

针孔伽玛相机的信道模型

代秋声

中国科学院苏州生物医学工程技术研究所, 苏州 215163

E-mail: qiushengdai@gmail.com

2011-02-28 收稿, 2011-05-31 接受

摘要 针孔伽玛相机是研制高分辨率针孔 SPECT 系统的基础. 采用信息论中的信道模型对针孔伽玛相机进行研究. 通过面源模型, 将针孔伽玛相机从有噪、有损信道近似为一个无噪、无损信道, 然后给出了针孔伽玛相机的平均互信息量近似计算公式. 成像实验验证了理论公式的适用性. 因此, 针孔伽玛相机可以用信道模型来描述, 平均互信息量可以作为一个性能指数用于针孔伽玛相机的优化设计与使用.

关键词

针孔伽玛相机
信道模型
平均互信息量

高分辨率针孔单光子发射计算机断层成像(SPECT)技术在正在兴起的分子影像学中扮演着重要角色^[1,2]. 虽然各种高性能针孔 SPECT 成像系统不断涌现^[3~6], 但是成像系统的设计理论发展缓慢. 人们在设计针孔 SPECT 系统时, 主要采用模拟计算的方法预测成像系统的性能^[7~11], 用空间分辨率、灵敏度和视野 3 个参数进行量化^[10~12]. 然而这三者之间是相互制约的, 任何两个参数的改善总是以牺牲第三者为代价, 很难实现最优化. 因此, 尝试研究新的设计理论, 采用一个参数来描述针孔 SPECT 系统的综合性能很有价值.

从广义信息论的角度看, 成像过程就是一个信息传递的过程. 成像的目的就是为了获取信息. 根据通信模型(图 1), 成像物体可以被看作信源, 观测者可以被看作信宿, 则成像系统可以被看作信道, 它还包含编码器的功能. 图像重建算法则相当于译码器. 目前成像方面的许多研究成果^[13~16]实际上主要是提高了算法的译码能力, 并没有增加成像系统所传递的信息量. 如果希望从根本上获取更多的信息, 从信道的角度对成像系统进行优化设计才是解决问题的关键.

为了方便借用信息论中的信道模型和相关理论来研究伽玛光子成像系统, 我们对图 1 中通信模型进行了简化(图 2). 成像物体依旧是信源, 成像系统是

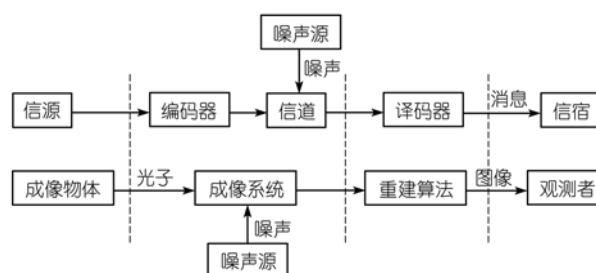


图 1 光子成像的通信模型示意图

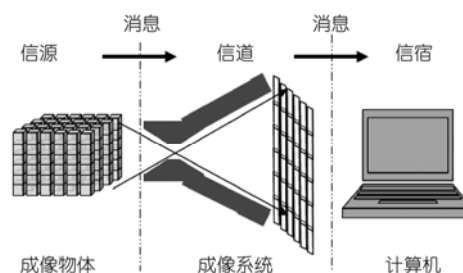


图 2 针孔成像系统通信模型示意图

信道, 而接收投影数据的计算机被看作信宿, 投影数据构成了信宿空间的元素. 图像重建算法没有出现在简化的通信模型中, 避免了算法对成像系统性能评估的影响.

在信道模型中, 我们将直接采用平均互信息量来描述伽玛光子成像系统的信息传递性能. 虽然信道容量是一个非常重要的参数, 能够完全描述信道

的特性,但是它只有针对特定的信源,才能够实现最大信息量的传输.伽玛光子成像系统的信源无法随意改变,所以它不能准确地反映成像系统的信息传递能力.

