

大气声遥感系统 Doppler 频偏信号的变换与处理方法*

赵松年 熊小芸 文 峰**

(中国科学院大气物理研究所、大气边界层物理和大气化学国家重点实验室, 北京 100029)

摘要 给出了由声回波信号的变换与处理获得风廓线的 3 种有效方法: (1) 分段卷积运算方法; (2) 复极点模型谱估计方法; (3) 跟踪滤波锁相方法. 在数据记录长度受限的约束条件下能得到满意的频率分辨力, 由于高速信号处理器件的实用化, 所提出的方法可以推广应用于无线电雷达和声纳探测系统.

关键词 声遥感系统 大气边界层探测 跟踪滤波锁相环路 频率分辨力 随机信道

在大气边界层声遥感探测系统中, 风场测量是以 Doppler 原理为基础的, 即运动的反射体可引起入射波频率的偏移, 入射波频率与反射波频率的差值称作 Doppler 频偏 f_d , 它与反射体或散射体的径向运动速度 v 成正比, 若入射波波长为 λ , 则有

$$f_d = \frac{2v}{\lambda}, \quad (1)$$

当运动的反射体或散射体沿径向背离接收点时 f_d 取负值, 反之取正值.

为了提高声探测的高度, 获得大气边界层顶与自由大气界面之间的温度资料, 各国竞相研制无线电-声联合遥感系统^[1~3](Radio-Acoustic Sounding System, RASS), 其关键之点是从强噪声中检测微弱的大声边界层回波信号并提取 Doppler 频偏 f_d .

本文是在国内自行研制的声遥感系统的基础上, 提出了适合于声回波信号变换与处理的 3 种方法, 方法 1 是时域信号处理方案; 方法 2 是频域功率谱估计方案; 方法 3 是全硬件方案. 其目的是解决风廓线的空间分辨力与测风精度两者之间不能兼得的矛盾, 原因是回波信号持续时间受限或者说记录数据长度受限. 作者根据大气声遥感探测的特性提出分段变换处理的方法解决了这个问题, 其中方法 3 则是作者提出的一种新的处理方法, 根据实测和使用结果表明, 即是在短的观测数据或者记录数据长度限定的约束条件下, 也能获得满意的频率分辨力并能对探测高度任意分层处理而获得风速、风向随高度变化的廓线资料.

1994-10-18 收稿, 1995-04-06 收修改稿

* 国家自然科学基金资助项目

** 中国科学院大气物理研究所九〇级研究生

1 信道与信号模型

实际上, 大气边界层不同高度具有不同的风速与风向, 从不同高度的大气运动介质后向散射形成的声回波信号具有不同的 Doppler 频偏, 因此, 当脉冲 Doppler 声遥感系统向大气边界层发射的是脉冲调制的强功率谐波信号时,

$$S_r(t) = A_c G(t) \cos \omega_0 t, \quad (2)$$

式中 $G(t)$ 为门函数, 即

$$G(t) = \begin{cases} 1, & kT_0 \leq t \leq kT_0 + \tau, \\ 0, & kT_0 + \tau \leq t \leq (k+1)T_0, \end{cases} \quad (3)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots,$$

τ 为脉冲宽度, T_0 为帧周期. 可以合理地假定声遥感系统检测的声回波信号可表示为^[4~9]

$$x(t) = \sum_i a_i(t) \cos(\omega_i t + \varphi_i) + w_n(t), \quad (4)$$

式中 $w_n(t)$ 表示 Gauss 正态噪声, (4) 式可表示成如下更普遍的形式:

$$y(t) = \sum_i a_i e^{j\omega_i t} + w_n(t), \quad (5)$$

它是窄带随机过程

$$x(t) = a(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)] + w_n(t) \quad (6)$$

的一种便于解析处理的近似表达式. (4), (5) 和 (6) 式表示的谐波信号过程是广义平稳的^[7], 因此有

$$E[w_n(t)] = 0; E[w_n(t)w_n(t+l)] = \sigma^2 \delta_l; E[x(t)w_n(t+l)] = 0. \quad (7)$$

