玻色凝聚原子气体跨越自发对称性破缺的普适非平衡动力学研究进展

江迅达^{1,2,3}, 马翥^{1,2,3}, 徐军⁴, 李朝红^{1,2,3*}

1. 中山大学广东省量子精密测量与传感重点实验室, 珠海 519082;

2. 中山大学物理与天文学院, 珠海 519082;

3. 中山大学光电材料与技术国家重点实验室, 广州 510275;

4. 华南农业大学基础实验与实践训练中心, 广州 510642

* 联系人, E-mail: lichao2@mail.sysu.edu.cn

2021-08-05 收稿, 2021-09-12 修回, 2021-09-14 接受, 2021-09-15 网络版发表

国家自然科学基金(12025509, 11874434)、广东省重点领域研发计划(2019B030330001)和广州市科技计划(201904020024)资助

摘要 自发对称性破缺是自然界中普遍存在的物理现象, 从宇宙星系的形成到超流涡旋的产生, 它广泛存在于宇宙学、凝聚态物理以及原子分子光物理等各个领域之中. 自发对称性破缺过程中的普适临界动力学可用Kibble-Zurek机制描述, 该机制描述了体系非绝热激发和淬火速率之间的普适标度关系. 研究普适临界动力学既可以加深人们对早期宇宙中复杂结构形成和演化的理解, 又可以帮助人们找出更快的绝热路径, 缩短量子态制备和量子调控的时间. 超冷原子体系具有洁净的环境、较长的相干时间以及高度可控等优点, 是研究普适临界动力学的理想平台之一. 本文从自发对称性破缺相变出发, 介绍了玻色凝聚原子气体跨越自发对称性破缺的两类普适非平衡动力学: (1) 由无能隙Higgs模诱导的普适非平衡动力学; (2) 由软化声子模诱导的普适非平衡动力学.

关键词 玻色-爱因斯坦凝聚, 自发对称性破缺, 非平衡量子动力学, Kibble-Zurek机制, 临界指数

自发对称性破缺是物理学中一个重要的基本概念, 它描述了一个体系的基态不再具有该系统哈密顿量的对称性, 当改变体系某一参数时, 体系基态自发地从对称性相转变为对称性破缺相^[1]. 自发对称性破缺描述了连续相变发生的内在机制, 从宇宙大爆炸后星系的形成, 到超流液氦体系中涡旋的产生, 自发对称性破缺现象广泛存在于宇宙学、凝聚态体系、原子分子光物理以及量子物理等领域. 由自发对称性破缺导致的相变临界动力学可由Kibble-Zurek(KZ)机制描述, KZ机制描述了体系对称性破缺后非绝热激发和淬火时间的普适标度关系. 最早在1974年, 宇宙学家Kibble^[2,3]在研究早期宇宙时提出, 宇宙大爆炸之后由于自发对称性破

缺, 宇宙可以形成不同的拓扑缺陷, 如畴壁、宇宙弦和单极子等. 1985年, 凝聚态物理学家Zurek^[4-6]将Kibble的观点推广到凝聚态体系, 指出Kibble预测的一些关键现象可以通过凝聚态实验进行验证, 从而实现在实验室里模拟早期宇宙中的现象, 这一观点后来被命名为KZ机制. 这一机制描述了跨越连续相变过程中产生的非绝热动力学所服从的普适规律^[4-7].

自从KZ机制被提出之后, 研究者首先尝试用⁴He超流体系检验KZ机制. 原因在于, 描述⁴He超流体系的模型与描述早期宇宙的一些模型在数学上具有等价性, 都可以由Ginzburg-Landau理论^[8]描述. Zurek^[4,5]指出, ⁴He超流相变和宇宙大爆炸之后的对称性破缺相变具

引用格式: 江迅达, 马翥, 徐军, 等. 玻色凝聚原子气体跨越自发对称性破缺的普适非平衡动力学研究进展. 科学通报, 2022, 67: 288–300

Jiang X D, Ma Z, Xu J, et al. Universal non-equilibrium dynamics in Bose condensed atomic gases undergoing spontaneous symmetry breaking (in Chinese). Chin Sci Bull, 2022, 67: 288–300, doi: 10.1360/TB-2021-0788

有很多相似性,通过改变压强,使 ^4He 超流体系快速地从正常相He-I经过相变点到达超流相He-II,诱发体系发生对称性破缺,从而产生涡旋等激发。由于 ^4He 产生的涡旋寿命很短,实验上很难探测到,因此有关 ^4He 的实验并没有得到非常充分的检验^[9,10]。相比于 ^4He 体系,研究发现 ^3He 更适合验证KZ机制。一方面, ^3He 具有更长的关联长度;另一方面,描述 ^3He 的Ginzburg-Landau理论^[8]比 ^4He 更为精确。实验上, ^3He 体系可以直接驱动温度跨越相变点,而不需要像 ^4He 体系那样通过改变压强间接地跨越热力学相变。在 ^3He 实验中,研究者观察到了涡旋的产生,并通过测量系统的关联长度,发现实验结果与理论预测基本一致^[11]。

随着原子玻色-爱因斯坦凝聚(Bose-Einstein condensation, BEC)实验技术的飞速发展,得益于原子BEC的环境洁净、较长的相干时间以及参数可调可控等优点,研究者开始用原子BEC检验KZ机制。2008年,Weiler等人^[12]在二维谐振子势阱和环形势阱中研究了BEC形成过程中的热力学相变,在驱动体系跨越相变点进入BEC相时,观察到了涡旋的产生。尽管研究者没有从该实验中观察到涡旋激发数和驱动速率的标度关系,但是,该实验开启了在超冷原子体系研究KZ机制的先河。2013年,Lamporesi等人^[13]研究了准一维体系中的BEC热力学相变,在实验中观察到热力学相变非绝热效应产生的孤子激发,并给出了孤子激发数和驱动速率的标度关系。2015年,Navon等人^[14]在二维均匀势中研究了BEC的热力学自发对称性破缺相变,通过改变原子之间的相互作用,使体系跨越非平衡相变,自发地产生畴壁,利用零拍物质波干涉得到体系的一阶关联函数,从而提取出超越平均场的动力学临界指数。

实验上,除了研究热力学相变的KZ机制,最近也开始探究量子相变的KZ机制。2011年,Chen等人^[15]在光晶格中研究了莫特绝缘相到超流相的非平衡量子相变,通过改变隧穿强度和相互作用强度的比值,当体系跨越相变点时,由于临界慢化效应,体系无法绝热地跨越相变点,从而产生非绝热激发。该工作通过测量激发能量和驱动速率的依赖关系,验证了KZ标度。随后,Braun等人^[16]也研究了该体系莫特绝缘相到超流相变过程中关联长度标度等问题。2016年,Anquez等人^[17]研究了自旋为1的 ^{87}Rb BEC中极化相到轴对称破缺相的普适非平衡动力学。与前面工作不同的是,该实验通过观测序参量的相变延迟,而非体系的非绝热激发,给出了由动力学临界指数 z 和关联临界指数 ν 构成的 νz 组合标度。

同年,Clark等人^[18]研究了震动光晶格体系中铁磁量子相变的普适非平衡临界动力学,通过观察自旋涨落的相变延迟以及反铁磁相的空间关联,首次从实验上同时得到动力学临界指数 z 和静态关联临界指数 ν 。2019年,Ko等人^[19]研究了强相互作用费米体系中的BEC-BCS(Bardeen-Cooper-Schrieffer)渡越动力学,当体系发生一般相到超流相的对称性破缺相变时会自发产生涡旋,通过测定涡旋数与驱动速率的标度关系,证明KZ机制在强相互作用费米体系中同样适用。

