月球三轴水准椭球体。

月球自然地形、大地水准面以及三轴水准椭球体的球谐展开式^[16]可分别表示为

$$\rho_{\Sigma} = R_{\Sigma} \left[\sum_{l=0}^N \sum_{m=0}^l P_{lm}(\sin \varphi) (C_{lm} \cos m\lambda + S_{lm} \sin m\lambda) \right], \quad (8)$$

$$\rho_s = R_s \left[\sum_{l=0}^N \sum_{m=0}^l P_{lm}(\sin \varphi) (A_{lm} \cos m\lambda + B_{lm} \sin m\lambda) \right], \quad (9)$$

$$\rho_E = R_E \left[\sum_{l=0}^N \sum_{m=0}^l P_{lm}(\sin \varphi) (\alpha_{lm} \cos m\lambda + \beta_{lm} \sin m\lambda) \right], \quad (10)$$

其中, ρ_{Σ} , ρ_s , ρ_E 分别为月表自然地形、大地水准面以及三轴水准椭球面上各点在参考坐标系中的向径, R_{Σ} , R_s , R_E 分别为球谐展开式的尺度函数, $P_{lm}(\sin \varphi)$ 为缔和勒让德函数, C_{lm} , S_{lm} , A_{lm} , B_{lm} , α_{lm} , β_{lm} 分别为各展开式对应的球谐系数, (φ, λ) 为点位在参考坐标系中的经纬度。

对于月球而言, 除了月表地形展开式(8)中的各项为已知值外, 月球大地水准面及三轴水准椭球面均为待求量。若不增加约束条件, 仅利用公式(8)显然无法求解。

由公式(8)和(9)有

$$\rho_s = R_{\Sigma} \left[\sum_{l=0}^N \sum_{m=0}^l (C_{lm} A_{lm} + S_{lm} B_{lm}) \right] \left[\sum_{l=0}^N \sum_{m=0}^l (A_{lm}^2 + B_{lm}^2) \right]^{-1}. \quad (11)$$

Burša 等^[16]通过对行星数据进行统计分析, 得到满足一定精度要求的线性关系式:

$$R_s = \bar{\rho}_{\Sigma} \left(1 - \frac{\omega^2 \bar{\rho}_{\Sigma}^3}{3GM} \right), \quad (12)$$

其中, $\bar{\rho}_s$ 为地形表面各点在参考坐标系中的平均向径, ω 为月球自转角速度, G 为万有引力常数, M 为月球总质量

同时, 根据大地水准面和重力场之间的内在联系可知, A_{lm} , B_{lm} 与重力位球谐系数之间必然存在一定的相关关系. Burša^[15]在其论文中给出了前 8 阶系数之间的关系式, 并证明截取到该阶次已能够达到足够的精度.

由公式(12)得到大地水准面表达式后, 顾及三轴水准椭球体的限制条件:

$$\begin{aligned} W &= W_s = \frac{GM}{R_s}, \\ \int_s [\rho_s - \rho_E]^2 ds &= \min, \end{aligned} \quad (13)$$

通过求解积分方程得到三轴水准椭球体的相关参数(其中, ρ_E 是关于椭球体半轴长、赤道椭率、极椭率以及子午面指向等参数的函数).

张承志^[17]于 1993 年用类似方法对 IERS 提供的 4 阶次月球重力位系数进行解算, 得到了月球大地水准面模型及水准椭球体模型. 但其所用的重力位系数阶次过低, 且精度有限, 因此, 利用较新的月球重力场模型重新解算和分析是有必要的.

本文利用 LP150Q 解算得到的三轴水准椭球体参数如表 7 所示.

由表 8 数据可以看出, 我们利用 LP150Q 模型拟合的三轴水准椭球体, 与张承志^[17]用 IERS 系数计算的结果差异较明显, 半轴长之差最大超过 200 m. 由表 8 数据还可看出, 三轴水准椭球体的本初子午线指

向 A (即惯性轴 A 与平坐标轴之间的夹角) 与前文利用 LP150Q 模型计算所得的主惯性轴与平坐标轴夹角 (42.9'') 非常接近. 由于在计算三轴水准椭球体时并未首先确定惯性轴指向, 而是将其作为待求未知数, 因此, 数值上的逼近同样证明了本文方法的适用性与结果的合理性.

为了在三轴水准椭球体与月表自然地形之间进行比较分析, 我们同样绘制出水准椭球体在 AB 平面上的偏差截面图 (图 5) (为突出反映偏差, 图中将 $D_{COM-COF}$ 值扩大了 100 倍). AC 和 BC 截面的偏差对比图与图 5 类似.

