

一种自适应差分进化算法及其在空间堆 智能设计中的初步应用

方 力^{1,2} 陈春花¹ 周 文^{1,2} 杨子辉¹ 汪建业¹

1(中国科学院合肥物质科学研究院 合肥 230031)

2(中国科学技术大学 合肥 230027)

摘要 空间堆具有广阔的应用前景,对其结构的优化设计有着极高的经济和技术应用价值。但空间堆结构优化设计中变量耦合度高、设计复杂,人工求解过程低效耗时,且往往得不到最优解。以经典差分进化(Differential Evolution, DE)算法为基础,提出了一种自适应的DE算法。通过对控制参数采取动态调整的策略,平衡全局和局部搜索能力,达到加强算法寻优能力的目的。最后对热功率为4.3 kW的Kilopower空间堆模型进行优化,以结构参数为变量,以堆芯质量为目标函数,同时结合中子输运设计与安全评价软件系统SuperMC进行中子输运计算。在满足设计要求的前提下,优化后Kilopower空间堆堆芯质量可降低38.2%,证明了自适应DE算法的正确性和有效性。

关键词 差分进化算法, 自适应, 堆芯优化, Kilopower

中图分类号 TL329+.2

DOI: 10.11889/j.0253-3219.2021.hjs.44.050604

An adaptive DE algorithm and its preliminary application in intelligent design of space reactor

FANG Li^{1,2} CHEN Chunhua¹ ZHOU Wen^{1,2} YANG Zihui¹ WANG Jianye¹

1(Hefei Institutes of Physical Science, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China)

2(University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

Abstract [Background] The space reactor has broad application prospects, and its structure optimization design has an extremely high economic and technical application value. Due to the high coupling degree of variables and complex design in the optimal design of the space nuclear reactor structure, the manual solution process is inefficient and time-consuming, and the optimal solution is hard to achieve. [Purpose] This study aims to propose an optimal algorithm for structure design of space reactor. [Methods] An adaptive differential evolution (DE) algorithm based on the classic DE algorithm was proposed. The strategy of balancing global and local search capabilities by dynamically adjusting the control parameters was adopted to enhance the algorithm optimization ability. Finally, with structural parameters as variables and the core quality as objective function the Kilopower reactor model with a thermo power of 4.3 kW was optimized, and the neutron transport was calculated by combing the neutron transport design and safety evaluation software SuperMC simultaneously. [Results] The core quality of the optimized space reactor was reduced by 38.2% when the design requirements were met. [Conclusions] The correctness and

安徽省自然科学基金(No.2008085MA23)资助

第一作者: 方力, 男, 1993年出生, 2016年毕业于哈尔滨工程大学, 现为硕士研究生, 研究领域为智能核设计

通信作者: 陈春花, E-mail: chunhua.chen@inest.cas.cn

收稿日期: 2020-12-01, 修回日期: 2021-01-05

Supported by Natural Science Foundation of Anhui Province (No.2008085MA23)

First author: FANG Li, male, born in 1993, graduated from Harbin Engineering University in 2016, master student, focusing on intelligent nuclear design in research field

Corresponding author: CHEN Chunhua, E-mail: chunhua.chen@inest.cas.cn

Received date: 2020-12-01, revised date: 2021-01-05

effectiveness of the adaptive DE algorithm proposed in this paper are verified in the design of space reactor core.

Key words Differential evolution algorithm, Adaptive, Core optimization, Kilopower

随着航天技术的发展和太空探索的深入,空间资源的探索及开发也成为大国竞争的重要领域^[1]。先进电源技术是实现深空探测任务的关键因素,小型空间反应堆则是最有前景的解决方案之一^[2]。自1950年代以来,美国和俄罗斯(前苏联)相继开展小型空间反应堆的研究工作^[3],分别提出了SNAP-10A、Kilopower、ROMASHK、BUK、TOPAZ^[4]等电源。由美国提出的Kilopower是世界各国研发的空间核反应堆电源中的佼佼者^[5]。

