



论文

锥状双半高斯空心光束退衍射远场传输特性研究

董渊*, 张喜和, 金光勇, 凌铭, 宁国斌

长春理工大学理学院, 长春 130022

* E-mail: custdongyuan@163.com

收稿日期: 2009-06-23; 接受日期: 2009-06-30

国家自然科学基金资助项目(批准号: KB92009)

摘要 利用柯林斯公式条件下的传输模型研究了处于锥状发射状态的双半高斯空心光束的远场传输特性, 由于该种空心光束具有一定的锥角, 起到了补偿衍射的作用, 使得空心光束的内径随着传输距离的增加而近似按几何光学传输规律增大, 表现出了退衍射传输现象. 为此, 研究了在非柯林斯公式条件下锥状双半高斯空心光束的远场光强分布, 结果表明可以利用该条件下传输模型来表征锥状双半高斯空心光束的远场传输特性. 在实验上, 利用分光对偶反射光学系统获得了锥状双半高斯空心光束, 并测量了该种空心光束在不同传输距离处的内径, 所测得的数据与非柯林斯公式条件下的传输模型相吻合.

关键词 锥状双半高斯空心光束, 传输特性, 非柯林斯条件, 退衍射

PACS: 42.15.Dp, 42.60.Jf, 42.25.Fx

随着激光技术的发展和應用, 空心光束不仅在生物学、激光加工和原子冷却等方面得到广泛应用^[1-3], 而且在扫描成像、遥感控制、测距技术等領域有潜在的应用前景. 近几年来, 国内外已经用多种不同的方法获得了空心光束^[4-9], 并在理论上建立了几种不同的数学模型来研究其在各种不同条件下的传输特性. 研究表明: 处于平行发射状态的双半高斯空心光束传输到一定距离处时由于衍射效应使得空心区域消失, 表现出了平行空心光束所特有的“自聚焦”特性^[10], 这种特性必将限制其在某些方面的应用. 为此, 又新提出了一种空心光束——锥状双半高斯空心光束. 本文在此基础上, 详细地分析了锥状双半高斯空心光束在柯林斯公式条件下和非柯林斯公式条件下的远场传输特性, 结果表明处于锥状发射状态的双半高斯空心光束具有退衍射的作用. 并通过比较发现两种条件下传输特性的差别甚微, 因此在工

程上可以利用非柯林斯公式条件下的传输物理模型来表征锥状双半高斯空心光束的传输行为, 这样将会带来极大的方便. 在实验上, 利用分光对偶反射光学系统获得了锥状双半高斯空心光束, 并测量了该种空心光束在不同传输距离处的内径, 所测得的数据与用非柯林斯公式条件下的传输理论相吻合.

1 锥状双半高斯空心光束的定义

我们把锥状双半高斯空心光束在 $z = 0$ 处的光场分布定义成如下形式:

$$E_n(r, 0) = G_0 \left[\frac{r^2}{\omega^2(z)} \right]^n \exp \left[\frac{-r^2}{\omega^2(z)} \right] \times \left[1 - \text{circ} \left(\frac{r}{\omega(z)\sqrt{n}} \right) \right], \quad (1)$$

$$n = 0, 1, 2, \dots$$

式中 $\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + (\theta z)^2 / \omega_0^2}$, θ 定义为环上半高斯光束内边缘与锥状双半高斯空心光束传输轴 z 方向的夹角. 当 $\theta = 0$ 时, 表明该光束于平行筒状发射; 当 $\theta \neq 0$ 时, 表明双半高斯空心光束处于锥状发射状态. n 为空心锥状双高斯光束的阶数, 当 $n = 0$ 时, 方程(1)就退化到一般光斑半径为 ω_0 的高斯光束. G_0 为常数. 从(1)式可以看出, 当阶数 n 变大时, 空心光束的亮环半径增大, 黑斑区域面积增大.