针孔伽玛相机是研制针孔 SPECT 系统的基础.由于 SPECT 系统比针孔伽玛相机复杂,我们先研究针孔伽玛相机,为针孔 SPECT 系统的研究奠定理论基础.针孔平面成像几何见图 3. 其空间分辨率 R_{pin} 与几何效率 g_{pin} 可以用式(1)和(2)来近似描述^[17].

$$R_{\text{pin}} = \sqrt{d_{\text{eff}}^2 (1+1/M)^2 + (R_{\text{in}}/M)^2}, \quad (1)$$

$$g_{\text{pin}} = d_{\text{eff}}^2 \cos^3 \theta / (16z^2), \quad (2)$$

其中 $d_{\text{eff}} = d + \frac{e^{-\mu h}}{\mu} \tan \frac{\alpha}{2}$ 为针孔准直器的有效孔径^[18]; d 为针孔几何直径; h 为孔深; α 为准直器张角; μ 为相应能量下线性衰减系数; $M=f/z$ 为放大倍数, z 为物距,即点源在针孔轴线上的垂直投影到针孔中心的距离, f 为焦距,即针孔中心到探测器平面的距离; R_{in} 为探测器内在分辨率; L 为探测器的尺寸; 该式适用于针孔轴线区域.

1 针孔伽玛相机的信道模型

我们先从映射的角度分析一下针孔伽玛相机的信道类型,然后再用数学模型进行描述.在成像模型中,成像物体被离散化为三维的体素矩阵,投影图像为二维像素矩阵.在三维成像空间,由于统计涨落、康普顿散射和环境本底辐射等因素使得同一种放射性分布可能在不同时间的成像对应不同的投影图像,因此伽玛相机是一个有噪信道;又由于上述原因使得多种放射性分布可能对应同一种投影图像,因此

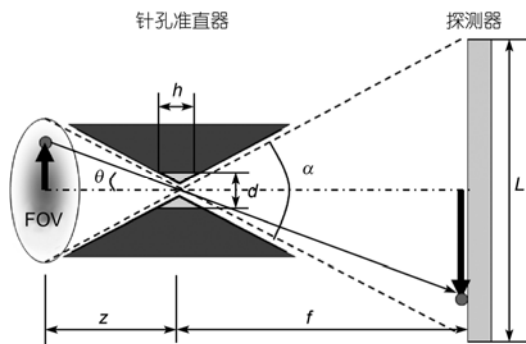


图3 针孔准直器成像几何示意图

伽玛相机又是一个有损信道.综上所述,伽玛相机是一个离散的有噪、有损信道.

根据信息论,我们可以采用如下数学语言来描述成像系统的信道模型.

设信道的输入信号集合的概率空间为

$$\begin{bmatrix} X \\ P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1, & X_2 & \cdots & X_i & \cdots \\ p(X_1), & p(X_2) & \cdots & p(X_i) & \cdots \end{bmatrix}, \quad (3)$$

其中 X_i 表示信源的第 i 种放射性分布, $p(X_i)$ 表示相应的概率,而且 $\sum p(X_i) = 1$.

设信道的输出信号集合的概率空间为

$$\begin{bmatrix} Y \\ P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1, & Y_2 & \cdots & Y_j & \cdots \\ p(Y_1), & p(Y_2) & \cdots & p(Y_j) & \cdots \end{bmatrix}, \quad (4)$$

其中 Y_j 表示信宿接收到的第 j 种投影, $p(Y_j)$ 表示相应的概率,而且 $\sum p(Y_j) = 1$. 则信道的概率空间为: $[X, P(Y|X), Y]$, 其中 $\sum_Y P(Y|X) = 1$.

$$I(X; Y) = H(X) + H(Y) - H(XY). \quad (5)$$

原则上,我们可以将所有的放射性分布和它们所对应的投影图像都列举出来,计算其平均互信息量,然而在当前的计算机条件下,根本没有足够的空间来存储信源和信宿集合中的所有元素,所以也无法计算各种信道的平均互信息量.为了克服这个困难,我们对一个面源模型进行简化.通过对信源和信宿空间的元素进行特别设计,将针孔伽玛相机近似成一个无噪、无损信道,从而计算信道的平均互信息量.