图 5 清晰地反映出月表自然地形相对于水准面的偏移, 说明在月球内部质量分布不均匀, 且月球正面和背面之间二分性差异显著. 图 5 中水平坐标轴为负值的一侧反映了月球正面的对比状况, 水平坐标轴为正值的一侧反映了月球背面的对比状况. 在月

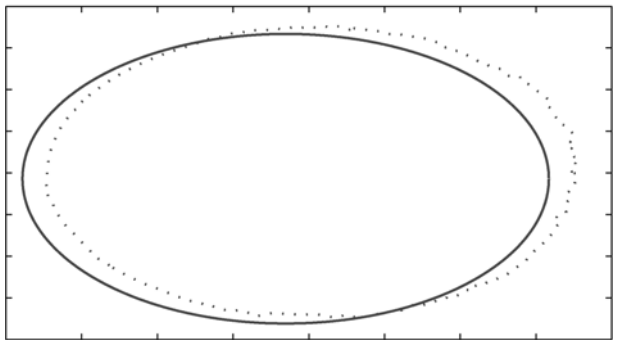


图 5 三轴水准椭球体 AB 平面与月表自然地形之间的对比图

实线为三轴水准椭球体, 点线为月表自然地形

表 7 三轴水准椭球体 1737.4 km 正球体与实际月表地形在惯性系三个平面上的偏差统计表

		最大偏差(km)	最小偏差(km)	平均偏差(km)	中误差(km)
三轴水准椭球体	AB	6.7158	0.0070	2.0324	1.3914
	AC	7.4301	0.0041	1.9592	1.5041
	BC	4.9801	0.0069	1.3494	1.1293
1737.4 km 正球体	AB	7.3040	0	2.0997	1.4766
	AC	7.7720	0	1.2728	1.4108
	BC	4.8190	0	1.4991	1.1724

表 8 三轴水准椭球体参数^{a)}

	$aa(\text{km})$	$bb(\text{km})$	$cc(\text{km})$	$e^2(\times 10^{-3})$	$e_1^2(\times 10^{-3})$	A
LP150Q	1737.7025	1737.5638	1736.9339	0.15967360	0.88440935	46.916553''
IERS-4 ^[17]	1737.8414	1737.5900	1737.1700	0.28930351	0.77253345	—

a) e 和 e_1 分别为 AB , AC 平面上的椭率

球正面, 水准椭球面基本位于地形表面之上, 说明近月面存在较大质量异常体, 能够产生正值重力异常; 而在月球背面, 水准椭球面则多位于地形表面之下, 反映出月球背面月海盆地与正面月海盆地具有不同的地质构造. 利用 Lunar Prospector 轨道数据直接得到的月球重力场数据分析表明, 月球正面和背面的重力异常也显示出二分性趋势, 与本文的结果相同. 根据 LP 月表自由空气重力异常分布图^[11], 月球正面月海盆地区域多为正值重力异常, 而月球背面月海盆地区域多为负值重力异常, 这也直接说明了月球内部特别是月海盆地内部结构在月球正面和背面存在明显的二分性.

另外, 对三轴几何椭球体和三轴水准椭球体进行比较可知, 除了中心不重合外, 二者在 aa , bb , cc 半轴长的差值分别为 0.0483, -0.0503 和 -1.0867 km, 因此, 两种椭球面并不平行. 尽管二者的半轴长差值不大, 但将三轴几何椭球体表面作为等位面仍是不严密的.

3 结论

(1) 月球的三个主惯性矩并不相等, 且存在 $A < B < C$ 的关系, 这说明月球实际上是一个三轴体而非球体. 目前在月球大地测量和月球物理等研究领域, 常选取三轴相等的球体作为参考体. 但随着观测精度的提高以及科学研究的深化, 建立与月球实际形状及物理特性更为符合的三轴参考体是有必要的.

(2) 由嫦娥一号激光测高数据拟合的月球三轴

几何椭球体 CE-1-LAM-GEO, 三条半径分别为 1737.7508, 1737.5135 和 1735.8472 km. 三轴几何椭球体的中心可作为月球形心, 在质心坐标系中的坐标为 (-1.530, -0.694, 0.227) km, 与 Clementine 测高数据的计算结果 (-1.74, -0.75, 0.27) km 非常接近, 且偏移总量 1.69 km 与 Clementine 的 1.91 km 也较为接近, 能够真实反映月球质心与形心的不重合状况以及偏移的方向和量级.