由于空间堆的特殊性,对其堆芯体积和质量优化有着极高的设计价值^[6]。目前常用的优化模式仍然是以设计人员的经验为基础,同时结合大量的搜索计算。但由于堆芯系统自身的复杂性、参数之间的强耦合性等因素,人工求解过程非常低效耗时,且不易获得全局最优解^[7]。与依靠人工经验的优化设计相比,现代启发式搜索方法非常适合求解高度复杂的非凸、不可导、非线性的优化问题^[8],如遗传算法、粒子群算法、模拟退火算法等,已被国内外广泛应用于堆芯设计优化领域^[9-11]。然而,研究发现上述算法仍然存在参数敏感和收敛性差的问题。差分进化(Differential Evolution, DE)算法作为一种非常有潜力的优化算法,由于其参数敏感性低、易实现、收敛快、鲁棒性强等特点^[12],而被广泛应用。Sacco等^[13]将DE算法应用于反应堆堆芯设计问题,取得了良好的效果。本文基于DE算法,针对空间堆堆芯优化设计问题,为了增强其寻优能力,平衡全局和局部搜索能力,提出了一种自适应的参数动态调整策略,同时结合SuperMC软件平台^[14],将其应用到空间堆优化领域,以实现高效低成本的堆芯优化设计。

1 自适应DE算法

1.1 经典DE算法流程

DE算法是由Storn和Price于1995年首次提出的一种启发式进化算法^[12],通过模拟生物进化的机制,达到种群寻优的目的,具有控制参数少、易实现、鲁棒性强等优点。主要包含初始化、变异、交叉、选择这些操作,其控制参数包括进化代数(G)、种群规模(N_p)、差分权重(F)和交叉概率(C_r)。经典DE算法流程(如图1)简单介绍如下:

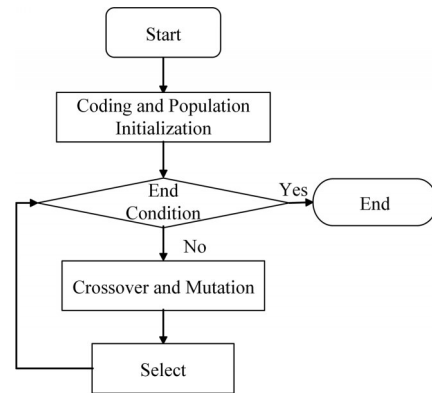


图1 经典DE算法流程图
Fig.1 Flow chart of the classic DE algorithm

1) 种群初始化

随机生成在求解空间内的 N_p 个 D 维的个体:

$$\mathbf{x}_{ij}^{(0)} = \mathbf{x}_{ij,low}^{(0)} + \text{rand}(0,1) \cdot (\mathbf{x}_{ij,up}^{(0)} - \mathbf{x}_{ij,low}^{(0)}) \quad (1)$$

式中: $i \in N_p, j \in D$, low 和 up 分别表示下限值和上限值。

2) 变异操作

随机选择其他两个不同个体进行差分运算,生成新的临时个体 $\vec{u}_i^G$:

$$\vec{u}_i^G = \vec{x}_{r_1}^G + F \cdot (\vec{x}_{r_2}^G - \vec{x}_{r_3}^G) \quad (2)$$

式中: F 表示差分权重; $\vec{x}_{r_1}^G, \vec{x}_{r_2}^G, \vec{x}_{r_3}^G$ 表示种群中的不同个体。

3) 交叉操作

对临时个体和原始个体之间进行交叉操作,通过 C_r 与 $(0,1)$ 范围内的随机数 r_i 进行比较,得到变异个体:

$$u_{ij}^G = \begin{cases} u_{ij}^G & \text{if } r_i < C_r \text{ or } j = j_{\text{rand}} \\ x_{ij}^G & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

式中: C_r 表示交叉概率, $C_r \in (0,1)$ 。

4) 选择操作

比较变异个体和原始个体的适应度,保留适应度更好的个体作为下一代:

$$\vec{x}_i^{G+1} = \begin{cases} \vec{u}_i^G & \text{if } f(\vec{u}_i^G) \leq f(\vec{x}_i^G) \\ \vec{x}_i^G & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