2 声回波信号的变换与预处理

在许多情形下, (4), (5) 和 (6) 式代表的谐波随机过程并不便于进行信号某一参量的检测, 需要进行变换和预处理, 将 (6) 式通过一个带宽为 B_0 的带通滤波器, 因 $w_n(t)$ 是 Gauss 正态噪声, 所以带通滤波的输出是一个窄带随机过程

$$u(t) = A(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)]. \quad (8)$$

为了便于分别在时域和频域中提取频偏信号 f_d , 用点频为 ω_0 的谐波信号对 $u(t)$ 进行调制(混频), 即

$$u(t) \cdot \cos \omega_0 t = A(t) \cos[2\omega_0 t + \varphi(t)] + A(t) \cos \varphi(t), \quad (9)$$

滤除 $2\omega_0$ 的频率分量, 则有

$$e(t) = A(t) \cos \varphi(t), \quad (10)$$

这一变换、预处理过程如图 1 所示. 因为 $A(t)$ 并不包含 Doppler 频偏信息, 不失一般性, 可以令 $A(t) \equiv 1$, 这可以通过硬限幅电路实现^[8], 这时 (8) 式简化为

$$x_c(t) = \cos \varphi(t). \quad (11)$$

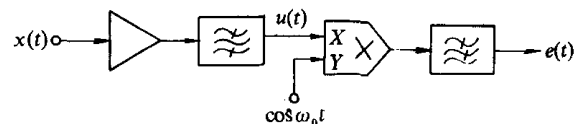


图1 变换预处理过程

3 提取 Doppler 频偏信号 f_d 的数字滤波方法

由于声遥感中的 Doppler 效应, (11) 式中 $\varphi(t)$ 携带了 f_d 信息, 即 $\frac{d\varphi(t)}{dt} = \omega(t)$, 若声发射脉冲重复周期为 T_0 , 则在最大探测高度 $CT_0/2$ (C 为声在大气中的传播速度) 之内, 对声回波功率有贡献的是由 Bragg 条件确定的对 θ 方向散射起作用的湍流尺度^[9, 10]

$$l(\theta) = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\theta}{2}} \quad (12)$$

由 $l(\theta)$ 决定的非均匀湍流边界层层数设为 M , 在统计意义下整个 $l(\theta)$ 设有一个频率 ω_l , 则 $\omega(t)$ 将由 M 个不同的 ω_l 组成, 因此 (11) 式可改写为

$$x_e(t) = x(t, \omega) = \sum_{i=0}^{M-1} e^{j\omega_i t} \quad (13)$$

其离散 Fourier 变换 DFT 为

$$x(k, \omega) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n, \omega) W_N^{kn} = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{M-1} e^{j \frac{2\pi}{N} n(i-k)}, \quad k=0, 1, \dots, N-1, \quad (14)$$

式中 $W_N = e^{-j \frac{2\pi}{N}}$, 显然, 当 $l=k$ 时, $x(k, \omega_l) = N$; 当 $l \neq k$, $x(k, \omega_l) = 0$. (14) 式已不再显含时间 t , 为了获得风速、风向随高度变化的廓线资料, 必须对高度分层处理.

在声遥感系统中, 典型参数为 $T_0 = 4$ s, 盲区为 68 m, 计算探测高度 $h_0 = 612$ m, 发射声脉冲宽度 $\tau = 200$ ms, 收发转换保护间隔 $\tau_0 = 100$ ms, 延迟 $\tau_d = 100$ ms, 实际有效探测时间 $T_m = 3.6$ s, 如图 2 所示.



图 2 有效探测时间

对 (14) 式进行 FFT 可得梳状滤波器 (comb filter) 特性, 遗憾的是, 分层数与测风精度二者不可兼得, 文峰¹⁾给出了一个实际计算结果, 见表 1. 分层处理是对数据记录长度附加的约束条件, 在限定 T_0 时, 增加采样率或样本数 N 并不能改善频率分辨力, 因而测风精度较低, 弱风时误差可达 15%.