(3) 相对于 1737.4 km 参考球体, 三轴几何椭球体更接近月表自然地形. 因此, 可选取三轴几何椭球体的三条半轴长作为月球三条半径的参考长度.

(4) 利用 Lunar Prospector 重力场模型 (LP150Q), 使用 CE-1 激光高度计地形数据, 拟合了月球三轴水准椭球体 CE-1-LAM-LEVEL, 其三条半径分别为 1737.7025, 1737.5638 和 1736.934 km.

(5) 月表自然地形相对于三轴水准椭球面的偏移 (AB , AC , BC 平面上的最大偏移分别为 6.7158, 7.4301, 4.9801 km), 说明在月球内部质量分布不均匀, 且月球正面和背面之间二分性差异显著, 表明二者月海盆地在内部构造上可能存在较大差异.

(6) 三轴几何椭球面与三轴水准椭球面并不平行. 虽然二者的半轴长相差不大, 但将三轴几何椭球体表面作为等位面仍是不严密的. 建议通常情况下使用正球体作为月球测绘参考椭球体; 有更精密的测绘需求时, 应该使用三轴几何椭球体作为参考椭球体; 对于地球物理研究, 应使用三轴水准椭球体作为参考椭球体.

致谢 感谢绕月探测工程卫星、测控、发射场、火箭系统全体参研人员和地面应用系统全体参研人员, 限于篇幅, 不能列出所有对本文有贡献的人员名单; 审稿人提出建设性的修改意见, 表示诚挚谢意.

参考文献

- 1 Smith D E, Zuber M T, Neumann G A, et al. Topography of the Moon from the clementine lidar. *J Geophys Res*, 1997, 102(E1): 1591—1611
- 2 Rappaport N J, Plaut J J. A 360 degree and order model of Venus topography. *Icarus*, 1994, 112: 27—33
- 3 Rappaport N J, Konopliv A S, Kucinskas A B. An improved 360 degree and order model of Venus topography. *Icarus*, 1999, 139: 19—31
- 4 Smith D E, Zuber M T, Solomon S C, et al. The global topography of Mars and implications for surface evolution. *Science*, 1999, 284: 1495—1503
- 5 Marchenko A N, Abrikosov O A. Evolution of the Earth's principal axes and moments of inertia: The canonical form of solution. *J Geod*, 2001, 74: 655—669
- 6 Chapront J, Francou G. Lunar Laser Ranging: Measurements, analysis, and contribution to the reference systems. IERS Technical Note,

- 2006, 34
- 7 Williams J G, Dickey J O. Lunar geophysics, geodesy, and dynamics. Proceedings from the Science Session in 13th International Workshop on Laser Ranging, 2003. 75—86
 - 8 魏子卿. 地球主惯性矩. 测绘学报, 2005, 34: 7—13
 - 9 Hofmann-Wellenhof B, Moritz H. Physical Geodesy. New York: Springer, 2005
 - 10 Konopliv A S, Binder A B, Hood L L, et al. Improved gravity field of the Moon from lunar prospector. Science, 1998, 281: 1476—1480
 - 11 Konopliv A S, Asmar S W, Carranza E, et al. Recent gravity models as a result of the lunar prospector mission. Icarus, 2001, 150: 1—18
 - 12 Araki H, Tazawa S, Noda H, et al. The lunar global topography by the Laser Altimetry (LALT) onboard KAGUYA(SELENE): Result from the one year observation. 40th Lunar and Planetary Science Conference, 2009
 - 13 平劲松, 黄倩, 鄢建国, 等. 基于嫦娥一号卫星激光测高观测的月球地形模型 CLTM-s01. 中国科学 G 辑: 物理 力学 天文学, 2008, 38: 1601—1612
 - 14 Burša M. Potential of the geoidal surface, the scale factor for lengths and Earth's figure parameters from satellite observations. Stud Geoph Geod, 1969, 13: 337—358
 - 15 Burša M. Best-fitting triaxial Earth ellipsoid parameters derived from satellite observations. Stud Geoph Geod, 1970, 14: 1—9
 - 16 Burša M. Dimension parameters of the Moon, Mars and Venus. Bull Astron Inst Czechosl, 1989, 40: 284—288
 - 17 张承志. 月球的力学形状以及月球物理参数的研究. 南京大学学报, 1993, 29: 569—580