式中: f 表示目标函数。

1.2 自适应的DE算法

在空间堆堆芯优化问题中,重点在于优化得到的设计方案是否足够优秀,如何平衡全局和局部搜索能力,加强算法的寻优能力是一个重要问题。在

遵循算法前中期侧重全局搜索能力,后期侧重局部搜索能力的思想下,本文提出了针对不同进化阶段特点设计的自适应机制,使得算法在不同的阶段采用特定的控制参数,实现控制参数的动态调整,以平衡算法的全局和局部搜索能力,提高算法的寻优性能。考虑DE算法的两个主要参数交叉概率 C_R 和差分权重 F ,差分权重作为最敏感的参数,决定了子代与父代差异性大小,直接影响算法的搜索能力。故选择差分权重作为动态调整的参数,摒弃原始算法的定值处理,在算法中引入一种新的动态自适应性函数,其表达式为:

$$F = F_{\min} + \Delta F \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{G}{G_{\max}}\right) \quad (5)$$

式中: F 表示第 G 代的差分权重值; $F_{\min}$ 表示最小差分权重值; ΔF 表示差分权重的变化范围; G 表示当前进化的代数; $G_{\max}$ 表示总进化代数。

选用此函数作为动态自适应性函数主要基于以下考虑:首先满足最起码的单调递减性,保证差分权重整体减小的趋势,在算法的初始阶段,选用较大的差分权重值,注重其全局搜索能力,在进化后期,选用较小的差分权重值,注重其局部搜索能力。其次,此函数在定义域内为凸函数,更符合优化的前中期注重全局搜索能力,优化的后期注重局部搜索能力的整体优化思想。

与此同时,参数的取值也很重要。研究发现^[15],当差分权重 $F \in (0.4, 0.95)$ 和交叉概率 $C_R \in (0.1, 0.8)$ 时,算法表现更好,其中交叉概率 C_R 首选0.5,结合对差分权重 F 动态调整的策略和自适应性函数,我们选取最小差分权重值 $F_{\min}$ 为0.4,差分权重的变化范围 ΔF 为0.55。

此外,在空间堆堆芯优化问题中不可避免地存在约束问题。在约束处理方面,主要考虑的是设计方案的 k_{eff} 是否满足设计要求,本文采用将约束违反情况作为单独项考虑^[16],约束处理的策略主要基于以下三条原则:

- a)在父代和子代同时违反 k_{eff} 约束时,选择违反约束程度更小的个体;
- b)在父代和子代其中只有一方违反 k_{eff} 约束时,选择未违反约束的个体;
- c)在父代和子代均未违反 k_{eff} 约束时,选择目标函数值更小的个体。

算法伪代码如下所示:

```

Input:  $D, N_p, G_{\max}, C_R, F_{\min}, \Delta F, \vec{x}_{\text{up}}$  and  $\vec{x}_{\text{low}}$ 
Output:  $\vec{x}_{i,G} (i \leq N_p)$ 
Initialization:  $G = 0, m = 0, \forall i \leq N_p \cap j \leq D: \vec{x}_{ij}^{(0)} = \vec{x}_{ij,\text{low}}^{(0)} + \text{rand}(0,1) \times (\vec{x}_{ij,\text{up}}^{(0)} - \vec{x}_{ij,\text{low}}^{(0)})$ 
Evaluation:  $f(\vec{x}_{i,G}), g(\vec{x}_{i,G})$ 
while  $G < G_{\max}$  do
    while  $i \leq N_p$  do
        Mutation and crossover:
        (Randomly selection)  $r_1, r_2, r_3 \in \{1, 2, \dots, N_p\}, r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq i$ 
        if  $(\forall j: \text{rand}_j[0,1) < C_R \cup j = j_{\text{rand}})$  then
             $u_{ij}^G = x_{r_1,j}^G + (F_{\min} + \Delta F \cdot \cos(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{G}{G_{\max}})) \cdot (x_{r_2,j}^G + x_{r_3,j}^G)$ 
        else  $u_{ij}^G = x_{ij}^G$ 
        end if
        Evaluation:  $f(\vec{u}_i^G)$ 
        Selection:
        if  $(f(\vec{u}_i^G) \leq f(\vec{x}_i^G))$  then  $\vec{x}_i^{G+1} = \vec{u}_i^G$ 
        else  $\vec{x}_i^{G+1} = \vec{x}_i^G$ 
        end if
        sorting  $(\vec{x}^{G+1})$ 
    end while
end while
    
```

