论 文

基于压缩感知的多角度合成孔径雷达成像

周汉飞*, 李禹, 栗毅

国防科学技术大学电子科学与工程学院, 长沙 410073

* 通信作者. E-mail: hanfei_zhou@yeah.net

收稿日期: 2012-07-10; 接受日期: 2012-09-04

国家自然科学基金 (批准号: 60972120, 61171135) 资助项目

摘要 多角度合成孔径雷达 (synthetic aperture radar, SAR) 成像是实现多 SAR 信息融合的重要方式, 对提高成像分辨率, 重构目标轮廓进而提高雷达目标检测或分类性能具有基础性价值. 由于各传感器发射信号和测量位置的多样性, 实现多角度 SAR 成像具有挑战性. 如何在噪声干扰情况下快速实现多角度 SAR 成像是一个新问题. 本文建立了基于压缩感知的多角度 SAR 测量模型. 通过对测量矩阵的分析, 证明多角度 SAR 测量角度范围、发射信号载频和空间采样位置是影响成像性能的关键因素, 研究了目标空间离散间隔对成像质量和分辨率的影响. 以上述分析为基础, 本文对多角度 SAR 发射信号载频和测量位置进行设计, 构建满足约束等距性的测量矩阵. 针对测量矩阵阶次较高的问题, 文章提出用分段正交匹配追踪 (stagewise orthogonal matching pursuit, StOMP) 进行模型求解, 在测量矩阵欠定严重的情况下, 该算法可以迅速求得模型最优稀疏解. 在实验环节, 通过分析多角度 SAR 参数对成像性能的影响, 进一步验证了本文结论. 实验验证了模型和相应求解算法的有效性和鲁棒性.

关键词 合成孔径雷达 (SAR) 压缩感知 稀疏重构 多角度成像 分段正交匹配追踪

1 引言

为提高目标判读或者分类性能, 融合多角度雷达测量信息是一种重要途径^[1~8]. 多角度 SAR 数据既有对目标的连续观测 (单 SAR 意义上), 也有对目标不同方位角的观测, 包含丰富的目标特征信息. 利用多角度 SAR 数据提取目标特征, 进而分类或识别是自动目标识别 (automatic target recognition, ATR) 的重要研究方向. 多角度 SAR 信息融合主要分为两类, 一类是基于数据层的融合, 包括目标参数估计和多角度成像^[1~4,7,8]; 另一类是基于像素层的处理^[5,6]. 从原理上分析, 基于像素层的多角度 SAR 信息融合只考虑图像之间的相互关系, 而数据层融合充分利用了所有测量数据之间的相关性, 因此基于数据层处理具有更大的信息潜力. 本文从数据层思路出发, 研究多角度 SAR 成像.

传统 SAR 成像方法^[9,10] 应用于多角度 SAR 成像, 需要对测量数据进行重排并插值, 只能应用于角度间隔较小的情况. 角度间隔较大时的插值误差将降低图像质量, 产生虚假目标和导致高旁瓣. Cuomo 等^[2,4] 提出的带宽外推 (bandwidth extrapolation, BWE) 技术, 能够有效进行数据填充, 本质上是一种参数估计方法, 需要确定模型阶次即目标强散射点的个数, 阶次失配将影响参数估计精

引用格式: 周汉飞, 李禹, 栗毅. 基于压缩感知的多角度合成孔径雷达成像. 中国科学: 信息科学, 2013, 43: 749-767, doi: 10.1360/112012-312

度. Larsson 等 [7,8] 将目标特征函数当成多角度 SAR 测量数据的幅度相位谱, 因此用幅度相位估计 (amplitude and phase estimation, APES) 进行多角度 SAR 成像. APES 的优点是只使用测量数据拟合目标特征函数, 避免了因插值或补零导致的误差. APES 本质上是基于 Fourier 变换的谱估计方法, 当测量数据角度间隔较大时, 谱估计图像在方位向产生较高的旁瓣. 另外, 利用 APES 实现多角度 SAR 成像需要雷达有一致的测量参数. 另外一种基于 Fourier 变换的多角度成像方法是 Li 等 [3] 提出的矩阵 Fourier 变换 (matrix Fourier transform, MFT), 作者利用 MFT 实现了雷达目标的 ISAR (inverse synthetic aperture radar) 成像, 原理上是利用快速 Fourier 变换实现各测量角度上散射点能量的叠加, 其分辨率不能突破 Rayleigh 准则的限制.