设成像系统的空间分辨率为 R_{pin} , 视野为 D_{FOV} , 晶体阵列探测器的内在分辨率为 R_{in} , 我们根据成像系统的性能,将尺寸为 $D_{\text{FOV}} \times D_{\text{FOV}}$ 面源离散成一个二维的 $n_{\text{FOV}} \times n_{\text{FOV}}$ 点源矩阵模型,其中 $n_{\text{FOV}} = D_{\text{FOV}}/R_{\text{pin}}$, 点源之间的距离为 R_{pin} . 则位于视野内的点源数目为

$$n_A = \frac{\pi D_{\text{FOV}}^2}{4 R_{\text{pin}}^2}. \quad (6)$$

将 $D_{\text{FOV}} = L/M$ 和式(1)代入(6)得:

$$n_A = \frac{\pi L^2}{4 \left[d_{\text{eff}}^2 (M+1)^2 + R_{\text{in}}^2 \right]}. \quad (7)$$

在实际成像过程中,生物体摄取放射性物质的浓度存在最大值,此处我们设面源的最大浓度为 ρ_{max} .

在第 i 个点源处, 则由面源离散得到的点源矩阵中, 活度最大值为

$$a_{\max} = \rho_{\max} R_{\text{pin}}^2. \quad (8)$$

在成像系统中, 其几何映射所对应的单个探测器单元的计数为

$$N_i = \xi a_{\max} g_i t, \quad (9)$$

其中 ξ 为探测器的探测效率, t 为测量时间, g_i 为点源所在位置的针孔效率, 见式(10).

$$g_i = \begin{cases} \frac{R_{\text{in}}^2 \cos^3 \theta_i}{4\pi(z+f)^2}; & \text{当 } d \geq \frac{\sqrt{2}R_{\text{in}}}{1+M} \\ \frac{S_{\text{mid}} \cos^3 \theta_i}{4\pi(z+f)^2}; & \text{当 } \frac{R_{\text{in}}}{1+M} \leq d \leq \frac{\sqrt{2}R_{\text{in}}}{1+M} \\ \frac{d^2 \cos^3 \theta_i}{16z^2}; & \text{当 } d < \frac{R_{\text{in}}}{1+M} \end{cases}, \quad (10)$$

其中

$$S_{\text{mid}} = \left[\frac{\pi}{4} - \arccos \frac{R_{\text{in}}}{(1+M)d} \right] (1+M)^2 d^2 + R_{\text{in}} \sqrt{(1+M)^2 d^2 - R_{\text{in}}^2}.$$

穿过针孔准直器到达探测器的伽玛光子主要分直射、透射、散射 3 部分, 通常将直射部分当作信号, 而透射、散射部分和本底辐射当作噪声, 所以在式(10)中我们采用的是针孔的几何孔径, 而非有效孔径. 准直器的信息传输效率为

$$\eta = \gamma_d / (\gamma_d + \gamma_p + \gamma_s + \gamma_b), \quad (11)$$

其中, γ_d 为直射部分份额, γ_p 为透射部分份额, γ_s 为散射部分份额, γ_b 为本底辐射份额.

当 $N_i \gg 1$ 时, N_i 的标准差 σ 可以近似用 $\sqrt{N_i}$ 表示. 我们用 2σ 作为单位灰度级, 考虑噪声对成像系统信息传递能力的影响, 直接用 η 进行修正, 则其有效灰度级数:

$$K_i = \eta \left(\frac{N_i}{2\sqrt{N_i}} + 1 \right) = \eta \left(\frac{\sqrt{\xi a_{\max} g_i t}}{2} + 1 \right). \quad (12)$$

于是, 在减少灰度级数的条件下, 一幅灰度图像就近似地只对应一种面源, 针孔伽玛相机就近似成为了无噪、无损信道. 因此, $a_{\max}$ 在 i 处时, 信宿空间的元素数目为 $K_i^{n_A-1}$, 则互信息量为

$$I_i = (n_A - 1) \log_2 K_i. \quad (13)$$

由于 $i \in [1, n_A]$, 所以成像系统的平均互信息量为:

$$I = \frac{1}{n_A} \sum_{i=1}^{n_A} I_i = \frac{n_A - 1}{n_A} \sum_{i=1}^{n_A} \log_2 K_i \\ = \frac{n_A - 1}{n_A} \sum_{i=1}^{n_A} \log_2 \eta \left(\frac{\sqrt{\xi a_{\max} g_i t}}{2} + 1 \right). \quad (14)$$

当 $n_A \gg 1$ 时

$$I \approx \sum_{i=1}^{n_A} \log_2 \eta \left(\frac{\sqrt{\xi a_{\max} g_i t}}{2} + 1 \right). \quad (15)$$

由式(15)可知, 随着 $\xi a_{\max} t$ 的增加, 平均互信息量相应增加. 这说明伽玛光子成像系统是一个时变参数信道, 上述模型中的信宿空间是不完备的, 其所使用的信源、信宿单元只是整个空间的一部分. 因此, 式(15)的值存在小于 0 的情况, 其物理意义是噪声的影响所引入的伪影, 导致图像提供错误信息. 在信息论中, 平均互信息量一般不小于 0, 所以在下面的计算中, 当 $I < 0$ 时, 我们将令 $I = 0$.