1.3 算法的验证

为了验证算法的优化能力与稳定性,选择优化问题常用的标准测试函数Rastrigin函数作为测试函数^[17],其二维测试函数表达式为:

$$\text{Ras}(x) = 20 + x_1^2 + x_2^2 - 20 \cdot (\cos 2\pi x_1 + \cos 2\pi x_2)$$

选取具有两个独立变量的Rastrigin函数图形,以方便可视化,函数图像如图2所示。

观察函数图像可以发现,该函数有非常多的局部极小点,而全局仅有一个极小值点,极小值点是 $(0,0)$,该处的函数值为0,我们设置种群大小为30,

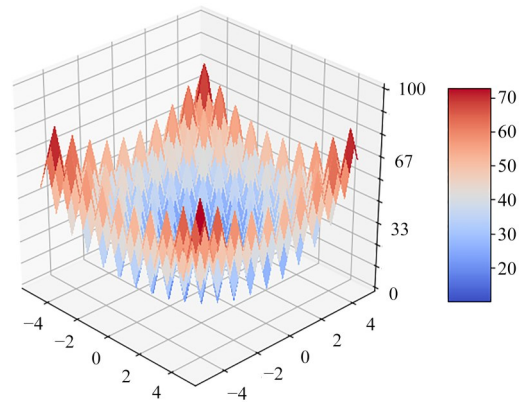


图2 二维Rastrigin函数图像
Fig.2 Image of two-dimensional Rastrigin function

最大进化代数30,分别采用经典的DE算法和自适应的DE算法进行20次实验计算,对比两者求解

的结果,结果对比如表1所示。

表1 优化结果对比
Table 1 Comparison of optimization results

算法 Algorithm	最优解 Optimal solution	平均解 Average solution	最差解 Worst solution
经典DE算法 Classical DE algorithm	3.35×10^{-3}	7.36×10^{-2}	2.92×10^{-1}
自适应DE算法 Self-adaption DE algorithm	1.65×10^{-4}	3.89×10^{-2}	1.75×10^{-1}

通过结果对比,可以发现,在种群规模和进化代数相同的情况下,自适应DE算法的最优解、平均解和最差解表现都更好,显然自适应的DE算法在寻优能力方面表现的更加优秀。

2 Kilopower堆芯优化

2.1 优化问题设计

Kilopower空间堆是由美国提出的目前最简洁且可行性最高的反应堆概念之一,目前存在4.3 kW、13.0 kW、21.7 kW等几种不同热功率的堆芯模型,不同功率的堆芯仅在体积、质量和热管排布上有所区别。本文采用体积、质量最小的4.3 kW Kilopower反应堆作为优化模型,理论上来说,它对结构参数更为敏感,优化难度也更大。该反应堆是在低功率下运行的,其燃料、热管、反射层、屏蔽是一体化的,热量导出的要求也很低,故在本优化设计中暂未考虑热工方面的问题。反应堆采用的是富集度为93%的高浓缩铀,燃料采用的是铀钼合金,反射层采用的是BeO,在正常运行状态下,堆芯的 $k_{\text{eff}}=1.0125 \pm 0.0005^{[18]}$ 。模型整体如图3所示。

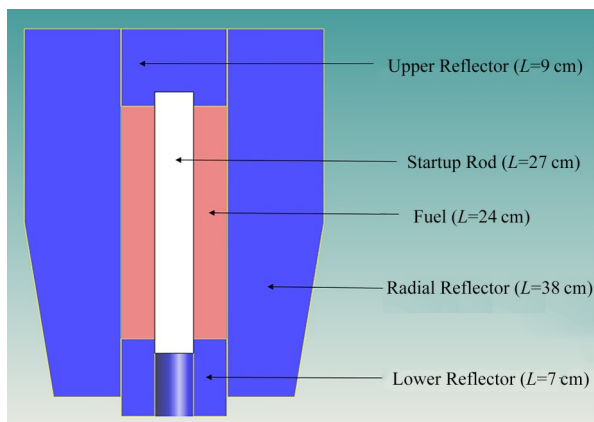


图3 反应堆模型尺寸
Fig.3 Reactor model size

以此模型为基础进行优化研究。在保证空间堆堆芯整体几何形状不变的情况下,以保证 k_{eff} 满足设计条件为约束条件,优化空间堆堆芯各部件的尺寸,优化目标是降低空间堆堆芯的整体质量。