压缩感知 (compressive sensing, CS) 是一种新的采样 (测量) 理论, 它突破了 Shannon 采样定理 Nyquist 采样率的限制 [11,12]. 其核心理论可概括为三要素: 目标向量稀疏性、测量矩阵约束等距性 (restricted isometry property, RIP) 和稀疏重构算法. CS 理论指出, 如果目标向量具有稀疏性, 当测量矩阵满足约束等距性要求时, 则可用远少于目标向量维数的测量次数重构目标. RIP 可以简单理解为测量矩阵的任意 K 列近似正交 (K 表示目标向量非零系数的个数). 用传统分辨率概念描述, 即基于压缩感知的目标重构具有超分辨率特性. 在高频区, 目标散射的稀疏性为压缩感知理论在雷达成像中的应用奠定了基础 [13]. 基于压缩感知的雷达成像已经取得了大量的研究成果 [14~23]. 应用压缩感知于雷达成像, 具有至少 3 个方面的优势: (i) 无须对接收数据进行距离向匹配滤波; (ii) 不必将测量数据插值到等距矩阵网格以便于用快速 Fourier 变换进行处理; (iii) 可以降低数据采样率.

通过改变雷达测量方式改善测量矩阵性质是基于压缩感知雷达成像研究的重点. 文献 [15,16,21] 通过调整发射信号波形改善测量矩阵性能, 这类方法很难应用于现有体制雷达. 文献 [17~19,23] 通过随机空间位置采样改善测量矩阵 RIP, 其中多输入多输出 (multi-input multi-output, MIMO) 雷达通过随机布阵实现随机位置采样 [19], 文献 [18] 通过随机丢弃测量数据实现随机位置采样. 在现有雷达体制下, 测量矩阵 RIP 很难满足目标精确重构的要求, 因此从算法角度提升重构精度也是重要研究方向 [20,22]. 文献 [20] 通过在最优化求解过程中引入权值抑制了雷达测量杂波对成像性能的影响, 实现了基于压缩感知的 ISAR 成像. 文献 [22] 将 Bayesian 压缩感知 (Bayesian compressive sensing, BCS) [24] 应用于稀疏孔径的 ISAR 雷达成像, 取得了很好的成像效果. BCS 用具有稀疏性质的概率密度分布替代确定性的目标稀疏性约束, 可以利用目标散射先验信息确定概率密度参数, 但是 BCS 没有从理论上给出目标重构精度和测量矩阵性质之间的关系.

本文立足于现有体制雷达, 研究基于压缩感知的多角度 SAR 成像. 首先从理论上分析雷达发射信号、多角度空间测量方式对测量矩阵性能的影响, 在此基础上通过合理离散目标函数构造测量矩阵, 然后采用稀疏重构算法实现多角度 SAR 成像. 稀疏重构算法的研究已经有近 20 年的历史, 主要发展出两类算法. 一类是以基追踪 (basis pursuit, BP) [25] 为代表的线性优化 (也称凸松弛) 算法, 另一类是以匹配追踪 (matching pursuit, MP) [26] 和正交匹配追踪 (orthogonal MP, OMP) [27] 为代表的贪婪算法. 在雷达成像中, 因为测量矩阵维数很高, 因此算法效率非常重要. 针对大尺度超欠定测量, Donoho 等 [28] 提出了分段正交匹配追踪 (StOMP) 算法. 该算法重构性能可与 BP 和 OMP 媲美, 而在算法效率上大大优于后者. 关于 StOMP 算法的详细流程及其在多角度 SAR 成像中的应用本文将进一步进行阐述.

本文结构安排如下. 第 2 部分介绍压缩感知基本理论. 第 3 部分构建多角度 SAR 压缩感知测量模型, 分析多角度 SAR 测量矩阵性能, 然后介绍成像算法. 第 4 部分通过实验验证本文结论. 第 5 部分总结全文.

2 压缩感知基本理论

假设 $\omega \in \mathbb{C}^N$ 是一个 K -稀疏信号, 即存在基 (Basis) $\Psi \in \mathbb{C}^{N \times N}$, 使得 $\omega = \Psi\omega_0$ 并且 $\|\omega_0\|_0 = K \ll N$. $\|\omega_0\|_0$ 表示向量 ω_0 中非零元素的个数. 在实际应用中, 严格的 K -稀疏信号很少, 因此用可压缩信号概念代替. 信号的可压缩性是指 ω 在 $\Psi \in \mathbb{C}^{N \times N}$ 上的最大 K 个投影系数很好地逼近原始信号. 在信号处理中, 常见的投影有 Fourier 变换、小波变换和 Gabor 变换等. 如没特别说明, 本文不严格区分 K -稀疏和可压缩信号.