国内在跨越自发对称性破缺的非平衡动力学方面的实验研究也取得了重要的进展。中国科学技术大学郭光灿团队^[20]利用单比特体系的Landau-Zener过程模拟了量子KZ机制的绝热-非绝热(冻结)-绝热近似,该实验有效验证了KZ机制成立的重要假设。中国科学技术大学潘建伟团队^[21]在强相互作用费米超流体系中发现非绝热产生的涡旋存在普适的动力学标度。另外,中国科学技术大学陈帅课题组^[22]研究了具有自旋轨道耦合的两组分BEC体系铁磁相变的非均匀KZ机制,实验结果给出了畴激发和相变延迟与淬火速率的标度关系。

KZ机制描述了跨越连续相变的普适临界动力学,它既适用于热力学相变,也适用于量子相变^[1-7]。热力学相变起源于体系热涨落。对于某一热力学体系,其相变温度为 T_c 。定义距离临界温度 T_c 的无量纲距离为 $\epsilon = |T - T_c| / T_c$ 。对于量子体系,体系的量子涨落来源于算符之间的不确定关系,体系的相变可由非热力学量驱动诱导发生。定义量子相变点为 g_c , g 可以表示为外场强度、光与原子耦合强度或者隧穿强度等,体系无量纲距离可以表示为 $\epsilon = |g - g_c| / g_c$ 。

在临界点附近,关联长度以幂律的形式发散: $\xi \sim |\epsilon|^{-\nu}$,其中 ν 为关联临界指数。另外,弛豫时间 τ 在临界点附近发散,如图1实线所示,它与关联长度的关系为 $\tau \sim \xi^z$, τ 描述了体系在微扰作用下回到平衡态所需的时间, z 为体系的动力学临界指数。对于量子相变,弛豫时间 τ 正比于基态与第一激发态之间能隙 Δ 的倒数,也就是 $\tau \sim \Delta^{-1}$ 。体系的另一个特征时间尺度是转变时间 $\tau_t = \Delta / |d\Delta / dt|$,它描述系统被驱动的快慢程度,如图1虚线所示。在临界点附近,能隙 Δ 以幂律的形式闭合, $\Delta \sim |\epsilon|^{\nu}$ 。由于能隙 Δ 在临界点处为零,弛豫时间 τ 趋于无穷,体系对外界的响应需要无限长的时间,意味着体系的态不能绝热地跨越相变点。考虑体系的参数被线性地驱动: $\epsilon \approx -t / \tau_Q$,在远离相变点时,能隙 Δ 比较大

(弛豫时间比较短),可以保证态能绝热地跟随哈密顿量的演化.当转变时间 τ_t 等于弛豫时间 τ 时,给出了体系的冻结时刻 $\hat{t}$,它表示体系的态在 $\hat{t}$ 时刻被冻结,在冻结区域 $[-\hat{t}, \hat{t}]$,态基本不演化.其中,冻结时刻 $\hat{t}$ 与淬火时间 τ_Q 的关系为

$$\hat{t} \sim \tau_Q^{vz/(1+vz)}. \quad (1)$$

在冻结时刻 $t = -\hat{t}$,对应的无量纲距离为 $\hat{\epsilon} \sim \tau_Q^{-1/(1+vz)}$,相应态的关联长度为

$$\hat{\xi} \sim \hat{\epsilon}^{-dv} \sim \tau_Q^{dv/(1+vz)}, \quad (2)$$

其中, d 代表空间维度.根据转变时间和弛豫时间给出体系的冻结时刻,把体系划分为3个区域:绝热区域、非绝热区域和绝热区域,如图1所示.根据绝热-非绝热-绝热近似,冻结的态在非绝热区域 $[-\hat{t}, \hat{t}]$ 基本上保持不变,直到 $\hat{t}$ 时刻,体系再次进入绝热演化,而 $-\hat{t}$ 时刻的态不再是体系的瞬时本征态(而是体系的激发态),因而体系产生非绝热激发.

如果体系足够绝热,也就是 τ_Q 足够大时,体系的非绝热区域将被限制在临界点附近.根据重整化群理论的标度假说,临界点附近算符 $\bar{O}$ 的期望值将正比于关联长度 $\hat{\xi}$ 的幂次,而 $\hat{\xi}$ 与淬火时间 τ_Q 有关,关于其他算符的期望值 $\langle \bar{O} \rangle$,也将是淬火时间 τ_Q 的幂次^[7].比如,体系跨越相变产生的缺陷数目由冻结时刻的关联长度决定:

$$n_{\text{ex}} \sim \hat{\xi}^{-dv} \sim \tau_Q^{-dv/(1+vz)}. \quad (3)$$

该式给出了相变点处缺陷数目对淬火速率的标度.考虑缺陷的不稳定性,缺陷数目会依赖于探测时间.为了

更好地预测不同时刻产生的缺陷数目,通常用非普适的标度函数表示, F 依赖于体系的微观性质,可得 $n_{\text{ex}} \cong \tau_Q^{-dv/(1+vz)} F(t/\hat{t})$.

KZ机制可用关联长度 $\hat{\xi}$ 和冻结时刻 $\hat{t}$ 这两个重要的物理尺度与淬火时间的标度关系描述,基于这两个重要的物理尺度,可以导出其他物理量与淬火时间的标度关系.上述讨论虽然是有关均匀体系的情况,但对于非均匀体系,KZ机制也广泛存在^[23-26].从自发对称性破缺相变出发,针对玻色凝聚原子气体中的自发对称性破缺,本文将介绍两类普适非平衡动力学:由无能隙Higgs模诱导的普适非平衡动力学和由软化声子模诱导的普适非平衡动力学.

1 自发对称性破缺相变

自发对称性破缺相变是研究KZ普适动力学机制的基础.为了进一步理解自发对称性破缺,以经典的 ϕ^4 模型为例^[27].该模型具有 $U(1)$ 全局对称性,考虑复数场 ϕ 的 $U(1)$ 变换:

$$\phi(x) \rightarrow e^{-i\theta} \phi(x), \quad (4)$$

其中, θ 是不依赖于空间位置的常数.场 ϕ 在 $U(1)$ 变换下拉氏量保持不变,场的拉氏量为

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \phi \partial_\mu^* \phi - V(\phi), \quad (5)$$

其中,第一项为场的动能,第二项为场的势能,其具体形式为

$$V(\phi) = \alpha |\phi|^2 + \frac{1}{2} \beta |\phi|^4. \quad (6)$$

当体系对称性还没有破缺时, $\alpha > 0$ 对应体系的质量项,此时 $V(\phi)$ 为抛物势形状,如图2(a)所示.势能的最小值确定了体系的基态, $\phi = 0$,它具有唯一性和势能的对称性.当 α 是一个负数时,体系发生自发对称性破缺,此时势 $V(\phi)$ 呈现为“墨西哥帽”的形状,如图2(b)所示.原来的基态对应不稳定的极大值点,体系将重新寻找新的稳定基态.如图2(b)虚线圆所示,此时稳定的基态是一系列简并态,除了相位不确定外,场的基态具有相同的绝对值: $|\phi_0| = \sqrt{|\alpha|/\beta}$.

2 无能隙Higgs模诱导的非平衡动力学

体系发生自发对称性破缺之后,存在两种激发.一种是由场相位扰动诱导的无能隙Goldstone模激发,如

图1 (网络版彩色)弛豫时间 τ 和转变时间 τ_t 与无量纲距离 ϵ 的关系
Figure 1 (Color online) The relations of relaxation time τ and transition time τ_t of dimensionless distance ϵ

图2 (网络版彩色)自发对称性破缺. 对称性势(a)和对称性破缺势能(b)曲线

Figure 2 (Color online) Spontaneous symmetry breaking. The curves of symmetry potential (a) and symmetry breaking potential (b)

图2(b)虚线箭头所示, 这种激发无太多物理意义. 另一种是由场振幅扰动诱导的Higgs模激发, 如图2(b)实线箭头所示, Higgs模在临界点处降为零, 诱导体系产生非绝热激发^[27]. 接下来, 我们考虑体系由无隙Higgs模激发诱导的普适非平衡动力学.