将式(2)和(10)对比可知, 信道模型增加了针孔孔径与探测器单元之间的几何关系信息. 当 $d_{\text{eff}} \geq \sqrt{2}R_{\text{in}}/(1+M)$ 时, 继续增大孔径可以增大传统的灵敏度参数, 但是不能增大点源几何映射所对应的探测器单元的计数, 反而会因 n_A 减小而降低系统的平均互信息量. 因此, 针对具体的成像系统, 应该存在最佳孔径. 由式(10)还可以知道, 对于同样的成像物体, 即同样的视野, 成像系统应该存在最优焦距. 通过式(15), 我们可以获得不同参数下的最优孔径和最优焦距. 针孔的张角则由焦距和探测器尺寸共同决定.

2 解析结果

下面我们根据式(15)初步研究一下视野、焦距、孔径和探测器内在分辨率等参数对平均互信息量的影响. 计算模型如下: 针孔准直器的材料为钨, knife 型; 探测器的尺寸为 $120 \text{ mm} \times 120 \text{ mm}$, 放射源为 $^{99\text{m}}\text{Tc}$, 所发出的伽玛光子的能量为 140.5 keV . 计算过程中, $\eta = \gamma_d / (\gamma_d + \gamma_p + \gamma_s + \gamma_b) \approx (d/d_{\text{eff}})^2$, $\xi \rho_{\max} t$ 分别取了 $10^6 / \text{mm}^2$ 和 $10^7 / \text{mm}^2$.

图 4 是不同放大倍数下, 或者是不同视野下, 平均互信息量与焦距的关系曲线. 其中, 放大倍数依次为 1, 2, 3 和 4, 针孔孔径为 1.0 mm , 探测器内在分辨率为 2.0 mm , 图 4(a)中 $\xi \rho_{\max} t$ 为 $10^6 / \text{mm}^2$, 图 4(b)中 $\xi \rho_{\max} t$ 为 $10^7 / \text{mm}^2$. 从图中可以看出, 系统存在最

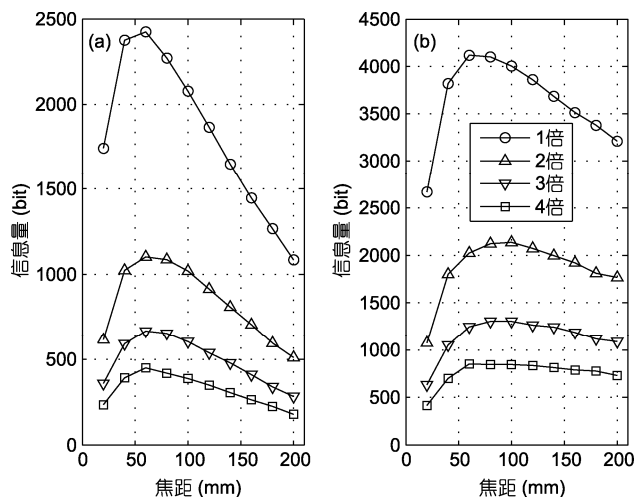


图4 平均互信息量与焦距的关系曲线

(a) $\xi\rho_{\max}t = 10^6 / \text{mm}^2$; (b) $\xi\rho_{\max}t = 10^7 / \text{mm}^2$

优焦距,但是随着 $\xi\rho_{\max}t$ 值的增加而增加.从图中还可以看出,在对大尺寸物体进行成像时,如果出现视野截断,将会导致成像物体的信息大量丢失.