表 1 计算结果

高度分层数 k	18	36	72
数据记录长度 $NT/s \cdot \text{层}^{-1}$	0.2	0.1	0.05
分层高度 $/m \cdot \text{层}^{-1}$	34	17	8.5
频率分辨力 F/Hz	5	10	20
测风精度 $u_{\min}/m \cdot s^{-1}$	0.425	0.85	1.7

为了使具有严格的可比性, 我们将实测风廓线按 (1) 式线性地换算成相应的 Doppler 频偏值并与风向值一起作为 FFT 原始数据, 计算样本数 $N = 512$, $f_0 = 2 \times 10^3$ Hz, $NT = 0.1$ s, 计算分层数 $k = 36$ 层, $F = 10$ Hz. 显然, 即使这样得出的风廓线仍有明显的偏差, 弱风时尤其如此.

1) 文 峰. 大气边界层测风声雷达回波信号的 FFT 处理方法. 中国科学院大气物理研究所硕士论文, 1992

4 分段卷积运算处理

为了改善(14)式的 DFT 与 FFT 算法在弱风时测风精度偏低即频率分辨力低的问题, 本文分析了(14)式 DFT 测风误差的分布曲线, 如图 3 所示, 图中误差随风速增大呈指数衰减分布, 计算点为 500 条风廓线。