2 在柯林斯公式和非柯林斯公式条件下锥状双半高斯空心光束的传输特性

2.1 在柯林斯公式条件下锥状双半高斯空心光束的传输特性

在傍轴近似条件下, 任何高斯光束通过傍轴光学系统传输满足柯林斯公式, 在旋转对称的柱坐标下柯林斯公式可以表述为

$$E(r, z) = \frac{i}{\lambda B} \exp(-ikz) \exp\left(-\frac{ikDr^2}{2B}\right) \times \int_0^\infty E_0(r', 0) \exp\left(-\frac{ikAr'^2}{2B}\right) J_0\left(\frac{kr r'}{B}\right) r' dr', \quad (2)$$

其中 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 为波数, λ 为光波长, A, B, D 为傍轴光学系统的变换矩阵元.

已知公式:

$$\text{circ}\left(\frac{r}{a}\right) = \sum_{j=1}^m A_j \exp\left(-\frac{B_j}{a^2} r^2\right), \quad (3)$$

其中 A_j 和 B_j 分别为展开系数和高斯系数.

$$\int_0^\infty \exp(-pt) t^{\nu/2+n} J_\nu(2a^2 t^2) dt = n! a^2 p^{-(n+\nu+1)} \exp\left(-\frac{a^2}{p}\right) L_n^\nu\left(\frac{a^2}{p}\right), \quad (4)$$

其中 L_n^ν 为拉盖尔多项式. 把(1)式中的 $E_n(r, 0)$ 当作 $E_0(r', 0)$ 代入(2)式, 并利用(3)和(4)式, 积分后, 得

$$E(r, z) = \frac{ikAG_0 n!}{2B\omega^{2n}(z)} \exp(-ikz) \exp\left[\frac{1}{\omega^2(z)} + \frac{ikA}{2B}\right]^{-n-1}$$

$$\times S - \frac{1}{2} n! P \sum_{j=1}^m A_j (-Q)^{-n-1} \exp\left(\frac{l^2}{4Q}\right) L_n\left(-\frac{l^2}{4Q}\right), \quad (5)$$

其中,

$$s = \exp\left[-\frac{ikDr^2}{2B}\right] \times \exp\left[-\frac{\left[\frac{kr}{2B}\right]^2}{\left[\frac{1}{\omega^2(z)} + \frac{ikA}{2B}\right]}\right] \times L_n\left[\frac{\left[\frac{kr}{2B}\right]^2}{\left[\frac{1}{\omega^2(z)} + \frac{ikA}{2B}\right]}\right], \quad (6)$$

$$P = \frac{iG_0}{\lambda B \omega^{2n}(z)} \times \exp\left(-\frac{ikDr^2}{2B}\right) \exp(-ikz), \quad (7)$$

$$Q = -\frac{ikA}{2B} - \frac{1}{\omega^2(z)} - \frac{B_j}{(\omega(z)\sqrt{n})}, \quad (8)$$

$$l = \frac{kr}{B}. \quad (9)$$

(5)式即为锥状双半高斯空心光束通过傍轴系统后的传输和变换公式.

空心光束在自由空间传播的变换矩阵为

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

把(10)式代入(5)式, 并取 $\omega_0 = 1 \text{ mm}$, $\theta = 0.1 \text{ mrad}$, $n=1$, $\lambda = 1064 \text{ nm}$, 得到锥状双半高斯空心光束在 z 取不同值时的传输特性如下图 1 所示.

从图 1 可以看出: 当锥状双半高斯空心光束的内半锥角 θ 一定时, 锥状双半高斯空心光束的空心部分光强为零, 光场关于传输轴呈圆对称分布, 形成双半高斯三维势阱, 并在内壁分布比较陡峭, 外壁分布有一定的坡度; 在自由空间传输过程中, 锥状双半高斯空心光束的内径随着传输距离的增加而几乎按照几何传输规律变大.