在堆芯优化问题的设计中,主要需要注意以下方面:

1) 优化变量

在堆芯设计优化的问题中,变量为各个堆芯部件的关键尺寸参数。主要的优化参数有燃料棒长度、燃料棒半径、上下反射层厚度、反射层半径。

2) 目标函数

针对堆芯优化问题,采用堆芯各部件的总质量作为目标函数。

$$f = \text{Sum}(m_i)$$

式中: m_i 表示堆芯各部件的质量。

3) 约束条件

在约束处理方面,主要考虑的是堆芯的 k_{eff} ,一方面,优化后堆芯设计的 k_{eff} 不低于原始设计值,另一方面,在控制棒完全插入堆芯时,能克服其剩余反应性,保证足够的停堆裕度。因此将 k_{eff} 介于1.0125~1.0200作为优化过程中的约束条件。

结合堆芯优化问题和自适应的DE算法,堆芯优化的整体流程如下:

步骤1:在求解空间内随机生成堆芯的关键尺寸参数;

步骤2:根据关键尺寸参数生成相应的物理模型,调用SuperMC软件进行中子输运计算得到该堆芯设计模型 k_{eff} ,记录其是否违反约束以及违反程度;

步骤3:通过物理模型,计算该堆芯设计方案的目标函数值;

步骤4:通过父代变异和交叉操作生成子代方案的关键尺寸参数,重复步骤2、步骤3,评价子代堆芯设计方案,并选择父子两代中更加优秀的设计方法保留;

步骤5:重复步骤4,如此反复完成指定的进化代数,选择最后一代中最优秀的方案作为最终的堆芯设计方案。

2.2 优化结果

基于以上堆芯优化方案,在自适应的DE算法下,进行4次优化验证,优化结果如表2所示。

从表2的优化结果可以看出:自适应的DE算法

对 Kilopower 的堆芯优化效果明显,在 4 组优化试验中,均能保证在 k_{eff} 满足约束和堆芯几何形状不变的情况下,有效降低堆芯的质量。其中优化效果最好的是 No.4,优化后的堆芯质量为 82.9 kg,与原始设计相比,减重 38.2%,优化效果显著。

表2 空间堆堆芯优化结果
Table 2 Space reactor core optimization results

组号 No.	k_{eff}	$\Delta K / \%$	总质量 Total mass	$\Delta M / \%$
No.1	1.019	+0.64	83.4	-37.9
No.2	1.014	+0.15	83.2	-38.0
No.3	1.015	+0.25	83.1	-38.1
No.4	1.014	+0.15	82.9	-38.2

选取优化结果最好的 No.4,其优化曲线如图 4 所示。

整个优化过程,设置的种群大小为 30,最大进化代数为 30,整个搜索过程计算 930 个模型,通过优化曲线我们可以观察到,当优化进行到第 10 代左右

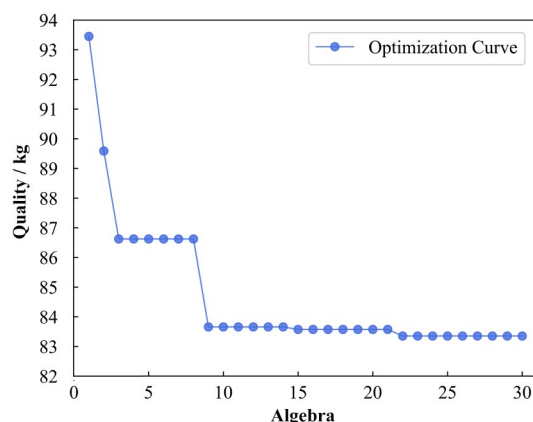


图4 优化曲线
Fig.4 Optimization curve

时,已基本呈现收敛。

下面对 No.4 组进行详细分析,优化前后关键尺寸参数对比如表 3 所示。

优化前后各部件质量对比如表 4 所示。

表3 堆芯关键尺寸优化结果对比
Table 3 Comparison of optimization results of critical dimensions of reactor core