图5是不同探测器内在分辨率下,平均信息量与孔径的关系曲线.其中,探测器的内在分辨率依次为1, 2, 3, 4 mm, 焦距为100 mm, 物距为30 mm, 图5(a)中 $\xi\rho_{\max}t$ 为 $10^6 / \text{mm}^2$, 图5(b)中 $\xi\rho_{\max}t$ 为 $10^7 / \text{mm}^2$.从图中可以看出,成像系统存在最优孔径,但是它和探测器内在分辨率以及系统采集的计数密切相关.

根据上面的分析可知,在实际的应用中,针孔伽玛相机的焦距、孔径、内在分辨率存在最优值,这似乎与式(1)相矛盾.根据式(1),针孔孔径和探测器的内在分辨率越小,系统的空间分辨率越高,则通过图

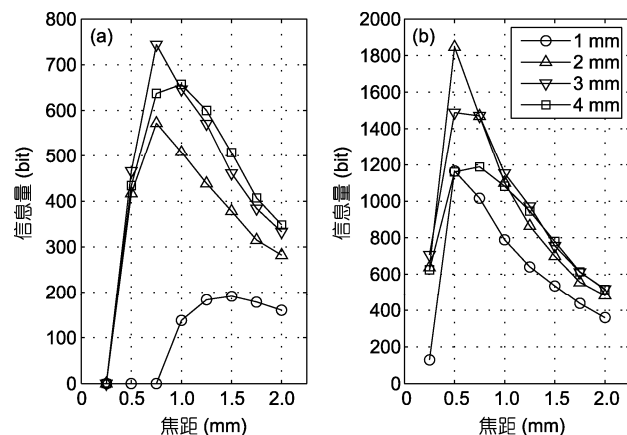


图5 平均信息量与孔径的关系曲线

(a) $\xi\rho_{\max}t = 10^6 / \text{mm}^2$; (b) $\xi\rho_{\max}t = 10^7 / \text{mm}^2$

像能够获得的信息越多.其实,式(1)描述的是理想状态下,针孔伽玛相机的空间分辨率.它没有考虑统计涨落、透射、散射以及本底辐射等噪声的影响.从图5可知,随着统计计数的增多,即统计噪声的降低,成像系统的最优孔径和最优内在分辨率是逐渐变小的.由于在实际成像过程中,受放射性药物和成像时间的限制,统计计数是有限的,数值不会太大,所以孔径、内在分辨率在不同的使用条件下不可避免的存在最优值.

3 成像实验结果

为了检验上述结论,我们设计了一组针孔伽玛相机成像实验.成像物体由4根毛细管组成,其内径为0.3 mm,吸附有浓度约为20 mCi/mL的 $^{99\text{m}}\text{Tc}$ 放射性液体.4根毛细管之间的间距依次为1, 3和2 mm (图6).成像实验是在中国科学院上海应用物理研究所 MicroSPECT/CT 实验室中的一台小型伽玛相机上完成的.该伽玛相机由 NaI(Tl)晶体阵列耦合 PSPMT 组成,晶体厚度为5 mm,探测器内在分辨率为1.4 mm,焦距10 cm.我们选用了2个由钨合金制成的针孔准直器,孔径依次为0.5和1.0 mm,孔深度均为0.5 mm,张角 60° .

我们首先计算了不同物距和不同采集时间的理论值(图7),其中物距依次为20, 40, 60, 80和100 mm,采集时间依次为30和300 s, $a_{\max} = \rho\pi r^2 R_{\text{pin}}$.由于不同物距处的视野大小是不同的,为了便于比较,我们采用的是信息密度,即视野内单位面积的平均互信息量.

