颗粒流切应力波动与力链结构

夏建新^{①②*}, 吉祖稳^②, 毛旭锋^①, 曹华德^①

① 中央民族大学生命与环境科学学院, 北京 100081;

② 流域水循环模拟与调控国家重点实验室, 北京 100038

* 联系人, E-mail: jxxia@vip.sina.com

2012-09-27 收稿, 2012-12-15 接受

中央民族大学“985 工程”项目(MUC98507-08)和国家自然科学基金(50879096, 51179213)资助

摘要 颗粒流动过程中形成的力链结构与剪切速度特征关系密切. 利用同心圆筒实验研究了颗粒中慢速流动过程中切应力波动规律和力链形成条件. 研究结果表明, 不同剪切速度下和颗粒直径条件下颗粒切应力波动幅度有较大差异, 但切应力波动频谱曲线均呈现反“S”形状, 正应力高值压痕实验可以揭示颗粒流中形成的动态力链结构, 不同条件下形成力链的临界条件不同. 本文研究结果对分析自然界和工业领域颗粒流问题具有借鉴意义.

关键词

颗粒流
切应力波动
力链结构

颗粒流动广泛存在于自然界和工程应用中, 如沙丘运动、泥石流以及颗粒物料输送等, 这些颗粒系统具有很强的动态性和多变性^[1,2]. 随着边界条件和作用力变化, 颗粒流内部会产生许多复杂的特性, 如力链结构^[3]、类流体-类固体相变^[4]、非线性波和倍周期分岔等^[5,6]. 近年研究发现, 非晶合金材料形成过程中玻璃相变与颗粒流动堵塞之间存在很多类似的特性, 如在接近非晶转变时, 熔体黏性激增(发散), 颗粒物质黏性在固-液转变点同样出现发散, 这两类系统的临界转变行为非常相似. 关于颗粒物质堵塞过程的研究为促进非晶材料领域发展提供了新的途径, 从而引发新一轮颗粒流动研究的热潮^[7,8]. 颗粒流动或堵塞与颗粒之间微观力链结构密切相关, 对其进行研究不仅有助于研究颗粒堆积过程中的力学特性, 而且有利于解决固体物料高浓度输送、料仓放料、非晶材料制备等应用中遇到的问题, 具有重要的工程价值.

目前关于颗粒流本构关系的研究相对比较成熟, 可以得到时均条件下颗粒流动切应力与颗粒粒径、流动速度、颗粒表面物理特性等参数的定量关系^[9]. 但是, 颗粒流动力链结构微观机理研究尚未取得突破

性进展, 其主要原因是, 理论研究上离散颗粒模型尚无法描述复杂的三维颗粒接触和碰撞条件, 必须对颗粒相互作用进行简化和假设^[10], 而实验研究上也未找到适合三维颗粒流内部力链的无干扰测量方法. 实际上, 颗粒流动过程中力链结构的形成与断裂均与作用于颗粒系统的切应力密切相关^[11,12]. 力链结构强劲时, 迫使其断裂的切应力必然加大, 力链结构的强弱可以通过切应力波动反映出来, 因此, 切应力波动为分析力链结构提供了一种新的思路^[12,13].

本文通过同心圆筒颗粒流动实验, 对颗粒不同剪切速度和直径条件下中慢速流动过程中颗粒切应力波动规律进行研究, 并以此分析切应力波动与颗粒流中力链结构的关系.

1 实验系统和材料

实验在如图 1 所示的同心圆筒间环形通道中进行, 内外筒直径分别为 20 和 28 cm, 二者之间形成宽约 40 mm 的环形流道. 内外筒均采用有机玻璃材料, 内筒底边与外筒底部不接触, 缝隙小于 1 mm. 外筒固定不动, 内筒在可调速电机驱动下转动. 内筒外壁贴有一层厚度为 2 mm 的橡胶垫, 以增加内筒边壁与

引用格式: 夏建新, 吉祖稳, 毛旭锋, 等. 颗粒流切应力波动与力链结构. 科学通报, 2013, 58: 1200–1203

Xia J X, Ji Z W, Mao X F, et al. Shear stress fluctuation and force chain structure in the granular flow (in Chinese). Chin Sci Bull (Chin Ver), 2013, 58: 1200–1203, doi: 10.1360/972012-910

图1 颗粒流动实验系统

环形通道内颗粒间的摩擦。颗粒在内筒转动产生的摩擦力的作用下在环形流道内循环流动。电机与内筒连接轴之间安装高精度扭矩仪。实验材料均为聚氯乙烯制作的球形颗粒，密度为 750 g/cm^3 。实验中采用3种直径的颗粒，粒径分别为9, 7和5 mm。在实验之前，将颗粒放入实验装置环形通道内，并反复振动，使颗粒逐渐密实，最终堆积高度为40 mm。