2.2 在非柯林斯公式条件下锥状双半高斯空心光束的传输特性

由于在空心光束柯林斯传输模型中锥角的引入, 空心光束在远场并没有出现“自聚焦”, 的现象, 这充分表明该种空心光束的锥角使其在传输过程中具有一定的衍射作用, 使得柯林斯公式条件下空心光束的传输特性退化为几何光学传输规律. 因此, 可以

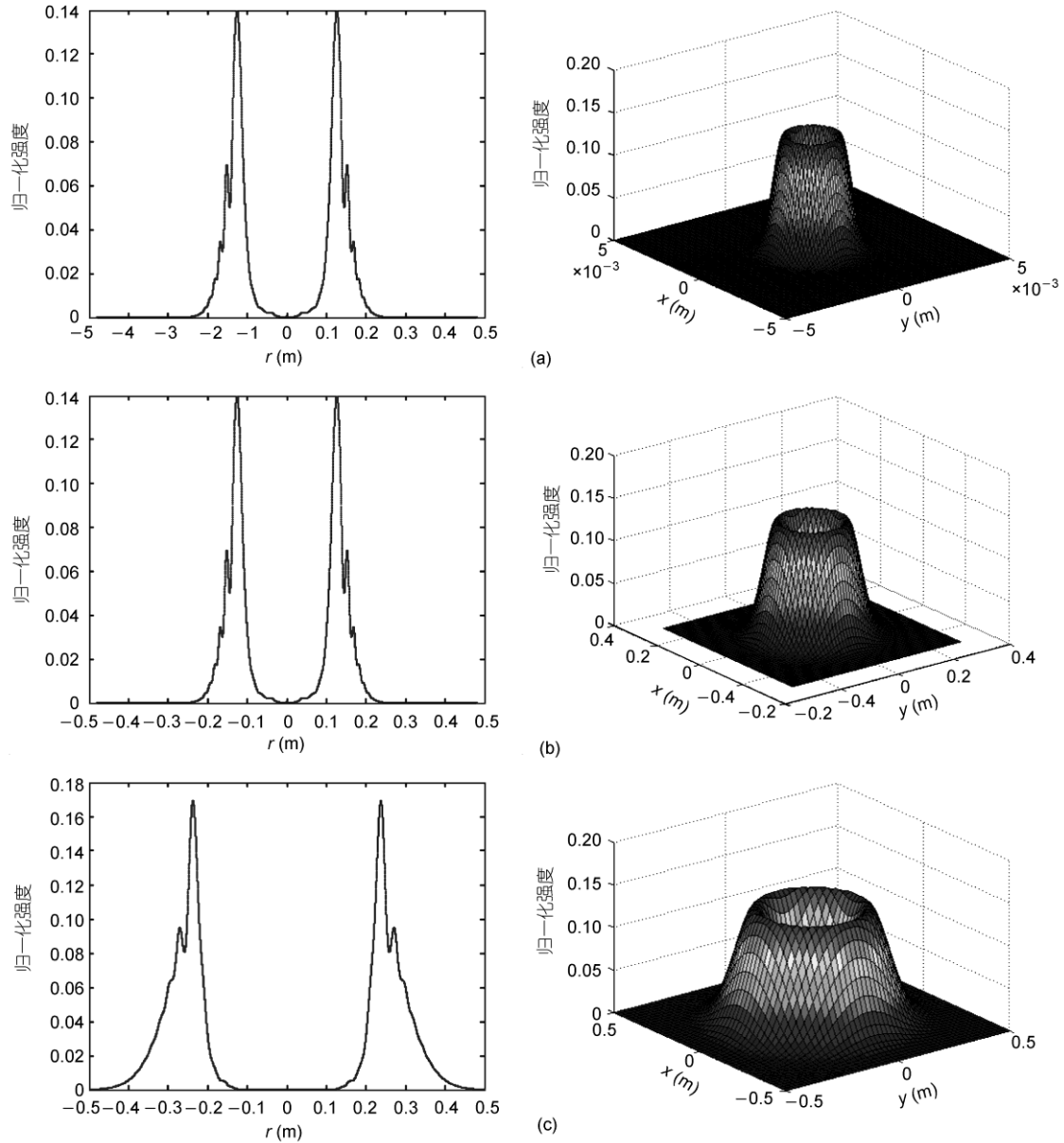


图1 锥状双半高斯空心光束的空心在柯林斯公式条件下传输时不同传输距离处的归一化二维、三维强度分布图

(a) $z = 0.1$ m; (b) $z = 1000$ m; (c) $z = 2000$ m

利用非柯林斯公式条件下的传输模型来表征锥状双半高斯空心光束的传输行为。在非柯林斯公式条件下, 锥状双半高斯空心光束的传输模型可以表示为

$$E_n(r, z) = G_0 \left[\frac{r^2}{\omega^2(z)} \right]^n \exp \left[\frac{-r^2}{\omega^2(z)} \right] \left[1 - \text{circ} \left(\frac{r}{\omega(z)\sqrt{n}} \right) \right], \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (11)$$

$$\text{式中 } \omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + \frac{(\theta z)^2}{\omega_0^2}}.$$

当取 $\omega_0 = 1$ mm, $\theta = 0.1$ mrad, $n=1$, $\lambda = 1064$ nm, 得到空心双半高斯光束在 z 取不同值时的传输特性如下图所示。