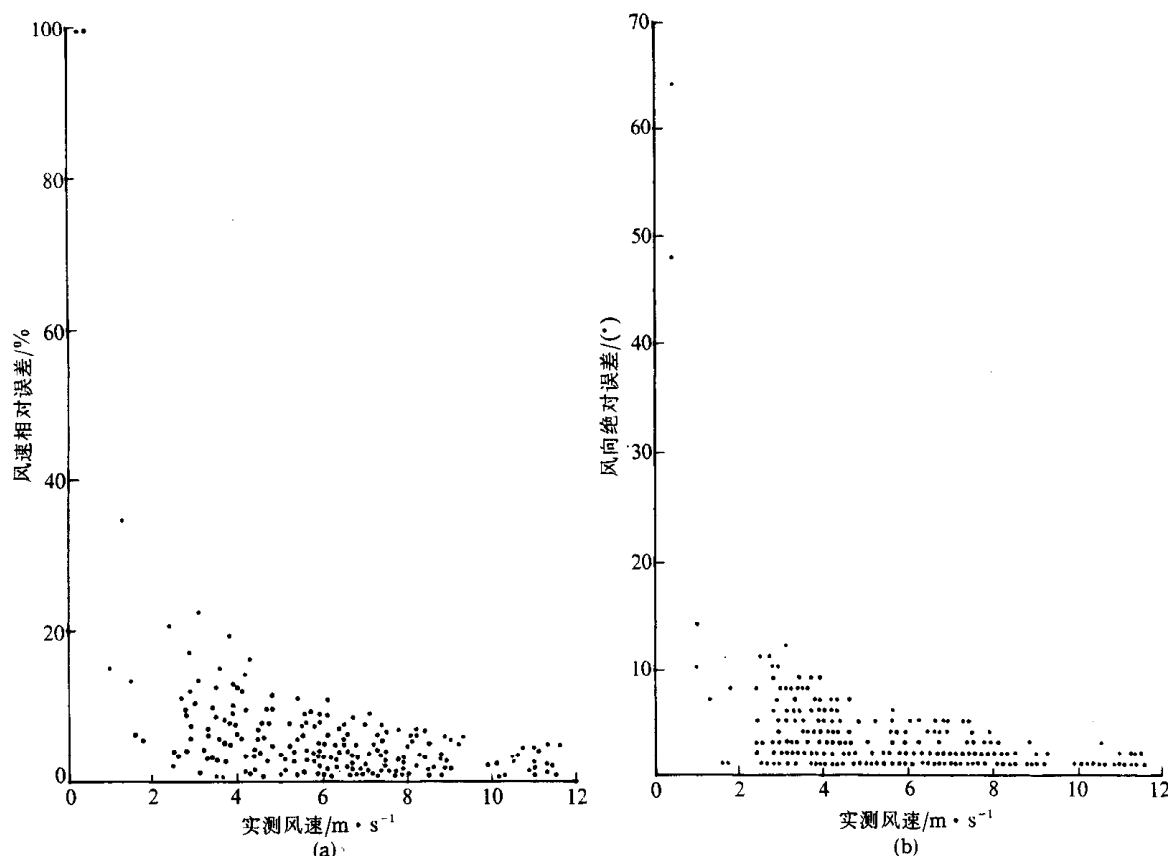


图 3 DFT 处理的测风(风速(a)、风向(b))误差分布(1992 年 10 月)

在风速小于 5 m/s 时, 误差分布在 10% 以内. 因此, 可以将 DFT 算法分成二段, 第一频段处理的 Doppler 频偏 f_d 为 0 ~ 50 Hz, 对应的风速为 0 ~ 4.25 m/s; 第二频段处理的 f_d 为 51 ~ 200 Hz, 对应的风速为 4.25 ~ 17 m/s. 只要将第一频段的频率分辨力提高到 2 Hz, 即使第二频段为 10 Hz, 也已能满足实际使用(环境评价, 污染气象学等)和大气边界层理论研究的需要了.

为此, 对(14)式进行分段卷积处理, 令 $z_k = e^{j\theta} \cdot e^{jk\varphi_0} = e^{j(\theta_0 + k\varphi_0)}$, 则(14)式的 DFT 为

$$X(z_k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{j(\theta_0 + k\varphi_0)n}, \quad k=0, 1, 2, \dots, M-1, \quad (15)$$

θ_0 为计算的起始位置, φ_0 为 Z 平面单位圆上第一频段 (0 ~ 50 Hz) 所对应的一段圆弧上等间隔采样的角度, 样点数 M 根据频率分辨力的要求而定.

利用恒等式^[11] $nk = \frac{1}{2} [n^2 + k^2 - (k-n)^2]$, 将(15)式改写为

$$X(z_k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{jn\theta_0} \cdot e^{-j\varphi_0 n^2/2} \cdot e^{-j\varphi_0 k^2/2} \cdot e^{j\varphi_0(k-n)^2/2} \\ e^{-j\varphi_0 k^2/2} \sum_{n=0}^{N-1} [x(n) e^{jn\theta_0} \cdot e^{-j\varphi_0 n^2/2}] \cdot e^{j\varphi_0(k-n)^2/2}, \quad k=0, 1, 2, \dots, M-1, \quad (16)$$

令

$$g(n) = x(n) e^{jn\theta_0} \cdot e^{-j\varphi_0 n^2/2}, \quad h(n) = e^{j\varphi_0 n^2/2}, \quad (17)$$

则得到 (15) 式的分段卷积表达式:

$$X(z_k) = e^{-j\varphi_0 k^2/2} \sum_{n=0}^{N-1} g(n) h(k-n) = e^{-j\varphi_0 k^2/2} \cdot g(n) * h(n), \\ k=0, 1, 2, \dots, M-1, \quad (18)$$

相应的信号处理过程如图 4 所示. 而 $k=M, M+1, \dots, N-1$ 的样点可以根据强风时测风精度的需要, 继续分段按上述算法处理, 这时只要将 θ_0 设定不同的值即可. 第一频段 $\theta_{01}=0$, 第二频段 $\theta_{02}=M+1$, 等等, 在一般情形下, 可以令 $k=M, M+1, \dots, N-1$, 仍用 DFT 算法处理.