考虑零维两组分BEC体系的普适临界动力学^[28], 实验中可以通过光场或者射频场耦合原子的内态实现. 采用单模近似的方法, 两组分BEC的哈密顿量为

$$H = \frac{\hbar\Omega(t)}{2}(\hat{b}_{\uparrow}^{\dagger}\hat{b}_{\downarrow} + \hat{b}_{\downarrow}^{\dagger}\hat{b}_{\uparrow}) + G_{\uparrow\downarrow}\hat{b}_{\uparrow}^{\dagger}\hat{b}_{\downarrow}^{\dagger}\hat{b}_{\downarrow}\hat{b}_{\uparrow} + \sum_{j=\uparrow,\downarrow} (E_0\hat{b}_j^{\dagger}\hat{b}_j + G_{jj}\hat{b}_j^{\dagger}\hat{b}_j^{\dagger}\hat{b}_j\hat{b}_j), \quad (7)$$

其中, $\Omega(t)$ 表示Rabi耦合, 描述自旋上与自旋下原子之间的转换速率, G_{jj} 和 $G_{\uparrow\downarrow}$ 描述的是自旋相同或者不同原子之间的相互作用. 当 $E_c = G_{\uparrow\uparrow} + G_{\downarrow\downarrow} - 2G_{\uparrow\downarrow} < 0$ 时, 体系存在自旋极化的对称性破缺, 是一种Rabi振荡态-自囚禁态的相变. 当耦合强度从 $|\hbar\Omega/E_c| < L$ 变化到 $|\hbar\Omega/E_c| > L$ 时, 体系发生Rabi振荡态到自囚禁态的自发对称性破缺相变^[29], 平均场基态从对称性相 $(\phi_{\downarrow}, \phi_{\uparrow}) = (\sqrt{L}, \sqrt{L})\exp(i\theta_{\downarrow})$ 变化至对称破缺相 $(\phi_{\downarrow}, \phi_{\uparrow}) = (\sqrt{L-l_s}, \sqrt{L+l_s})\exp(i\theta_{\downarrow})$, 其中 $L = (N_{\uparrow} + N_{\downarrow})/2$, $l_s = \pm\sqrt{L^2 - \hbar^2\Omega^2/E_c^2}$. 图3(a), (b)展示了该体系平均场和全量子化下基态和第一激发态自发对称性破缺相图.

KZ机制描述了跨越连续相变体系的普适临界动力学. 首先, 从KZ理论解析地给出体系的临界指数. 在跨越连续相变点的非平衡动力学中, 存在两个特征时间尺度. 一个是描述体系弛豫到平衡态的时间,

$\tau_r(t) = \hbar/\Delta_g(t)$, 其中, $\Delta_g(t)$ 是瞬时基态和其第一激发态之间的能隙; 另一个时间尺度是转变时间, $\tau_t(t) = \Delta_g(t)/|d\Delta_g(t)/dt|$, 它描述的是体系被驱动经过相变点所需要的时间. 两个时间尺度在临界点附近的行为如图3(c)所示. 为了获得体系的激发, 利用Bogoliubov分析, 可以得到体系的激发为

$$\Delta_g = \begin{cases} \hbar\sqrt{\Omega(\Omega - \Omega_c)}, & \Omega \geq \Omega_c, \\ \hbar\sqrt{\Omega_c^2 - \Omega^2}, & \Omega \leq \Omega_c, \end{cases} \quad (8)$$

其中, Ω_c 为临界点, $\Omega_c = |E_c L|/\hbar$. 考虑耦合相互作用强度被线性地驱动, $\Omega(t) = \Omega_c(1 \pm t/\tau_Q) = \Omega_c \pm \beta t$, τ_Q 为淬火时间, 它刻画体系被驱动得快慢. 定义无量纲相对耦合强度为 $\epsilon = |(\Omega(t) - \Omega_c)/\Omega_c| = |t|/\tau_Q$. 当 $|\Omega - \Omega_c| \rightarrow 0$ 时, 能隙 $\Delta_g \rightarrow 0$, 绝热理论失效. 根据KZ理论, 当 $\tau_r(t) = \tau_t(t)$ 时, 绝热-非绝热转变发生, 在单稳区域($\Omega < \Omega_c$)以及双稳区域($\Omega > \Omega_c$), 冻结时刻 $\hat{t}$ 与对应的无量纲相对距离 ϵ 有 $|\hat{t}| \sim \tau_Q^{1/3}$, $\epsilon \sim \tau_Q^{-2/3}$, 对比式(1)可得到组合临界指数 $z\nu = 1/2$.

由于绝热理论在临界点附近失效, 我们考虑在平均场下数值模拟体系的自发对称性破缺动力学. 选择对称性破缺的基态作为体系的初始态, 以不同的速率 β 驱动 $\Omega(t)$ 跨越临界点 Ω_c , 可以观察到纵向极化和保真度随时间出现明显的阻尼振荡, 振荡的振幅和频率与速率 β 有明显的依赖关系, 如图3(d), (e)所示. 有趣的是, 体系的非绝热激发在冻结时刻 $\hat{t}$ 之后才变得明显, 在冻结区域 $[-\hat{t}, \hat{t}]$ 内, 由于体系来不及响应哈密顿量的变化,

图 3 静态自发对称性破缺及其平均场动力学^[28]. (a), (b) 基态和第一激发态自发对称性破缺过程. (c) 弛豫时间和转变时间在临界点附近的行为. (d), (e) 不同扫描速率下纵向极化和保真度随时间的演化

Figure 3 Static spontaneous symmetry breaking and its mean-field dynamics^[28]. (a), (b) The process of the ground state and the first excited state of spontaneous symmetry breaking. (c) The behavior of relaxation time and transition time near the critical point. (d), (e) The time evolution of longitudinal polarization and fidelity with different sweeping velocities

体系会保留第一冻结时刻 t_f 的瞬时基态, 因而体系的非绝热激发会在临界点之后出现阻尼振荡, 体系的相变延迟与驱动速率有明显的依赖关系. 2016年, Anquez 等人^[17]研究了自旋为1 BEC体系的非平衡相变普适动力学, 通过观测平均自旋占据数和其涨落随时间的演化, 观察到了由于非绝热效应导致的相变延迟, 并提取出了相变延迟和驱动速率的标度关系, 实验结果与理论预测一致. 接下来, 我们考虑在具有空间维度的体系中同时提取相变延迟和非绝热激发的标度率.

我们将零维BEC体系拓展到空间一维光晶格中的原子BEC^[30], 如图4(a)所示. 实验上通过装载两组分⁸⁷Rb BEC在一维光晶格中, 可以通过耦合⁸⁷Rb原子超精细能级 $|1\rangle = |F=1, m_F=-1\rangle$ 和 $|2\rangle = |F=2, m_F=1\rangle$ 实现.

平均场理论下, 空间离散的耦合两组分原子BEC体系的哈密顿量可以表示为

$$\begin{aligned}
 H = & \frac{\hbar\Omega(t)}{2} \sum_l (\psi_{l,\uparrow}^* \psi_{l,\downarrow} + \psi_{l,\downarrow}^* \psi_{l,\uparrow}) \\
 & + \frac{\delta}{2} \sum_l (\psi_{l,\downarrow}^* \psi_{l,\downarrow} - \psi_{l,\uparrow}^* \psi_{l,\uparrow}) \\
 & - J \sum_l \sum_{j=\uparrow,\downarrow} (\psi_{l,j}^* \psi_{l+1,j} + \psi_{l+1,j}^* \psi_{l,j}) \\
 & + \sum_l G_{12} |\psi_{l,\uparrow}|^2 |\psi_{l,\downarrow}|^2 + \sum_l \sum_{j=\uparrow,\downarrow} \frac{1}{2} G_{jj} |\psi_{l,j}|^4, \quad (9)
 \end{aligned}$$

其中, $\psi_{l,j}$ 表示在 l 格点 j 分量的波函数, J 表示格点间的隧

穿, Ω 表示不同分量的耦合强度, δ 表示失谐, G 表示原子-原子之间的相互作用.