然后采集了不同物距处,不同成像时间的投影

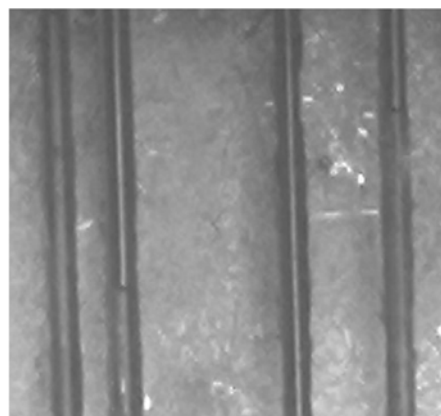


图6 由4根毛细管组成的成像物体实物图

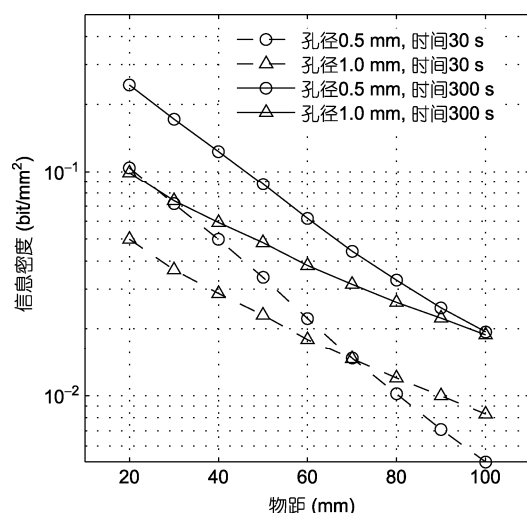


图7 信息密度的理论计算值

图像,并给出了投影图像横断面的剖面线(图8).

从图8(a)和(c)可以看出,当 $L=20$ mm,采集时间300 s时,0.5 mm针孔最终能够分辨1 mm的空间间隔,即信息量随着采集时间的增加而增加.从图8(a)和(b)可以看出,当采集时间30 s,随着物距的增加,0.5 mm针孔信噪比的下降速度比1.0 mm针孔要快.当 $L=80$ mm时,0.5 mm针孔已经无法准确分辨3 mm空间间隔,而1.0 mm的针孔却依然可以.这说明此成像条件下,1.0 mm的针孔优于0.5 mm针孔.比较图7和8,实验结果与理论预测的趋势相符.

上述结果证明了理论公式能够正确的预言实验结果,成像系统在不同的成像条件下存在不同的最优孔径.因此,在对针孔伽玛相机系统进行优化设计时,应该根据成像目标的特点来实行.比如成像物体的大小、期望的成像时间以及通常使用的放射性药物的浓度、特异性等.

4 结论

虽然还有许多细节问题需要更深一步的研究,但是上述研究结果已经证明针孔伽玛相机成像系统可以用信息论中的信道模型来描述,平均互信息量可以替代分辨率、灵敏度和视野等参数来描述成像系统的性能.根据我们提供的针孔伽玛相机平均信息

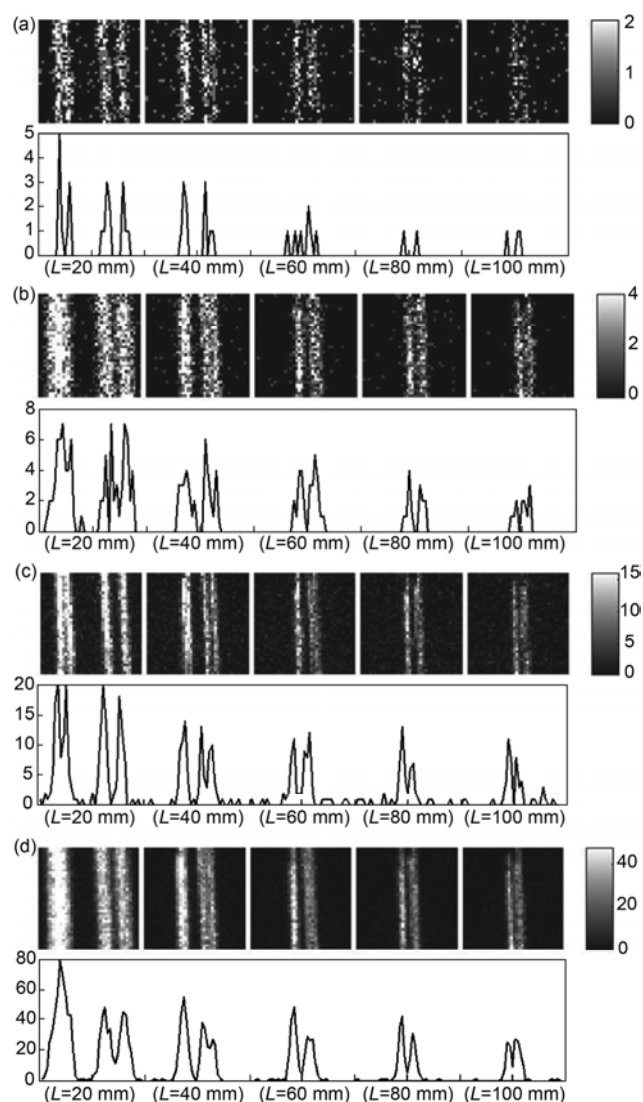


图8 毛细管经过不同孔径准直器在不同时间、不同物距下的投影图像和剖面线

(a) 针孔孔径0.5 mm,采集时间30 s;(b) 针孔孔径1.0 mm,采集时间30 s;(c) 针孔孔径0.5 mm,采集时间300 s;(d) 针孔孔径1.0 mm,采集时间300 s