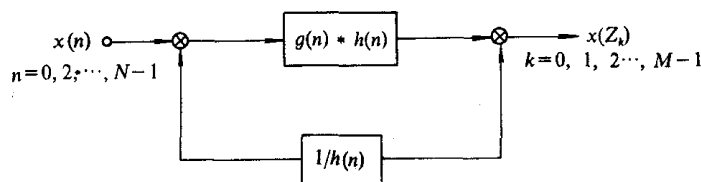


图 4 分段卷积运算过程

在声遥感系统中, Doppler 频偏 f_d 取 $0 \sim 200$ Hz, 分 4 段, 即 $f_{d1}=0 \sim 50$ Hz, $\theta_{01}=0$; $f_{d2}=51 \sim 100$ Hz, $\theta_{02}=51$ Hz; $f_{d3}=101 \sim 150$ Hz, $\theta_{03}=101$ Hz; $f_{d4}=151 \sim 200$ Hz; $\theta_{04}=151$ Hz; $N=512$, 采样率 $F_s=5$ kHz, 对每一段可以设定不同的频率分辨力. 计算结果表明, 分段卷积运算的频率分辨力优于 2 Hz, 所得风廓线对应的测风精度优于 DFT 算法.

5 复极点模型谱估计

当探测高度分层处理时, 在每一层内, f_d 的可能变化范围为 $0 \sim 200$ Hz, 对这个频率范围内的信号由 (14) 式进行 FFT 计算可得一组梳状滤波器, 组数 β 由算法的频率分辨力决定, 因此, 可以把这种处理方法看成是从宽带噪声中分离出 β 个窄带信号的过程, 其自相关函数有如下形式:

$$r_i(\tau) = r_0(\tau) + A_i e^{-a_i \tau} \cdot \cos \omega_i \tau, \quad i=1, 2, \dots, \beta, \quad (19)$$

$r_0(\tau)$ 表示宽带噪声的自相关函数, 在时域中选取适当的 τ_c 值时, 当 $\tau \gg \tau_c$ 时, $r_0(\tau) \approx 0$. 这时可得 (18) 式的离散形式

$$r_n(n) = \sum_{i=1}^{\beta} A_i e^{-a_i |n|} \cdot \cos \omega_i n, \quad n=M+1, \dots, N, \quad (20)$$

式中 M 对应于 τ_c , 即 $r_0(M) \approx 0$.

实际上, (20) 式可表示成指数衰减的线性组合形式

$$r(n) = \sum_{i=1}^{\beta} \frac{A_i}{2} [e^{(-a_i + j\omega_i)n} + e^{(-a_i - j\omega_i)n}] = \sum_{i=1}^{\beta} b_i z_i^n, \quad n = M+1, M+2, \dots, N, \quad (21)$$

式中

$$b_i = b_{\beta+i} = \frac{A_i}{2}, \quad z_i = e^{-a_i + j\omega_i}, \quad z_{i+\beta} = e^{-a_i - j\omega_i}. \quad (22)$$

(22) 式可以用 Prony 复极点模型进行计算^[12], 相应的谱估计 $S(f)$ 为

$$S(f) = \sum_{i=1}^{\beta} A_i \frac{-2a_i}{a_i^2 + [2\pi(f - f_i)]^2}. \quad (23)$$

需要指出的是, 我们并不预知 β 值, 换句话说, 由 (20) 式描述的随机过程包含多少窄带信号是无法预知的, 因此, 将 β 当作 Prony 参数模型的阶数来处理, 但 β 不能低于 100, 否则所得风廓线的风速误差太大, 因此, $\beta \geq 100$ 是一个约束. 此外, 在预处理中噪声带宽 $BW_n = 0 \sim 200$ Hz, $1/BW_n$ 作为 τ_c 的估值, 即 $\tau_c \doteq 5$ ms, 当每层中的数据长度 $N = 512$ 时, $M \doteq 30$, 由于 $N > \beta$, 在计算 (23) 式时应采用广义 Prony 谱估计算法.

用数值模拟产生幅值指数衰减的, 频率为 100 个点频的谐波信号线性组合的随机过程来近似大声边界层声回波信号, 然后由 (23) 式求得 $S(f)$, 再根据 (1) 式得出风廓线, 频率分辨力可达 2 Hz 以上, 结果与理论风廓线比较一致.