体系的波函数演化遵循离散Gross-Pitaevskii(GP)方程. 利用周期性边界条件下 $\psi_{L+1,j} = \psi_{1,j}$, L 为总格点数. 假定体系的稳态解有 $\psi_{l,j} = C_j e^{-i(\mu t - \phi_j)}$, μ 为化学势, 振幅 C_j 满足归一化条件 $|C_1|^2 + |C_2|^2 = N/L$, N 为总粒子数. 定义 $\Delta = G_{11} + G_{22} - 2G_{12}$, 当改变 Ω 使 $N\Delta/2L\Omega < 1$ 变为 $N\Delta/2L\Omega > 1$ 时, 体系从对称态 $C_1 = C_2 = \sqrt{N/(2L)}$ 变为 $C_1 = \left[\frac{N}{2L} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4\Omega^2 L^2}{\Delta^2 N^2}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$ 和 $C_2 = \left[\frac{N}{2L} \left(1 \mp \sqrt{1 - \frac{4\Omega^2 L^2}{\Delta^2 N^2}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$ 的对称破缺态, 对应体系从Rabi振荡到宏观量子自囚禁的自发对称性破缺^[28,31].

利用Bogoliubov理论, 我们发现体系同时存在Goldstone模和Higgs模两种激发^[32], 如图4(b)所示. Goldstone模起源于相位的涨落, 在长波极限下($q \rightarrow 0$)对应平庸的无能隙激发. Higgs模起源于密度的涨落, 除在临界点外, Higgs模具有非平庸的能隙激发. 当 $\Omega \geq \Omega_c$ 时, 激发能隙为 $\Delta_g = \sqrt{\Omega(\Omega - \Omega_c)}$; 当 $\Omega \leq \Omega_c$ 时, 激发能隙为 $\Delta_g = \sqrt{\Omega_c^2 - \Omega^2}$. 当 Ω 接近临界点 Ω_c 时, Higgs模消失, 由于临界点处无能隙的Higgs模, 当系统被驱动穿过临界点时, 体系产生非绝热激发. 给定瞬时激发能隙 $\Delta_g(t)$, 可得到弛豫时间 τ_r 和转变时间 τ_t ,

图4 囚禁在深一维光晶格中耦合两组分子原子BEC的基态特性及其淬灭动力学^[30]. (a) 模型示意图. (b) 体系的Higgs模激发和Goldstone模激发. (c) 平均畴数 $\overline{N}_d$ 和淬灭时间 τ_Q 的标度关系. 插图: 不同 τ_Q 下的局部自旋极化 $\rho_l^{(r)}$ 随时间的演化图. (d) 平均相变延迟 $\overline{b}_d$ 和淬灭时间 τ_Q 的标度关系. 插图: 不同 τ_Q 时, 序参量 $\Delta_\rho^{(r)}$ 随时间的演化图

Figure 4 The ground-state property and its quench dynamics in two-component coupling atomic BEC trapped in deep 1D optical lattices^[30]. (a) The schematic diagram. (b) The excitations of Higgs mode and Goldstone mode. (c) Scaling of the averaged domain number $\overline{N}_d$ with respect to the quenching time τ_Q . Insets: The time evolutions of local spin polarization $\rho_l^{(r)}$ for different quenching time τ_Q . (d) Scaling of the averaged phase transition delay $\overline{b}_d$ with respect to the quench time τ_Q . Inset: The time evolution of order parameter $\Delta_\rho^{(r)}$ with different τ_Q

当 $\tau_r(t) = \tau_t(t)$ 时, 可得冻结时刻 $|\vec{r}| \sim \tau_Q^{1/3}$ 和无量纲距离 $\varepsilon \sim \tau_Q^{-2/3}$, 与式(1)比较, 可得 $z\nu = 1/2$.

为了验证上述得到的临界指数, 我们数值模拟了体系的非平衡动力学. 通过线性地驱动耦合强度跨越临界点, 可以看到局域自旋极化 $\rho_l^{(r)} = [n_1^{(r)} - n_2^{(r)}] / [n_1^{(r)} + n_2^{(r)}]$ (其中 $n_j^{(r)} = |\psi_{lj}^{(r)}|^2$) 随时间的演化, 如图4(c)中的插图所示. 当 τ_Q 比较小时, 对应体系被驱动比较快, 体系的非绝热激发产生的畴数比较多, 如图4(c)左插图所示; 相反, 当 τ_Q 比较大时, 对应体系被驱动比较慢, 体系的非绝热激发产生的畴数比较少, 如图4(c)右插图所示. 可以预见, 当 $\tau_Q \rightarrow \infty$ 时, 体系回到平衡状态. 为了定量地描述体系非绝热激发密度, 定义体系的畴数 N_d 为局域自旋极化 $\rho_l^{(r)}$ 与零轴的交叉数目, 根据KZ理论, 畴数 N_d 和淬灭时间的标度关系有 $\overline{N}_d =$

$\frac{1}{200} \sum_{r=1}^{200} N_d^{(r)} \sim \tau_Q^{-\nu/(1+z\nu)}$. 由于平均场理论中忽略了量子涨落, 我们在每一次初态上都加入随机噪声, 对每次畴数平均之后, 可得到平均畴数与淬灭时间的标度关系, 如图4(c)所示, 有 $\nu/(1+z\nu) = 0.340$. 在图4(d)的插图中可以看到, 不同淬灭时间下非绝热激发出现的时间不同. 为了定量地表征非绝热过程的相变延迟, 定义局域

$$\text{自旋极化空间涨落为 } \Delta_\rho^{(r)} = \left[\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L (\rho_l^{(r)})^2 - \left(\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \rho_l^{(r)} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}.$$

当体系以不同 τ_Q 驱动时, $\Delta_\rho^{(r)}$ 随时间的演化情况如图4(d)插图所示. 对于平衡态体系, 序参量在临界点开始不为零, 但对于非平衡体系, 由于临界慢化现象, 序参量 $\Delta_\rho^{(r)}$ 会在相变点之后延迟发生. 为了刻画相变延迟, 定义 $b_d^{(r)} = |\Omega^* - \Omega_c| \sim \varepsilon$, 根据KZ理论, 有 $b_d^{(r)} \sim \varepsilon$. 其中,

Ω^* 为实际发生相变的地方, Ω_c 为理论临界点. 通过数值模拟, 可得到平均的相变延迟和淬灭时间的关系: $\bar{b}_d = \frac{1}{200} \sum_{r=2}^{200} b_d^{(r)} \sim \tau_Q^{-1/(1+z\nu)}$, 如图4(d)所示. 通过数据拟合, 有 $1/(1+z\nu) = 0.670$. 结合畴数标度, 可得 $\nu = 0.507$, $z = 0.972$, 组合临界指数 $z\nu = 0.492$, 符合解析结果 $z\nu = 1/2$. 在我们的理论工作之后, Clark等人^[18]通过观察自旋涨落的相变延迟以及反铁磁相的空间关联, 第一次从实验上同时得到动力学临界指数 z 和静态关联指数 ν .