通过对图1和2比较研究中可以看出: 锥状双半

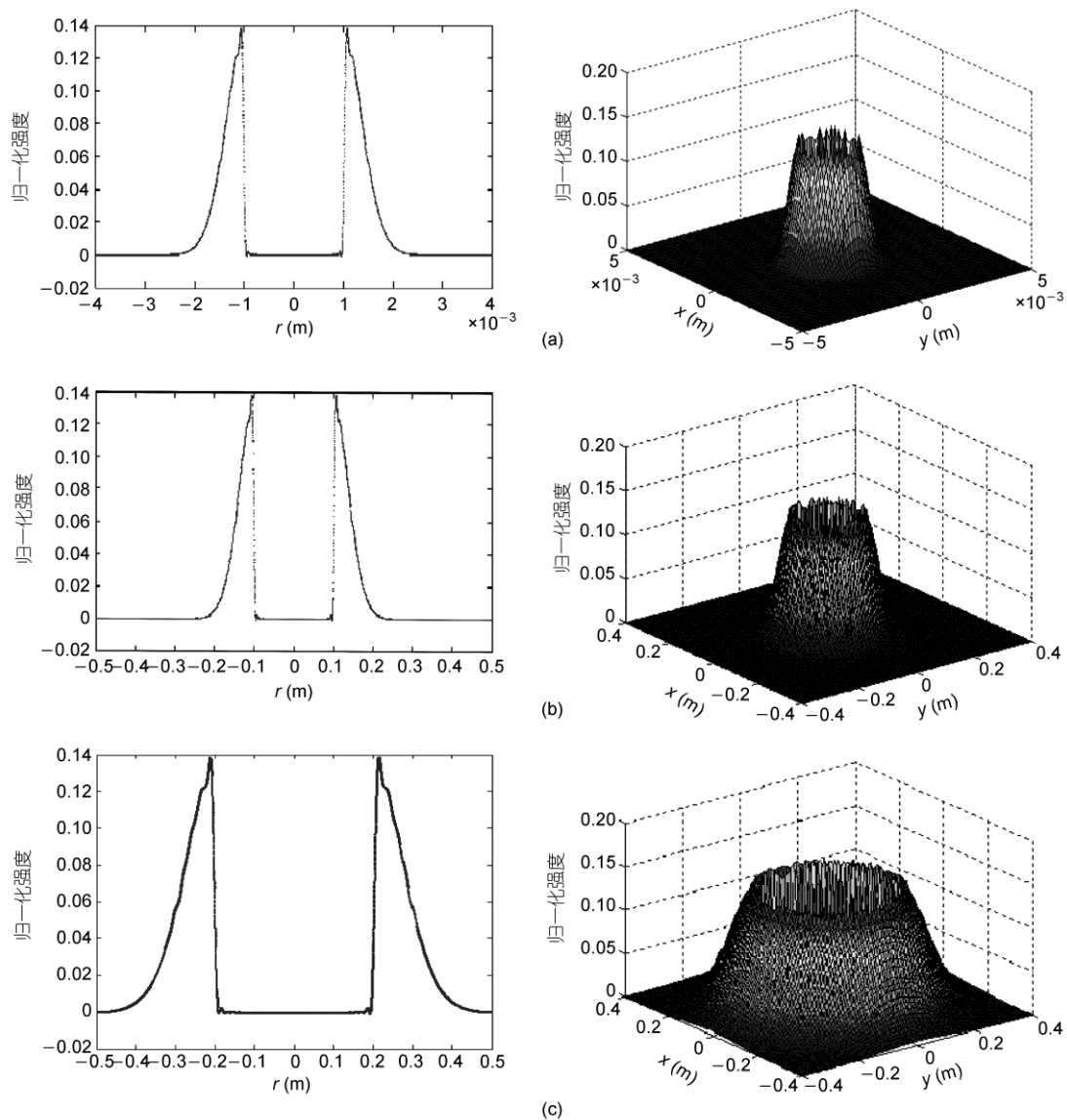


图2 锥状双半高斯空心光束的空心在非柯林斯公式条件下传输时不同传输距离处的归一化二维、三维强度分布图

(a) $z = 0.1$ m; (b) $z = 1000$ m; (c) $z = 2000$ m

高斯空心光束在非柯林斯公式条件下的传输特性与其在柯林斯公式条件下的传输特性比较接近, 这说明双半高斯空心光束在处于锥状状态传输时, 由于双半高斯空心光束的发散效应克服了其衍射效应, 使得衍射作用表现较弱. (11)和(5)式相比, 因为在表征锥状双半高斯空心光束的传输行为方面十分相似, 所以可以用(11)式代替(5)式来描述该种空心光束的传输特性. 但是由于省略了柯林斯衍射公式的微小作用, 使得(11)式得以大大简化, 这将为该种空心光

束的应用提供了极大的便利.

3 锥状双半高斯光空心束传输简化模型的实验验证

3.1 锥状双半高斯空心光束的实验产生

锥状双半高斯空心光束实验装置是一分光对偶反射光学系统, 该系统由同轴的正轴棱锥和一个球面反射器以及一个对光环大小进行控制的透镜组成.