6 跟踪滤波锁相方法

由 (4) ~ (6) 式可知, 声回波是随机幅度与随机相位信号, 不知道先验概率 $p(r)$ 与 $p(\theta)$, 因此可以设想相位 θ 为均匀分布, 从而使最大后验概率估计转化为最大似然估计, 并由此求得最佳检测方案^[13~15].

在测风时需要 Doppler 频偏 f_d , 因此声回波信号的相位信息是未知的待估参数, $p(\theta)$ 为均匀分布, 即 $p(\theta) = 1/2\pi$ 是一种最为不利的情况和限制. 设信号为 $x_r(t)$, 最大似然比方程为

$$\left. \frac{\partial}{\partial \theta} \ln p(x_r/\theta) \right|_{\theta=\theta_{ML}} = 0, \quad (24)$$

其中

$$p(x_r/\theta) = k \exp \left\{ -\frac{1}{n_0} \int_0^T [x_r(t) - s(t; \theta)]^2 dt \right\}, \quad (25)$$

式中 $n_0/2$ 是 Gauss 白噪声的功率谱密度, $s(t; \theta)$ 是随机相位信号, 由此可得

$$\int_0^T [x_r(t) - A \sin(\omega_0 t + \theta_{ML})] \cos(\omega_0 t + \theta_{ML}) dt = 0, \quad (26)$$

式中 T_0 为信号一次探测的持续时间, 在实际的声雷达探测系统中 $\omega_0 T \gg 1$ 的条件是经常能满足的, 故 (24) 式可简化为

$$\int_0^T x_r(t) \cos(\omega_0 t + \theta_{ML}) dt = 0, \quad (27)$$

这个运算过程可以用图 5 所示的锁相环路 PLL 方案来实现.

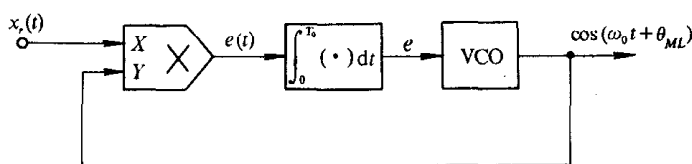


图 5 运算过程

锁相环 PLL 是相位负反馈系统, 在锁定时输入信号与输出信号的频差为零, 相位误差 $\bar{e} = (\theta - \theta_{ML}) \rightarrow 0$, 显然与 (25) 式等价, 因此压控振荡器 VCO 输出信号的相位 θ 就跟踪了输入信号的相位, 同时减小了相位抖动, 起到提纯作用, 而 VCO 的频率瞬时值就是 Doppler 频偏 f_d .

在高信噪比 $\alpha^2 \gg 1$ 时, 随机相位分布趋于 Gauss 分布^[16]

$$f(\theta) \doteq \frac{e^{-\alpha^2 \theta^2}}{\sqrt{\pi/\sigma^2}}, \quad (28)$$

由此可以近似计算相位抖动的概率

$$p(|\theta| < |\theta_0|) \doteq \text{erf} \alpha \theta_0. \quad (29)$$

在 PLL 环路中, 设鉴相器输入端的信噪比为 10 dB, 那么相位抖动小于 36° ($\pi/5$) 的概率为

$$p(|\theta| < 36^\circ) = \text{erf} \sqrt{10} \cdot \frac{\pi}{5} = \text{erf} 1.986 = 99.55\%,$$

而相位抖动小于 18° ($\pi/10$) 的概率则为 84.27%.

在实际的声雷达探测系统中, 发射的声信号频率 $f_0 = 2$ kHz, 周期 $T_s = 0.5$ ms, 这时 18° 的相位抖动相当于产生 Doppler 频偏误差为 5%. 若探测的最大水平风速为 35 m/s, 则误差为 1.75 m/s, 信噪比为 20 dB 时, 误差减小为 0.17 m/s, 即相当于一个声发射波长的误差.