3 软化声子模诱导的非平衡动力学

非绝热动力学除了由无隙的Higgs模诱导外, 还存在由软化声子模诱导的普适非平衡动力学. 随着冷原子实验调控技术的进展, 人工规范场的实现为探索冷原子领域新奇量子现象提供了机会和手段. 通过控制外加电磁场, 可以实现体系的色散关系从单阱到双阱的转换, 如自旋轨道耦合量子气体^[33]、震动光学晶格中的超冷原子^[18]和磁场中的玻色梯子链^[34]等.

考虑人工规范场下的两条玻色梯子链^[35], 如图5(a)所示. 该模型可由两路双色光形成驻波场实现, 体系的均匀规范势可由激光诱导产生. 平均场下, 其哈密顿量为

$$H = -J \sum_l (\psi_{l+1,L}^* \psi_{l,L} + \psi_{l+1,R}^* \psi_{l,R} + H.c.) - K \sum_l (\psi_{l,R}^* \psi_{l,L} e^{i\phi} + H.c.) + \frac{g}{2} \sum_l (|\psi_{l,L}|^4 + |\psi_{l,R}|^4), \quad (10)$$

其中, $\psi_{l,\sigma}$ 表示格点 (l, σ) 的序参量, $\sigma = \{L, R\}$ 标记左右梯子链. J 表示同一条梯子链的隧穿, $K e^{i\phi}$ 表示空间依赖的不同梯子链之间的隧穿, ϕ 表示每个回路的磁通, g 对应原子-原子相互作用, 它正比于s波散射长度.

为了得到体系的基态特性, 我们利用变分法求解体系的波函数. 假定试探波函数为

$$\begin{bmatrix} \psi_{l,L} \\ \psi_{l,R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 \cos \theta e^{i\left(x - \frac{\phi}{2}\right)l} + C_2 \sin \theta e^{-i\left(x + \frac{\phi}{2}\right)l} \\ C_2 \cos \theta e^{i\left(x + \frac{\phi}{2}\right)l} + C_1 \sin \theta e^{-i\left(x - \frac{\phi}{2}\right)l} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

体系总的原子数为 N , 梯子长度为 L , C_1 和 C_2 满足归一化条件 $|C_1|^2 + |C_2|^2 = \pi = N/L$. 体系存在3种不同的基态:

(I) 涡旋相 $\{C_1 \neq C_2, \chi \neq 0, \theta = \pi/4\}$, 当 $0 < K/J < R_1^c$ 时;

(II) 偏置梯子相, $\{C_1 \neq C_2, \chi \neq 0, \theta = 0, \pi/2\}$, $R_1^c < K/J < R_2^c$ 时; (III) Meissner相, $\{C_1 \neq C_2, \chi = 0\}$, $K/J > R_2^c$ 时. 其中, I相到II相对应的是一阶相变, II相到III相对应的是二阶相变. 当 $\phi = \pi/2$ 时, 临界点 R_2^c 可以解析地给出: $R_2^c = \sqrt{2} - g\pi/2$. 利用Bogoliubov理论, 可得到体系的低能激发谱为

$$\lim_{q \rightarrow 0} \omega(q) \approx q^2 \sqrt{\frac{g\pi}{2\sqrt{2}}}. \quad (12)$$

长波极限下, $q \rightarrow 0$, 根据 $\omega(q) \propto |q|^z$ ^[36], 可得到体系的动力学临界指数 $z = 2$. $\omega(q)$ 声子模在靠近临界点处软化^[37], 长波极限下朗道临界速度 $v_L = \min_q |\omega(q)/q| \rightarrow 0$. 根据朗道判据, 超流流体速度小于 v_L 时, 体系可以保持超流状态. 但是, 当超流速度大于 v_L 时, 体系发生超流破缺而自发地产生元激发. 当体系的朗道临界速度 v_L 为零时, 体系不可避免地发生自发对称性破缺.

一般来说, 关联长度 ξ 由体系动能和粒子间的相互作用能共同决定. 而朗道临界速度 v_L 提供了另一种方式决定体系的关联长度 $\xi = \hbar/(mv_L)$, 其中 $v_L = \min_q |\omega/q|$, 可以得到临界点附近的标度关系为 $v_L^{-1} \sim \xi \sim |\epsilon|^{-\nu}$ ^[38]. 根据数值拟合的结果, 如图5(d), 可得到偏置梯子相的关联临界指数 $\nu = 0.4985 \pm 0.0172$, Meissner相中 $\nu = 0.4983 \pm 0.0160$, 可确定静态关联指数为 $\nu = 1/2$.

同样, 我们利用数值方法模拟体系的非平衡动力学, 线性地驱动隧穿强度随时间变化: $K(t) = K_c(1 - t/\tau_Q)$. 定义手性流 j_c 作为体系的序参量, $j_c = \frac{1}{2L} \sum_l \langle j_{l,L}^{\parallel} - j_{l,R}^{\parallel} \rangle$, $j_{l,L}^{\parallel}$ 和 $j_{l,R}^{\parallel}$ 为单链的流. 如图5(b)所示, 在平衡态时, 序参量在临界点处, R_2^c 有明显的变化, 这与非平衡动力学有显著的区别, 由于临界慢化现象, 非平衡态下的序参量会在临界点之后延迟发生变化. 如图5(e)插图所示, 在不同 τ_Q 的情况下, 序参量会发生不同的延迟. 定义相变延迟 $b_d = |K(\bar{t}) - K_c|$ 表征不同 τ_Q 下序参量的延迟量, 其中 $\bar{t}$ 表示体系的冻结时刻. 在体系跨越出冻结区域时, 被冻结的态才会重新开始绝热演化, 但此时的态不再是哈密顿量的本征态, 因而序参量会发生明显的变化. $\delta j_c = |j_c(\bar{t}) - j_c^{\max}|/j_c^{\max} = 0.005$ 为

图5 人工规范场下玻色梯子的基态特性和淬火动力学^[35]. (a) 模型示意图. (b) 体系基态相图. (c), (d) 体系的朗道临界速度以及临界特性. (e) 平均相变延迟和淬火时间的标度关系. 插图: 不同 τ_Q 下序参量随时间的演化. (f) 平均畴数和淬火时间的标度关系

Figure 5 The ground-state property and its quench dynamics of a bosonic ladder in synthetic gauge fields^[35]. (a) The schematic diagram. (b) Phase diagram for the ground state of the system. (c), (d) The Landau critical velocity and its critical property. (e) The scaling relation between the averaged phase transition delay and quenching time. Insets: The time evolution of order parameter with different τ_Q . (f) The scaling relation between the averaged domain number and quenching time

体系无量纲化的临界距离, 根据KZ理论, 可得到 $b_d \propto |\epsilon| \sim \tau_Q^{-1/(1+\nu)}$. 通过数值模拟, 得到了平均相变延迟 $\bar{b}_d$ 和淬火时间 τ_Q 的标度关系, 通过拟合得到 $1/(1+\nu) = 0.5026$, 如图5(e)所示.

相变延迟描述了非平衡动力学过程中时间尺度上非绝热信息, 而空间尺度上的非绝热信息表现为孤子、畴壁以及涡旋等激发, 而激发数与体系的关联长度相关. 通过计算冻结时刻附近的涡旋数目, 我们给出了平均涡旋数目和淬火时间 τ_Q 的标度关系, 如图5(f)所示. 根据KZ理论, 平均激发数 $\bar{N}_v$ 和淬火时间 τ_Q 的标度关系有 $\bar{N}_v \sim \tau_Q^{-\nu/(1+\nu)}$. 通过数据拟合, 得到 $\nu/(1+\nu) = 0.2510$, 结合前面相变延迟得到的标度, 可以数值地得到体系的临界指数为 ($z = 1.9817, \nu = 0.4994$), 与解析结果 ($z = 2, \nu = 1/2$) 一致, 解析和数值结果很好地验证了KZ机制.