实验前，对扭矩仪精度和灵敏度进行检测，其误差范围在3%以内。内筒转动作用在颗粒上的切应力 τ 可通过下式计算：

$$\tau = N / (2\pi r^2 h), \quad (1)$$

式中 N 为扭矩， r 为内筒外半径， h 为颗粒物料堆积高度。

在实验中颗粒受剪切流动时，颗粒体系体积有一定的膨胀，堆积高度略有增加。本文实验条件下(中慢速流动)观察到颗粒堆积高度局部瞬时最大变化在3 mm以内，但这种变化是短暂的、局部的，不具有统计学意义。为便于比较分析，本文中计算切应力时均采用起始堆积高度。

2 结果与分析

2.1 颗粒流动过程中切应力波动幅度

在实验筒环形通道内装入颗粒物料，启动电机转动内筒，就可以进行颗粒剪切流动实验。通过扭矩仪记录的数据可以计算出作用在内筒外壁的切应力。图2和3分别为颗粒剪切流动不同角速度(颗粒直径 $d=5 \text{ mm}$)和不同颗粒尺寸(旋转角速度 $\omega=0.42 \text{ rad/s}$)

时的切应力波动规律。从图2可以看到，当 $\omega=0.19 \text{ rad/s}$ 时，颗粒切应力波动范围较小，波动幅度在40 Pa之内；当转筒角速度增大到 0.42 rad/s ，颗粒切应力波动范围明显加大，变化范围达到160 Pa；但角速度从 0.42 rad/s 继续增大至 1.25 rad/s 时，波动幅度没有显著变化。这一实验结果反映颗粒流动时切应力波动范围随流动速度增加而加大，但增加趋势很快趋缓。从图3可以看到，直径5 mm颗粒流动切应力的波动幅度在160 Pa之内，而直径7 mm颗粒流动的切应力值波动幅度达到210 Pa，波动幅度随直径增大而增大，但直径9 mm颗粒的实验结果与前两组实验结果差别较大，颗粒流切应力波动反而较小，此时观察到圆筒内颗粒几乎不动，内筒受到的摩擦力主要来源于颗粒与筒壁间的滑动摩擦，反映此时颗粒间摩擦力很大。

图2 不同剪切速率下切应力波动情况

图3 不同尺寸颗粒剪切流动切应力波动情况

从图2和3中还可以发现,切应力波动曲线具有宏观准周期性振荡和局部随机微小振荡的规律,尤其是波动幅度较大的曲线更为明显.宏观准周期振荡反映了颗粒流动中强力链破坏-形成的周期,而局部微小振荡可能由颗粒整体滑动摩擦力不均匀或弱力链所致.

2.2 颗粒切应力波动频谱

针对不同的实验条件,在颗粒剪切流动状态稳定后,每隔0.2 s进行一次扭矩仪数据采集,截取连续的100个数据,分析不同条件下颗粒流切应力分布频谱.将这100个数据从小到大排列,并对所有数据进行标准化处理 $\lambda_i = \tau_i / \tau_{\min}$,再计算出大于 λ_i 的数据百分比 $P_{(\lambda)}$.图4是根据得到的 $P_{(\lambda)}$ 和 λ_i 数据点绘出的切应力波动频谱分布.在图4中可以发现,颗粒剪切流动时切应力波动频谱曲线呈反“S”形态,在高值区呈指数缓慢衰减,反映强力链可以使切应力急剧增加,但是强力链出现概率较低,此时如果筒壁与颗粒系统之间的摩擦应力不足以克服强力链导致的高切应力,颗粒系统将出现停滞阻塞状态.根据To等人^[14]的实验结果,当 $\varphi = H/d$ (通道宽度 H 与颗粒直径 d 之比)小于4.3时,颗粒群出现结拱阻塞的概率将达到80%,这意味着强力链出现的概率急剧增加,可能导致颗粒流动停止.本实验中当直径9 mm颗粒时, $\varphi = 4.2$,出现的强力链致使颗粒停止流动.

图4中选择的三组实验数据点可以用一条曲线进行拟合,曲线函数如下:

$$\text{当 } \lambda < 1.45 \text{ 时, } P_{(\lambda)} = k\lambda^a \exp(-\beta\lambda), \quad (2)$$

图4 颗粒流动切应力波动频谱

$$\text{当 } \lambda > 1.45 \text{ 时, } P_{(\lambda)} = \alpha\lambda^{-\frac{1}{3}} \exp(-\beta\lambda^{\frac{5}{3}}), \quad (3)$$

式中 k, a, β 为系数,(2)式中拟合曲线参数 $k=534, \alpha=6.6, \beta=6.3$, (3)式中拟合曲线参数 $\alpha=15.0, \beta=1.6$.

2.3 力链结构分析

为分析上述实验中切应力波动与力链结构的关系,进行了相关实验研究.具体方法是,实验前在颗粒和外筒内壁间加一层显色灵敏复写纸,当颗粒流形成力链结构时,力链将传递到筒壁,使筒壁出现高正应力点,再通过挤压复写纸在底纸上留下压痕.根据实验记录分析,颗粒流动10 min内在1/4周长的白纸上留下的应力高值点分别为10, 12和18个(图5),据此推算,在整个外壁上应力高值点分别为40, 48和72个.在当次实验获得的切应力波动数据中找出所有的高值点,从大到小排序,并按照上述应力高值点数目找出对应的临界值,可以估算三组实验高值点对应的切应力临界值分别约为320, 318和327 Pa.