由此可见, 随机衰落信道将引起很大的相位抖动和幅值起伏, 使 PLL 频繁失锁, 只有提高信噪比 α^2 才能实现最佳相位检测. 但是, Doppler 频偏 f_d 的变化范围一般可达声发射频率 f_0 的 20%, 即 $f_d/f_0 = 0 \sim 20\%$, 这样大的带宽使信噪比的实际改善变得非常困难, PLL 虽然能在极低的信噪比下提取相位信息. 但是只有在高信噪比时才能减小随机信号的相位抖动, 环路参数的漂移, 随机性的干扰均会使环路失锁或无法捕获回波信号, 为此, 采用 V (电压)— F (频率)—BCD (二进制编码) 变换电路对声波信号进行变换处理, 同时对锁相环路的输入预置适当的点频谐波信号, 从而减小频繁的搜索、捕获过程和失锁现象, 并通过 PLL 对已变换的信号进行瞬时频率的提取, 这就是跟踪滤波锁相方案 (PLTF), 方框图如图 6 所示. 这时 PLL 的输入信号为

$$u_{ip} = K[F_0 - kf_d(t)], \quad (30)$$

式中 K 为电压/频转换系数, k 为频率扩展因子, 显然当 $t=0$ 时, $f_d(t)=0$, $u_{ip} = KF_0$, PLL 入锁在预置点频 F_0 上. 选择适当的 k , F_0 和对应于 F_0 的参考电压 u_r , 则 $[u_r - u_d(t)]$ 将以极高的线性对应于 $[F_0 - kf_d(t)]$, 它是以 F_0 为基准的随机频率信号. 由于 PLL 锁定在预置频率 F_0 上, 因此 PLL 对 u_{ip} 只是跟踪过程, 不再需要搜索、捕获与重新锁定过程, 选择较高的 F_0 可以获得较宽的锁定范围.

f_{vco} 信号一路经 F/BCO 变换以 BCD 方式输入微机求出 f_d ; 另一路经 F/V 变换和差分运算

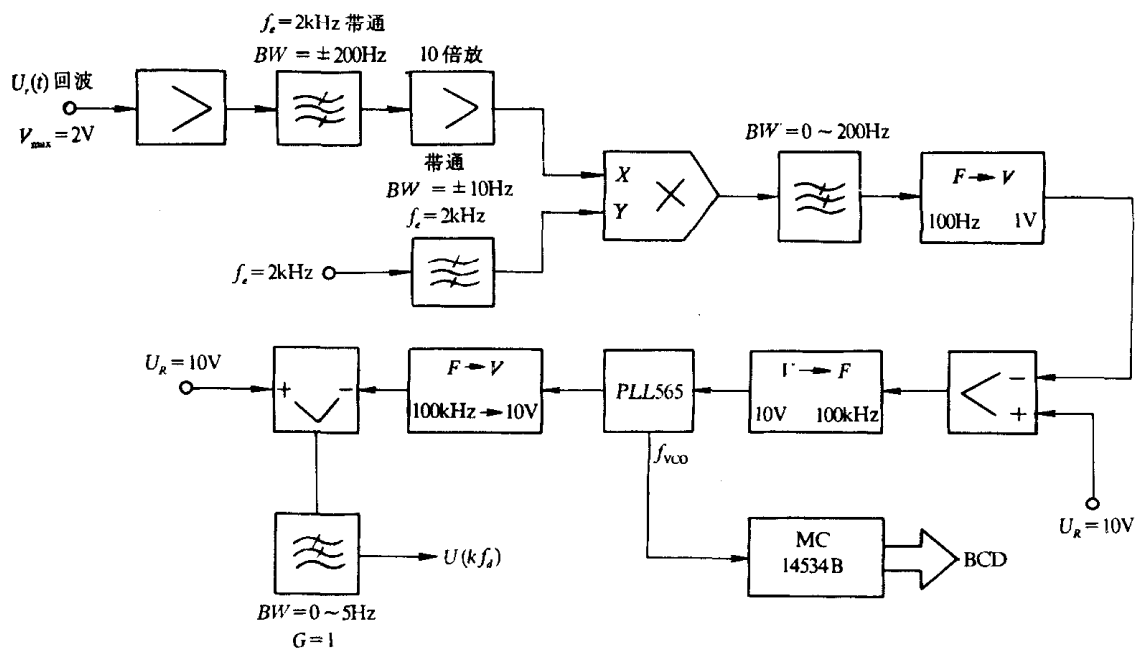


图 6 跟踪滤波原理图

而获得与 kf_d 成正比的电压 $u(kf_d)$, 然后进行 A/D 变换与任意密集分层处理, 从而获得风廓线, 信噪比和频率分辨力均获得明显改善, 因此 PLTF 方案是声探测系统回波信号处理的一种新的有效方法。