为了更好地阐述软化声子模诱导的非平衡动力学, 考虑只有原子-原子相互作用的两组分BEC, 在平均场理论中, 其动力学过程可由GP方程描述^[39].

$$i\hbar \frac{\partial \psi_j}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m_j} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + g_{jj} |\psi_j|^2 + g_{12} |\psi_{3-j}|^2 \right] \psi_j, \quad (j = 1, 2). \quad (13)$$

体系基态的特性由组分内 g_{jj} 和组分间 g_{12} 的相互作用竞争确定. 当同种组分的相互作用占主导时, 即 $g_{11}g_{22} > g_{12}^2$ 时, 体系的波函数均匀地占据整个空间, 对应体系的混合相; 如果是不同组分间的相互作用占主导, 即 $g_{11}g_{22} < g_{12}^2$ 时, 体系的波函数在空间上分离, 对应的系统能量最小, 体系处于分离相, 如图6(d)所示.

在混合相中, 体系有明显的均匀解: $\rho_j = |\psi_j|^2 = N_j/L$, 其中 ψ_j 表示 j 分量的基态波函数, N_j 为 j 分量的原子数, L 表示体系长度. 体系的化学势有 $\mu_1 = g_{11}\rho_1 + g_{12}\rho_2$ 和 $\mu_2 = g_{22}\rho_2 + g_{12}\rho_1$. 利用Bogoliubov理论, 得到体系的激发谱为 $\omega_{\pm}^2 = \epsilon_0(\epsilon_0 + 2\eta_{\pm})$, 其中 $\epsilon_0 = q^2/2$ 表示自由粒子的动能, $\eta_{\pm}$ 表示由相互作用带来的能量修正, 其具体形式为 $\eta_{\pm} = \frac{\rho}{4} (g_{11} + g_{22} \pm \sqrt{(g_{11} - g_{22})^2 + 4g_{12}^2})$. 当 $g_{11}g_{22} < g_{12}^2$ 时, η_{-} 是一个负值, ω_{-} 在长波极限下会变成虚数, 这

图 6 淬火动力学及其临界标度^[39]. (a)–(c) 在不同淬火时间下, 局域自旋极化随时间的演化过程. (d) 分离相基态. (e) 平均相变延迟和淬火时间的标度关系, 插图不同淬火时间下序参量随时间演化图. (f) 平均畴数和淬火时间的标度关系

Figure 6 Quenching dynamics and its critical scalings^[39]. (a)–(c) The time evolutions of local spin polarization for different quenching time. (d) Ground state in the separation phase. (e) The scaling relation between the averaged phase transition delay and quenching time. Inset: The time evolution of order parameter with different quenching time. (f) The scaling relation between the averaged domain number and quenching time

意味着当体系从混合相进入到分离相时, 体系会产生动力学不稳定性. 另一方面, 在临界点处 $g_{22}^c = g_{12}^2 / g_{11}$, 体系的朗道临界速度为 $v_L = \lim_{q \rightarrow 0} |\omega_-(q) / q| = \sqrt{\eta_-} = 0$.

根据朗道判据, 当超流速度小于朗道临界速度时, 由于能量和动量守恒, 体系不会产生元激发. 然而, 在临界点处朗道速度降为零, 此时超流的速度不可能小于朗道临界速度, 因而体系发生自发超流破缺, 产生元激发. 在长波极限下, 能量较低的激发谱在临界点处可以写为 $\lim_{q \rightarrow 0} \omega_-(q) = q^2 / 2$. 根据激发谱和动量之间的关系式 $\omega_-(q) \propto |q|^z$ ^[1,36], 得到体系的动力学临界指数 $z = 2$. 在临界点附近, 关联长度发散, 根据关联长度 ξ 和朗道临界速度 v_L 的关系有 $v_L \propto \xi^{-1} \propto |\epsilon|^{1/2}$ ^[38], 根据朗道临界速度 v_L 和 η_- 的关系 $v_L = \sqrt{\eta_-} \propto |\epsilon|^\nu$, 得到体系的静态关联临界指数 $\nu = 1/2$.

除了从朗道临界速度提取临界指数外, 也可以从体系的声速来提取临界指数. 在长波极限下 $q \rightarrow 0$, 声速可以表示为 $c_\pm = \left. \frac{\partial \omega_\pm}{\partial q} \right|_{q \rightarrow 0} = \sqrt{\eta_\pm}$. 考虑声速较低的 c_- , 在临界点附近有 $c_- \propto |\epsilon|^{1/2}$. 当 $g_{11}g_{22} < g_{12}^2$ 时, c_- 存在虚

部, 意味着体系会发生动力学不稳定. 在动量空间, 最快增长的不稳定模式可以通过对 ω^2 求极小值得到, 对应的最不稳定模式为 $q_f = \sqrt{2} |c_-|$, 相应的能量为 $E_q = |c_-|^2$. 这些不稳定的模式确定了体系的关联长度, 不同的关联区域之间形成畴壁, 畴的长度尺寸为 $\xi = 2\pi / q_f = \sqrt{2} \pi / |c_-| \propto |\epsilon|^{-1/2}$. 同样, E_q 确定了畴域形成的时间尺度 $\tau = 1 / E_q = 1 / |c_-|^2 \propto |\epsilon|^{-1}$, 比较式(1)和(2), 可以得到体系的两个临界指数 ($\nu = 1/2, z = 2$)^[39,40].

为了验证体系的解析标度, 我们数值模拟了体系的非平衡动力学. 通过线性地驱动第二组分的相互作用跨越相变点, $g_{22}(t) = g_{22}^c (1 - t / \tau_Q)$, 可以观测到局域自旋极化 $J_z(x) = [n_1(x) - n_2(x)] / [n_1(x) + n_2(x)]$ (其中 $n_j(x) = |\psi_j(x)|^2$) 随时间的演化过程, 如图6(a)–(c)所示. 当 τ_Q 比较小, 体系被驱动得较快, 自发对称性破缺之后能关联的区域就较小, 因而体系的激发数较多, 如图6(a)所示. 相反, 当 τ_Q 比较大时, 体系被驱动得较慢, 因而体系的激发数较少, 如图6(c)所示. 可见, 体系畴数的密度与淬火时间有依赖关系, 通过计算平均畴数与淬火时间的标度关系, 有 $\overline{N_d} \propto \tau_Q^{-\nu/(1+z\nu)} \propto \tau_Q^{-0.2510}$, 如图6(f)

所示.

为了表征体系相变延迟和淬火时间的标度关系, 定义局域自旋极化空间涨落作为体系的序参量,

$$\Delta J_z = \left[\frac{1}{L} \int J_z^2(x) dx - \left(\frac{1}{L} \int J_z(x) dx \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad \text{定义相变延迟为}$$

$b_d = |g_{22}^* - g_{22}^c| \sim \epsilon$, 其中 g_{22}^* 对应非平衡演化过程中 ΔJ_z 确定发生相变的地方, 而 g_{22}^c 为平衡态临界点, 相变延迟 b_d 描述了体系时间上非绝热信息. 通过数值模拟, 拟合得到平均相变延迟 $\overline{b_d}$ 和淬火时间 τ_Q 的标度关系为 $\overline{b_d} \propto \tau_Q^{-1/(1+z\nu)} \propto \tau_Q^{-0.4937}$, 如图6(e)所示. 结合畴数标度, 可得 $\nu = 0.5084, z = 2.0172$, 与解析临界指数 ($\nu = 1/2, z = 2$) 相一致.

4 总结和展望

本文从自发对称性破缺概念出发, 介绍了KZ机制的起源以及近年来国内外超冷原子体系中理论和实验的研究进展^[41-43]. 基于两组分BEC体系, 我们研究了自发对称性破缺过程中的两类普适非平衡临界动力学: 一类是由临界点处无能隙Higgs激发诱导的普适非平衡动力学; 另一类是由自发超流破缺诱导的普适非平衡动力学.