入射的实心高斯激光光束通过圆锥反射器中心照射在正轴棱锥反射面上,再经反射器内表面反射后,在主光轴上汇聚于一点.当控制透镜的焦点与此焦点重合时形成空心筒状光束.通过前后移动透镜可以实现对锥状双半高斯空心光束内半锥角 θ 大小的控制,从而控制了空心光束内径的大小.锥状双半高斯空心光束的实验装置如下图3所示.

从图3和4中我们可以看出:利用正轴棱锥和球面反射镜组合光学系统,可以实现空心锥状双半高斯空心激光束的发射.

3.2 不同距离处锥状双半高斯空心光束内径的测量

为了验证用(11)式来描述空心锥状双半高斯空心光束的传输特性的准确性,我们在距出射端不同距离处对该种空心光束的内径进行了测量,实验中 $\theta = 0.1 \text{ mrad}$.

从表1中的数据可以看出:该种空心光束随着传

输距离的增加而几乎线性变大.并且表中的数据与理论符合较好.因此,可以说(11)式可以很好地描述空心锥状双半高斯空心光束的传输特性.

4 结论

详细地分析了锥状双半高斯空心光束在柯林斯公式条件下和非柯林斯公式条件下的传输特性,表明了处于锥状发射状态的双半高斯空心光束具有退衍射效应.并通过比较发现两种条件下传输特性的差别甚微,因此在工程上可以利用非柯林斯公式条件下的传输物理模型来表征锥状双半高斯空心光束的传输行为,这样将会带来极大的方便.在实验上,利用球面反射镜和正轴棱锥组合光学系统获得了锥状双半高斯空心光束,并测量了该种空心光束在不同传输距离处的内径,所测得的数据与用非柯林斯公式条件下的传输理论相吻合.