7 结果的比较与分析

分段卷积运算方法可以根据测风精度的需要而灵活地划分频段, 提高频率分辨力, 适于处理幅度衰落的大气回波信号; 复极点模型谱估计方法也能明显地改善频率分辨力, 但需要试选未知参量 β , 一般适于处理高信噪比的情况^[7]; 相比之下, 跟踪锁相滤波方法不仅具有较高的频率分辨力, 而且具有改善信噪比的功能, 因此是一种更有效的实时信号处理方法。

参 考 文 献

- 1 May P T, Strauch R G, Moran K P *et al.* Temperature sounding by RASS with wind profiler radars: A preliminary study. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1990, 28(1): 19 ~ 28
- 2 Bonino G, Trivero P. Automatic tuning of Bragg condition in Radio-acoustic system for PBL temperature profile measurement. *Atmospheric Environment*, 1985, 19(6): 973 ~ 978
- 3 Peters G, Hasselmann D, Pang S. Radio acoustic sounding of the atmosphere using a FMCW radar. *Radio Science*, 1988, 23(4): 644 ~ 646
- 4 Tufts D W, Kumaresan R. Estimation of frequencies of multiple sinusoids: making linear prediction perform like maximum likelihood. *Proceedings of the IEEE*, 1982, 70(9): 975 ~ 989
- 5 Zhao Songnian, Xiong Xiaoyun. The measurement of sodar echoes in the atmospheric boundary layer. *Annual Report of Institute of Atmospheric Physics*, 1988, 7(1): 256 ~ 262
- 6 Neff W D, Coulter R L. Probing the atmospheric boundary layer, In: Lenschow D H ed. Boston: Amer Meteorol Soc, 1986. 201 ~ 239

- 7 Papoulis A. Probability, Random Variables, and Stochastic Processes. New York: McGraw-Hill, 1965
- 8 Zhao Songnian, Xiong Xiaoyun. An Interference-Immune trigger circuit for strong-motion recording in earthquake engineering. *Acta Seismologica Sinica*, 1988, 1(2): 110 ~ 118
- 9 朱 堃, 陈 庚. 相干检测和模糊度积累在声雷达中的应用. *大气科学*, 1988, 12(1): 67 ~ 74
- 10 潘乃先. 声雷达定量测量 C_t^2 中的几个问题. *大气科学*, 1993, 17(1): 44 ~ 51
- 11 Rabiner L R, Schafer R W, Rader C M. *IEEE Trans. Audio Electroacoust.*, 1969, 17(6): 86 ~ 92
- 12 Van Blaricum M L, Mittra R. Problems and solutions associated with prony's method for processing transient data. *IEEE Trans Antennas Propagat.*, 1978, 26(6): 174 ~ 182
- 13 朱 堃. 主动声呐检测信息原理. 北京: 海洋出版社, 1990. 327 ~ 376
- 14 Whalen A D. *Detection of Signals in Noise*. New York: Academic Press, 1971. 325 ~ 331
- 15 Van Trees H L. *Detection, Estimation and modulation theory, Part I*. New York: John Wiley and Sons, 1986. 66 ~ 72
- 16 Schwartz M J. *Information transmission modulation and noise. A unified approach to communication system*, New York: McGraw-Hill, 1970
- 17 Kay S M. *Modern Spectral Estimation, Theory and Application*. Prentice-Hall, 1988 (凯依 S M 著. 现代谱估计: 原理与应用. 黄建国, 武延祥, 杨世兴译. 北京: 科学出版社, 1994. 325 ~ 354)