部件 Component	燃料棒高度 Height of fuel rod / cm	燃料棒半径 Radius of fuel rod / cm	上反射层厚度 Thickness of upper reflector / cm	下反射层厚度 Thickness of lower reflector / cm	上反射层半径 Radius of upper reflector / cm
优化范围 Optimization scope	20.0~26.0	5.0~7.0	3.0~15.0	3.0~15.0	5.0~20.0
优化前 Before optimization	24.0	5.5	9.0	7.0	15.5
优化后 After optimization	20.0	6.4	3.0	3.0	11.0

表4 反应堆质量优化结果对比
Table 4 Comparison of reactor quality optimization results

部件 Component	燃料 Fuel / kg	控制棒 Control rod / kg	反射层 Reflector / kg	其他 Other / kg	总质量 Total mass / kg
优化前 Before optimization	32.9	4.1	72.5	24.7	134.2
优化后 After optimization	38.0	4.1	16.1	24.7	82.9

对比优化前后的堆芯模型,优化前堆芯质量为 134.2 kg,优化后的质量为 82.9 kg,减重 38.2%,优化效果明显。详细分析各部件质量,发现燃料的质量由原始设计的 32.9 kg 增加到 38.0 kg,反射层由原始的 72.5 kg 降低到 16.1 kg,从物理学角度分析,增加燃料质量可以增加堆芯在裂变反应中产生的中子数量,而减少反射层厚度能降低中子通过反射层返回堆芯的概率,最终使 k_{eff} 满足设计要求。

3 结语

本文基于经典 DE 算法,提出了一种自适应的 DE 算法,并将其应用于空间堆的结构设计中。以堆芯整体几何形状保持不变为前提,以堆芯质量最小为优化目标,以堆芯 k_{eff} 满足设计要求为约束条件,

对 Kilopower 空间堆的堆芯参数进行优化设计。优化后堆芯总质量相比原设计堆芯总质量减重 38.2%,这初步证明了自适应 DE 算法在空间堆设计中的正确性和有效性,可节省大量的时间和人力成本,也为反应堆的设计提供了重要参考。同时,后续仍需对该算法进一步改进,以提升其在更复杂设计中的适用性。

致谢 感谢中国科学院合肥物质科学研究院老师们的悉心指导以及同学们的帮助。

参考文献

- 1 牛厂磊, 罗志福, 雷英俊, 等. 深空探测先进电源技术综述[J]. 深空探测学报, 2020, 7(1): 24 - 34. DOI: 10.15982/j.issn.2095-7777.2020.20200002.
NIU Changlei, LUO Zhifu, LEI Yingjun, *et al.* Advanced