普适非平衡临界动力学的研究包括热力学相变和量子相变, 研究的体系有闭合么正体系, 也有开放体系.

虽然已有很多研究分析了普适非平衡临界动力学KZ机制的正确性, 但此领域的研究仍然方兴未艾, 对普适非平衡临界动力学的研究还有许多待解决的重要问题.

(1) 近年来研究表明, 有些体系中的连续相变普适动力学不能由KZ机制完全描述^[44-46], 如何理解和解释KZ机制的局限性需要进一步研究. (2) KZ机制适用于连续相变体系, 在临界点附近, 由于能隙闭合, 关联长度和弛豫时间发散. 对于一阶相变体系, 在临界点附近, 虽然关联长度和弛豫时间也会变大, 但不会出现发散的情况, 所以绝热-冻结-绝热的图像适用范围受限, 但并不意味KZ机制不适用. 近年来有一些工作研究了一阶相变体系的KZ机制, 体系的临界指数也可以由KZ机制给出^[47-50]. 最近, 在自旋为1的原子凝聚体中验证了一阶相变的KZ机制^[49], 对一阶相变的普适非平衡临界动力学的研究将吸引更多的注意. (3) 在热力学相变体系, 特别是BEC形成过程中BEC热力学相变, 实验上验证KZ机制主要给出了 ν 和 z 的组合标度^[12-15]. 受限于实验装置, 基本没能在BEC相变过程中同时提取两个临界指数. 在量子体系, 芝加哥大学Clark等人^[18]在驱动的光晶格体系中通过观察自旋涨落的相变延迟以及反铁磁相的空间关联与驱动速率的依赖关系, 首次在实验上同时给出动力学指数 z 和静态关联指数 ν . 但相关的实验还很少, 特别是实验上同时提取临界指数 ν 和 z 的实验, 这一方面的研究进展不仅有利于探索KZ机制的适用性, 同时也能推进理论KZ机制的研究.

参考文献

- 1 Sachdev S. Quantum Phase Transitions. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2011
- 2 Kibble T W B. Topology of cosmic domains and strings. *J Phys A-Math Gen*, 1976, 9: 1387-1398
- 3 Kibble T W B. Some implications of a cosmological phase transition. *Phys Rep*, 1980, 67: 83
- 4 Zurek W H. Cosmological experiments in superfluid helium? *Nature*, 1985, 317: 505
- 5 Zurek W H. Cosmological experiments in condensed matter systems. *Phys Rep*, 1996, 276: 177-221
- 6 Zurek W H. The shards of broken symmetry. *Nature*, 1996, 7: 296-297
- 7 Dziarmaga J. Dynamics of a quantum phase transition and relaxation to a steady state. *Adv Phys*, 2000, 59: 1063-1189
- 8 Dieterich W. Ginzburg-Landau theory of phase transitions in pseudo-one-dimensional systems. *Adv Phys*, 1976, 25: 615-655
- 9 Hendry P C, Lawson N S, Lee R A M, et al. Generation of defects in superfluid ^4He as an analogue of the formation of cosmic strings. *Nature*, 1994, 368: 315-317
- 10 Dodd M E, Hendry P C, Lawson N S, et al. Nonappearance of vortices in fast mechanical expansions of liquid ^4He through the Lambda transition. *Phys Rev Lett*, 1998, 81: 3703-3706
- 11 Ruutu V M H, Eltsov V B, Gill A J, et al. Vortex formation in neutron irradiated superfluid ^3He as an analogue of cosmological defect formation. *Nature*, 1996, 382: 324
- 12 Weiler C N, Neely T W, Scherer D R, et al. Spontaneous vortices in the formation of Bose-Einstein condensates. *Nature*, 2008, 455: 948-951
- 13 Lamporesi G, Donadello S, Serafini S, et al. Spontaneous creation of Kibble-Zurek solitons in a Bose-Einstein condensate. *Nat Phys*, 2013, 9: 656-660

- 14 Navon N, Gaunt A L, Smith R P, et al. Critical dynamics of spontaneous symmetry breaking in a homogeneous Bose gas. *Science*, 2015, 347: 167–170
- 15 Chen D, White M, Borries C, et al. Quantum quench of an atomic Mott insulator. *Phys Rev Lett*, 2011, 106: 235304
- 16 Braun S, Friesdorf M, Hodgman S S, et al. Emergence of coherence and the dynamics of quantum phase transitions. *Proc Natl Acad Sci USA*, 2015, 112: 3641–3646
- 17 Anquez M, Robbins B A, Bharath H M, et al. Quantum Kibble-Zurek mechanism in a spin-1 Bose-Einstein condensate. *Phys Rev Lett*, 2016, 116: 155301
- 18 Clark L W, Feng L, Chin C. Universal space-time scaling symmetry in the dynamics of bosons across a quantum phase transition. *Science*, 2016, 354: 606–610
- 19 Ko B, Park J, Shin Y. Kibble-Zurek universality in a strongly interacting Fermi superfluid. *Nat Phys*, 2019, 15: 1227
- 20 Xu X Y, Han Y J, Sun K, et al. Quantum simulation of Landau-Zener model dynamics supporting the Kibble-Zurek mechanism. *Phys Rev Lett*, 2014, 112: 035701
- 21 Liu X P, Yao X C, Deng Y, et al. Universal dynamical scaling of quasi-two-dimensional vortices in a strongly interacting fermionic superfluid. *Phys Rev Lett*, 2021, 126: 185302
- 22 Yi C R, Liu S, Jiao R H, et al. Exploring inhomogeneous Kibble-Zurek mechanism in a spin-orbit coupled Bose-Einstein condensate. *Phys Rev Lett*, 2020, 125: 260603
- 23 Zurek W H. Causality in condensates: Gray solitons as relics of BEC formation. *Phys Rev Lett*, 2009, 102: 105702
- 24 Del Campo A, De Chiara G, Morigi G, et al. Structural defects in ion chains by quenching the external potential: The inhomogeneous Kibble-Zurek mechanism. *Phys Rev Lett*, 2010, 105: 075701
- 25 Dziarmaga J, Rams M M. Dynamics of an inhomogeneous quantum phase transition. *New J Phys*, 2010, 12: 055007
- 26 del Campo A, Kibble T W B, Zurek W H. Causality and non-equilibrium second-order phase transitions in inhomogeneous systems. *J Phys-Condens Matter*, 2013, 25: 404210
- 27 Bernstein J. Spontaneous symmetry breaking, gauge theories, the Higgs mechanism and all that. *Rev Mod Phys*, 1974, 46: 7–48
- 28 Lee C. Universality and anomalous mean-field breakdown of symmetry-breaking transitions in a coupled two-component Bose-Einstein condensate. *Phys Rev Lett*, 2009, 102: 070401
- 29 Kohler S, Sols F. Oscillatory decay of a two-component Bose-Einstein condensate. *Phys Rev Lett*, 2002, 89: 060403
- 30 Xu J, Wu S, Qin X, et al. Kibble-Zurek dynamics in an array of coupled binary Bose condensates. *EPL*, 2016, 113: 50003
- 31 Lee C, Hai W, Shi L, et al. Phase-dependent spontaneous spin polarization and bifurcation delay in coupled two-component Bose-Einstein condensates. *Phys Rev A*, 2004, 69: 033611
- 32 Anderson P W. Basic Notions of Condensed Matter Physics. Menlo Park: Benjamin/Cummings, 1984
- 33 Lin Y J, Jiménez-García K, Spielman I B. Spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensates. *Nature*, 2011, 471: 83–86
- 34 Atala M, Aidelsburger M, Lohse M, et al. Observation of chiral currents with ultracold atoms in bosonic ladders. *Nat Phys*, 2014, 10: 588–593
- 35 Wu S, Qin X, Xu J, et al. Universal spatiotemporal dynamics of spontaneous superfluidity breakdown in the presence of synthetic gauge fields. *Phys Rev A*, 2016, 94: 043606
- 36 Polkovnikov A, Sengupta K, Silva A, et al. Nonequilibrium dynamics of closed interacting quantum systems. *Rev Mod Phys*, 2011, 83: 863–883
- 37 Ji S C, Zhang L, Xu X T, et al. Softening of roton and phonon modes in a Bose-Einstein condensate with spin-orbit coupling. *Phys Rev Lett*, 2015, 114: 105301
- 38 Giorgini S, Pitaevskii L P, Stringari S. Theory of ultracold atomic Fermi gases. *Rev Mod Phys*, 2008, 80: 1215–1274
- 39 Jiang X, Wu S, Ye Q, et al. Universality of miscible-immiscible phase separation dynamics in two-component Bose-Einstein condensates. *New J Phys*, 2019, 21: 023014
- 40 Timmermans E. Phase separation of Bose-Einstein condensates. *Phys Rev Lett*, 1998, 81: 5718–5721
- 41 Jin G J, Feng D. Quantum phase transition and quantum critical phenomena (in Chinese). *Prog Phys*, 2009, 29: 325–351 [金国钧, 冯端. 量子相变和量子临界现象. *物理学进展*, 2009, 29: 325–351]
- 42 Luo Q, Mo Z R, Liu J H. Critical phenomena of the one dimensional quantum XXZD model (in Chinese). *J Guizhou Normal Univ*, 2019, 37: 83–85 [罗琴, 莫泽瑞, 刘金花. 一维量子XXZD模型的量子临界现象. *贵州师范大学学报*, 2019, 37: 83–85]
- 43 Li S H, Lei G P. Quantum phase transition and quantum critical phenomena in a spin-1/2 two-leg XXZ spin ladder model (in Chinese). *J Atom Mol Phys*, 2018, 35: 107–116 [李生好, 雷国平. 两腿XXZ自旋梯子模型的量子相变与量子临界现象. *原子与分子物理学报*, 2018, 35: 107–116]
- 44 Cui J M, Gómez-Ruiz F J, Huang Y F, et al. Experimentally testing quantum critical dynamics beyond the Kibble-Zurek mechanism. *Commun Phys*, 2020, 3: 44
- 45 Shimizu K, Kuno Y, Hirano T, et al. Dynamics of a quantum phase transition in the Bose-Hubbard model: Kibble-Zurek mechanism and beyond. *Phys Rev A*, 2018, 97: 033626