量近似计算公式,我们可以计算不同成像条件下的优化参数,从而指导成像系统的优化设计与应用.下一步,我们将以此为基础对针孔SPECT成像系统的信道模型进行研究.另外,该方法还可以供其他成像系统的优化设计参考,比如计数CT等.

致谢 对中国科学院上海应用物理研究所漆玉金研究员在实验方面提供的帮助表示衷心的感谢.

参考文献

- 1 Meikle S R, Kench P, Kassiou M, et al. Small animal SPECT and its place in the matrix of molecular imaging technologies. *Phys Med Biol*, 2005, 50: R45–R61
- 2 Madsen M T. Recent advances in SPECT imaging. *J Nucl Med*, 2007, 48: 661–673
- 3 Schramm N U, Ebel G, Engeland U, et al. High-resolution SPECT using multipinhole collimation. *IEEE Trans Nucl Sci*, 2003, 50: 315–320
- 4 Furenlid L R, Wilson D W, Chen Y C, et al. Fast SPECT II: A second-generation high-resolution dynamic SPECT imager. *IEEE Trans Nucl Sci*, 2004, 51: 631–635
- 5 Beekman F J, van der Have F, Vastenhouw B, et al. U-SPECT-I: A novel system for submillimeter-resolution tomography with radio-labeled molecules in mice. *J Nucl Med*, 2005, 46: 1194–1200
- 6 van der Have F, Vastenhouw B, Ramakers R M, et al. U-SPECT-II: An ultra-high-resolution device for molecular small-animal imaging. *J Nucl Med*, 2009, 50: 599–605
- 7 Song T Y, Choi Y, Chung Y H, et al. Optimization of pinhole collimator for small animal SPECT using Monte Carlo simulation. *IEEE Trans Nucl Sci*, 2003, 50: 327–332
- 8 Beekman F J, Vastenhouw B. Design and simulation of a high-resolution stationary SPECT system for small animals. *Phys Med Biol*, 2004, 49: 4579–4592
- 9 Cao Z, Bal G, Accorsi R, et al. Optimal number of pinholes in multi-pinhole SPECT for mouse brain imaging—A simulation study. *Phys Med Biol*, 2005, 50: 4609–4624
- 10 Rentmeester M C M, van der Have F, Beekman F J. Optimizing multi-pinhole SPECT geometries using an analytical model. *Phys Med Biol*, 2007, 52: 2567–2581
- 11 Vunckx K, Beque D, Defrise M, et al. Single and multipinhole collimator design evaluation method for small animal SPECT. *IEEE Trans Med Imaging*, 2008, 27: 36–46
- 12 Vanhove C, Defrise M, Lahoutte T, et al. Three-pinhole collimator to improve axial spatial resolution and sensitivity in pinhole SPECT. *Eur J Nucl Med Mol Imaging*, 2008, 35: 407–415
- 13 张雪竹, 漆玉金. 针孔 SPECT 成像完全三维图像重建的研究. *科学通报*, 2010, 55: 1846–1855
- 14 袁帅, 董再励, 缪磊, 等. 快速与精确的 AFM 探针模型重构研究. *科学通报*, 2010, 55: 396–400
- 15 卢德唐, 张挺, 杨佳庆, 等. 一种基于软硬数据的多孔介质重构方法. *科学通报*, 2009, 54: 1071–1079
- 16 赵祥, 陆婧, 宫阿都, 等. HJ-1A 星干涉成像光谱仪数据业务化光谱重建. *科学通报*, 2010, 55: 610–614
- 17 Anger H O. *Radioisotope Cameras in Instrumentation in Nuclear Medicine*. New York: Academic Press, 1967. 485–552
- 18 代秋声, 漆玉金. 针孔 SPECT 断层成像的空间分辨率研究. *物理学报*, 2010, 59: 1370–1378