- power source technology of deep space exploration[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2020, 7(1): 24 - 34. DOI: 10.15982/j.issn.2095-7777.2020.20200002.
- 2 胡古, 赵守智. 空间核反应堆电源技术概览[J]. 深空探测学报, 2017, 4(05): 430 - 443. DOI: 10.15982/j.issn.2095-7777.2017.05.004.
HU Gu, ZHAO Shouzhi. Overview of space nuclear reactor power technology[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2017, 4(05): 430 - 443. DOI: 10.15982/j.issn.2095-7777.2017.05.004.
 - 3 缪力威. Kilopower与KRUSTY的发展脉络及研发现状[J]. 科技创新导报, 2020, 17(17): 65 - 69. DOI: 10.16660/j.cnki.1674-098X.2020.17.065.
MIAO Liwei. Development context and research status of Kilopower and KRUSTY[J]. Science and Technology Innovation Herald, 2020, 17(17): 65 - 69. DOI: 10.16660/j.cnki.1674-098X.2020.17.065.
 - 4 Wang C L, Liu T C, Tang S M, *et al.* Thermal-hydraulic analysis of space nuclear reactor TOPAZ-II with modified RELAP5[J]. Nuclear Science and Techniques, 2019, 30(1): 16. DOI: 10.1007/s41365-018-0537-3.
 - 5 王晓博. 千瓦级空间核反应堆电源发展现状[J]. 工程技术研究, 2017, (10): 1 - 3. DOI: 10.19537/j.cnki.2096-2789.2017.10.001.
WANG Xiaobo. Development status of kilowatt space nuclear reactor power system[J]. Engineering and Technological Research, 2017, (10): 1 - 3. DOI: 10.19537/j.cnki.2096-2789.2017.10.001.
 - 6 Sacco W F, Henderson N, Rios-Coelho A C, *et al.* Differential evolution algorithms applied to nuclear reactor core design[J]. Annals of Nuclear Energy, 2009, 36(8): 1093 - 1099. DOI: 10.1016/j.anucene.2009.05.007.
 - 7 宫兆虎. 堆芯装载方案优化的新方法: 区间限界算法[D]. 北京: 清华大学, 2011.
GONG Zhaohu. New method for reactor core loading pattern optimization: interval bound algorithm[D]. Beijing: Tsinghua University, 2011.
 - 8 周广闯, 陈璟华, 郭壮志, 等. 基于混合智能算法的电力系统经济负荷分配[J]. 广东电力, 2014, 27(10): 41 - 46.
ZHOU Guangchuang, CHEN Jinghua, GUO Zhuangzhi, *et al.* Economic load dispatch of power system based on hybrid intelligent algorithm[J]. Guangdong Electric Power, 2014, 27(10): 41 - 46.
 - 9 Ramachandran S, Jayalal M L, Riyas A, *et al.* Application of genetic algorithm for optimization of control rods positioning in a fast breeder reactor core[J]. Nuclear Engineering and Design, 2020, 361: 110541. DOI: 10.1016/j.nucengdes.2020.110541.020.110541.
 - 10 Domingos R P, Schirru R, Pereira C M N A. Particle swarm optimization in reactor core design[J]. Nuclear Science and Engineering, 2006, 152(2): 197 - 203. DOI: 10.13182/NSE06-A2575.
 - 11 Odeh F Y, Yang W S. Core design optimization and analysis of the Purdue Novel Modular Reactor (NMR-50) [J]. Annals of Nuclear Energy, 2016, 94: 288 - 299. DOI: 10.1016/j.anucene.2016.03.011.
 - 12 Storn R, Price K. Differential evolution - a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces[J]. Journal of Global Optimization, 1997, 11(4): 341 - 359. DOI: 10.1023/A:1008202821328.
 - 13 Sacco W F, de Moura Meneses A A, Henderson N. Some studies on differential evolution variants for application to nuclear reactor core design[J]. Progress in Nuclear Energy, 2013, 63: 49 - 56. DOI: 10.1016/j.pnucene.2012.10.003.10.003
 - 14 Wu Y C. Multifunctional neutronics calculation methodology and program for nuclear design and radiation safety evaluation[J]. Fusion Science and Technology, 2018, 74(4): 321 - 329. DOI: 10.1080/15361055.2018.1475162.
 - 15 Das S, Suganthan P N. Differential evolution: a survey of the state-of-the-art[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2011, 15(1): 4 - 31. DOI: 10.1109/TEVC.2010.2059031.
 - 16 Kukkonen S, Lampinen J. GDE3: the third evolution step of generalized differential evolution[J]. 2005 IEEE Congress on Evolutionary Computation, 2005, 1: 443 - 450. DOI: 10.1109/CEC.2005.1554717.
 - 17 王晶莹. 改进的粒子群算法的研究及在动态交通分配问题中的应用[D]. 济南: 山东师范大学, 2018.
WANG Jingying. Research on improved particle swarm optimization and its application in dynamic traffic assignment problem[D]. Jinan: Shandong Normal University, 2018.
 - 18 Poston D I, Godfroy T, McClure P R, *et al.* KiloPower project - KRUSTY experiment nuclear design[R]. Office of Scientific and Technical Information (OSTI), 2015. DOI: 10.2172/1196198.