通过以上分析发现,在本文实验条件下,颗粒流内部可以形成力链,此时如果作用于颗粒系统的剪切力足够大,颗粒将会受挤压变形、改变颗粒间相对位置或边界形态,从而使力链断裂,颗粒得以继续流动.但如果力链较强且稳定,即使颗粒和边界变形也无法导致其断裂,则颗粒即使受到剪切作用,也无法继续流动,进入相对静止状态.从实验结果还可以发现,切应力波动具有宏观准周期振荡和局部随机微小振荡规律,这一规律揭示了颗粒流内部力链结构变化过程.宏观准周期振荡反映了颗粒流中强力链被剪切力破坏和重构的过程,而随机微小振荡可能源于颗粒流中弱力链.不同实验条件下切应力波动的宏观准周期有很大差异,反映力链结构对颗粒大小和形状等颗粒物理参数以及转动速度等外作用力非常敏感.

图5 应力点数量分布图

3 结论

颗粒剪切流动中力链不仅与颗粒的材料性能(如弹性模量、泊松比和表面摩擦系数等)有关,而且还受颗粒体系边界条件、初始条件和所受的外力影响. 本文利用同心圆筒实验研究了颗粒剪切流速和直径不同条件下颗粒流切应力变化,分析了颗粒流中动

态力链结构与切应力波动的关系. 实验结果表明,颗粒大小和剪切流动流速对力链结构形成有重要影响,不同条件下出现力链结构的临界条件不同. 颗粒剪切流动过程中,颗粒系统内部切应力可以大幅度波动,颗粒流中形成的力链是切应力高值点出现的原因. 本文为开展力链的动态演变规律提供了一种新的方法.

参考文献

- 1 Campbell C S. Granular material flows—An overview. *Powder Tech*, 2006, 162: 208–229
- 2 Liu C H, Nagel S R. Force fluctuations in bead packs. *Science*, 1995, 269: 513–515
- 3 孙其诚, 王光谦. 静态堆积颗粒中的力链分布. *物理学报*, 2008, 57: 4667–4673
- 4 季顺迎, 孙其诚, 严颖. 颗粒物质剪切流动的类型-液转化特性及相变图的建立. *中国科学: 物理学 力学 天文学*, 2011, 41: 1112–1125
- 5 Geng J, Longhi E, Behringer R P, et al. Memory in two-dimensional heap experiment. *Phys Rev E*, 2001, 64: 060301
- 6 Wittmer J P. An explanation for the central stress minimum in sand piles. *Nature*, 1996, 382: 336–338
- 7 Coppersmith S N, Liu C H, Majumdar S, et al. Model for force fluctuations in bead packs. *Phys Rev E*, 1996, 53: 336–338
- 8 Corwin E I, Jaeger H M, Nagel S R. Structural signature of jamming in granular media. *Nature*, 2005, 435: 1075–1078
- 9 夏建新, 韩鹏. 水沙流中离散颗粒流动应力关系. *力学学报*, 2004, 36: 213–217
- 10 刘斯宏, 姚仰平, 孙其诚, 等. 基于细观结构的颗粒介质应力应变关系研究. *科学通报*, 2009, 54: 1496–1503
- 11 Jacco H S, Leeuwen J M J. Force correlations in the q -model for general q -distributions. *Phys Rev E*, 2002, 65: 051306
- 12 Silva M D, Rajchenbach J. Stress transmission through a model system of cohesionless elastic grain. *Nature*, 2000, 406: 708–710
- 13 Bouchaud J P, Cates M E, Caludon P. Stress distribution in granular media and nonlinear wave equation. *J Phys I France*, 1995, 5: 639–656
- 14 To K, Lai P Y, Pak H K. Jamming of granular flow in a two-dimensional hopper. *Phys Rev Lett*, 2001, 86: 71–73

Shear stress fluctuation and force chain structure in the granular flow

XIA JianXin^{1,2}, JI ZuWen², MAO XuFeng¹ & CAO HuaDe¹

¹ College of Life and Environment Science, Minzu University of China, Beijing 100081, China;

² State Key Laboratory of Simulation and Regulation of Water Cycle in River Basin, Beijing 100038, China

The force chain structure formed in granular flow has a great effect on shear stress of the granular. In this paper, we studied on the fluctuation of shear stress and formation of the force chain structures in the granular with slow flow using concentric cylinder method. The experimental results show that the frequency and amplitude of the shear stress fluctuation change obviously at different shearing velocity and granular size, and the frequency distribution of the stress fluctuation has an inverse “S” shape. At the same time, the carbon paper depression approach was used to record the quantity and distribution of the stress points, which act on the cylinder wall due to the high pressure caused by the force chain structure. The results also verify that the shear velocity and the particle size influence the formation of the force chain at the critical formation conditions, leading to different distribution of the high pressure points.

granular flow, shear stress fluctuation, force chain structure

doi: 10.1360/972012-910