-
- 46 Bando Y, Susa Y, Oshiyama H, et al. Probing the universality of topological defect formation in a quantum annealer: Kibble-Zurek mechanism and beyond. [Phys Rev Res](#), 2020, 2: 033369
 - 47 Pelissetto A, Vicari E. Dynamic off-equilibrium transition in systems slowly driven across thermal first-order phase transitions. [Phys Rev Lett](#), 2017, 118: 030602
 - 48 Coulamy I B, Saguia A, Sarandy M S. Dynamics of the quantum search and quench-induced first-order phase transitions. [Phys Rev E](#), 2017, 95: 022127
 - 49 Qiu L Y, Liang H Y, Yang Y B, et al. Observation of generalized Kibble-Zurek mechanism across a first-order quantum phase transition in a spinor condensate. [Sci Adv](#), 2020, 6: 7292
 - 50 Panagopoulos H, Vicari E. Off-equilibrium scaling behaviors across first-order transitions. [Phys Rev E](#), 2015, 92: 062107

Summary for “玻色凝聚原子气体跨越自发对称性破缺的普适非平衡动力学研究进展”

Universal non-equilibrium dynamics in Bose condensed atomic gases undergoing spontaneous symmetry breaking

Xunda Jiang^{1,2,3}, Zhu Ma^{1,2,3}, Jun Xu⁴ & Chaohong Lee^{1,2,3*}¹ Guangdong Provincial Key Laboratory of Quantum Metrology and Sensing, Sun Yat-sen University, Zhuhai 519082, China;² School of Physics and Astronomy, Sun Yat-sen University, Zhuhai 519082, China;³ State Key Laboratory of Optoelectronic Materials and Technologies, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China;⁴ Center of Basic Experiment and Practical Training, South China Agricultural University, Guangzhou 510642, China* Corresponding author, E-mail: lichao2@mail.sysu.edu.cn

Spontaneous symmetry breaking (SSB) is a ubiquitous physical phenomenon in nature, ranging from the formation of cosmic galaxies to the generation of the vortices in superfluid, which widely occurs in cosmology, condensed matter physics, and atomic and molecular optical physics. Universal critical dynamics associated with the SSB can be described by the Kibble-Zurek mechanism (KZM), which describes the scaling of the non-adiabatic excitations when driving the system crossing the phase transition. The KZM was first described in the context of finite temperature transitions in the region of cosmology, and then extended to the condensed matter physics by Zurek. KZM was confirmed by experiments in superfluid helium, liquid crystals, both high- T_c and low- T_c superconductors and ultracold atomic gases. Due to the advantages of clean environment, robust coherence and highly controllable parameters, ultracold atomic gases become one of ideal simulation platforms for researching the universal non-equilibrium critical dynamics. In this review, we investigate the critical dynamics associated with the SSB phase transition, introducing two typical universal non-equilibrium dynamics in Bose condensed atomic gases undergoing spontaneous symmetry breaking: (1) Universal non-equilibrium dynamics induced by the gapless Higgs modes; (2) universal non-equilibrium dynamics induced by the soft phonon modes.

In the first part, we investigate the universal non-equilibrium dynamics induced by the gapless Higgs modes. Considering the coupled two-component Bose-Einstein condensation (BEC), we explore its static symmetry breaking transition and its mean-field quenching dynamics. In the equilibrium transitions, the maximum probability of the full quantum states corresponds to the mean-field ground state. In the non-equilibrium dynamical transitions, as the Higgs mode vanishes at the critical point, the mean-field dynamics display critical phenomena obeying the KZM. Both the mean-field and the full quantum defect modes show damped oscillation as driving the coupling strength crossing the critical point. Furthermore, we consider the coupled two-component BEC confined in a one-dimensional optical lattice potential, and then explore its ground-state properties and real-time quenching dynamics. Through driving the system crossing from the symmetric Rabi oscillation to the broken symmetry self-trapping, the universal non-equilibrium dynamics, which is induced by the gapless Higgs mode at the critical point, will result in the generation of the domains and appearance of the phase transition delay.

On the other hand, we investigate the universal non-equilibrium dynamics induced by the soft phonon modes. Here, by considering an atomic BEC ladder subjected to a synthetic magnetic field, we reveal that the spontaneous superfluidity breakdown induced by the soft phonon mode obeys the KZM. The critical exponents are extracted from the Landau critical velocity, which determines the systematic correlation length. Meanwhile, the numerical critical exponents are extracted from the universal non-equilibrium dynamics of the phase transition delay and the spontaneous vortex creation. Furthermore, we consider the universal non-equilibrium dynamics of the two-component BEC. By driving the atom-atom interaction strength crossing the critical point, the system occurs spontaneous superfluidity breakdown induced by the soft phonon mode, and the numerical simulation shows the spontaneous domain generation and its temporal delay.

The studies of the universal non-equilibrium critical dynamics can not only deepen our understanding of the formation and evolution of complex structures in early universe, but also help us find out the suitable adiabatic pathway, and shorten the time for quantum state preparation and quantum control.

Bose-Einstein condensate, spontaneous symmetry breaking, non-equilibrium quantum dynamic, Kibble-Zurek mechanism, critical exponent

doi: [10.1360/TB-2021-0788](https://doi.org/10.1360/TB-2021-0788)