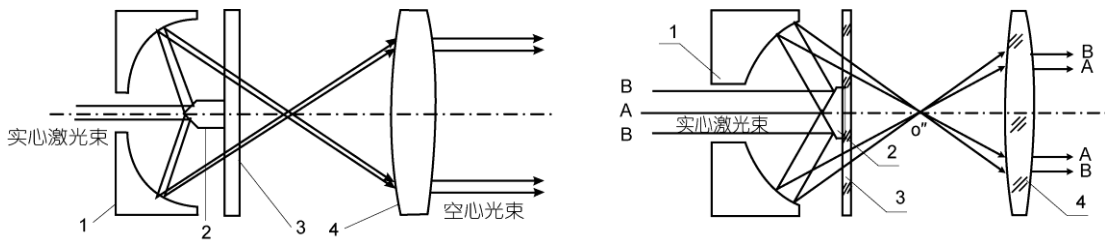


图3 正轴棱锥球面反射镜组合光学系

1 为球面反射镜,2 为分光圆锥,3 为玻璃平板,4 为输出耦合镜

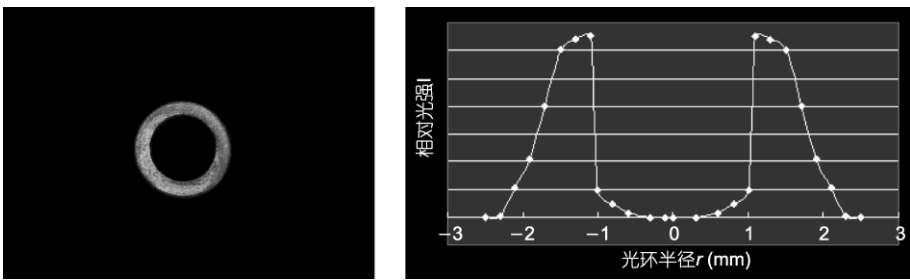


图4 在 $z = 0.52 \text{ m}$ 处的双半高斯空心光束垂轴截面光环及其光强分布

表1 不同距离处空心光束的内径

距离(km)	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	2.0
内径(cm)	3.8	7.9	12.0	15.7	20.1	40.0

参考文献

- 1 Zhu J F, Wei Z Y, Wang P. Experimental study on generation of high energy few cycle pulses with hollow fiber filled with neon. *Sci China Ser G-Phys Mech Astron*, 2008, 51: 507—511 [\[doi\]](#)
- 2 Yin J, Gao W, Zhu Y, et al. Generation of dark hollow beams and their applications. *Prog Opt*, 2003, 44: 119—204
- 3 Yang J C, Lu X H, Lin Q, et al. Hollow Gaussian beams and their propagation properties. *Opt Lett*, 2003, 28: 1084—1086 [\[doi\]](#)
- 4 Yang J C, Lin Q. Hollow elliptical Gaussian beam and its propagation through aligned and misaligned paraxial optical systems. *J Opt Soc Am A*, 2004, 21: 1058—1065 [\[doi\]](#)
- 5 Wang X, Littman M G. Laser cavity for generation of variable-radius rings of light. *Opt Lett*, 1993, 18: 767—768 [\[doi\]](#)
- 6 Herman R M, Wiggins T A. Production and uses of diffractionless beams. *Opt Soc Am A*, 1991, 8: 932—942 [\[doi\]](#)
- 7 Lee H S, Atewart B W, Choi K, et al. Holographic nondiverging hollow beam. *Phys Rev A*, 1994, 49: 4922—4927 [\[doi\]](#)
- 8 Paterson C, Smith R. Higher-order Bessel waves produced by axicon-type computer-generated holograms. *Opt Commun*, 1996, 124: 121—130 [\[doi\]](#)
- 9 Beijersbergen M W, Allen L, van der Veen H E L O, et al. Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum. *Opt Commun*, 1992, 96: 132—134
- 10 董渊, 张喜和, 宁国斌, 等. 双半高斯空心光束的传输特性及其形成研究. *中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学*, 2009, 39(12): 1741—1745