假设有对 ω 的 M 次线性测量 ($M < N$), 测量矩阵为 Φ , 测量向量为 y , 即

$$y = \Phi\omega = \Phi\Psi\omega_0 = \Theta\omega_0, \quad (1)$$

其中, $\Theta = \Phi\Psi$ 称为传感矩阵 (sensing matrix, SM).

已知 y 和 Θ , 研究重构 ω_0 的有效算法以及分析 Θ 的性能对重构精度和稳定性的影响是压缩感知研究的基本问题.

因为 $M < N$, 因此方程 (1) 是一个欠定问题, 存在无数可行解. 目标向量 ω_0 的稀疏性约束是方程存在唯一解的基础. 稀疏约束方程描述如下:

$$(P_0) \arg \min_{\omega_0} \|\omega_0\|_0 \text{ subject to } y = \Theta\omega_0. \quad (2)$$

解的准确性和稳定性与矩阵 Θ 的性质密切相关. 简单地说, 为保证准确和稳定解的存在, Θ 对 ω_0 的作用应具有保距性, 能够保留目标向量的本质结构. 矩阵 Θ 的保距性可以用约束等距常数 (restricted isometry constant, RIC) 描述, 有如下定理 [29].

定理 1 设 ω_0 是任意 K -稀疏信号, 传感矩阵 $\Theta \in \mathbb{C}^{M \times N}$ 的约束等距常数 δ_K 是指满足下式的最小 δ :

$$(1 - \delta)\|\omega_0\|_2^2 \leq \|\Theta\omega_0\|_2^2 \leq (1 + \delta)\|\omega_0\|_2^2, \quad (3)$$

如果 $\delta_K \in (0, 1)$, 则矩阵 Θ 具有约束等距性.

约束等距性的本质是任取矩阵 Θ 的 K 列近似正交. δ_K 越接近 0, Θ 的等距约束性越好, 方程 (2) 的解越稳定. 另一个与 RIP 相关的性质是 Ψ 和 Φ 的不相干性, 即 Ψ 的列和 Φ 的行不能相互稀疏表示. 实际应用中, 矩阵的 RIC 很难计算, 因此经常用容易计算的互相干替代. 传感矩阵 Θ 的互相干定义为

$$\mu = \mu(\Theta) = \max_{i \neq j} \frac{|\langle \vartheta_i, \vartheta_j \rangle|}{\|\vartheta_i\|_2 \|\vartheta_j\|_2}, \quad (4)$$

其中, ϑ_i 表示 Θ 的第 i 列 (第 i 个原子). μ 越小, 表示传感矩阵越不相干, 其本质就是要设计传感矩阵使得任意两个原子之间的相干性最小. 如何设计测量矩阵 Φ 使得传感矩阵 Θ 具有约束等距性 (或者 μ 较小) 是压缩感知应用研究的基本问题之一.

压缩感知的另一个基本问题是重构算法研究. 重构算法大体有两类思路, 一类是凸松弛 (convex relaxation) 算法, 另一类是正交贪婪算法 (orthogonal greedy algorithm). 凸松弛算法将式 (2) 描述的非线性方程转化成凸的线性方程, 从而可用线性规划方法求解:

$$(P_l) \arg \min_{\omega_0} \|\omega_0\|_l \text{ subject to } y = \Theta\omega_0, (0 < l < 2). \quad (5)$$

当 $l = 1$ 时, 方程 (5) 即经典的 BP 算法.

当测量向量包含噪声时, 即 $y = \Theta\omega_0 + \varepsilon$, ε 为噪声向量, 方差为 σ^2 . 求解算法一般用式 (6) 描述:

$$(P_{1,\delta}) \hat{\omega}_0 = \arg \min_{\omega_0} \|\omega_0\|_1 \quad \text{subject to} \quad \|y - \Theta\omega_0\|_2 \leq \zeta. \quad (6)$$

上式即基追踪去噪 (BPDN) 算法 [25].

经典的正交贪婪算法包括 MP 和 OMP 算法. 该类算法的关键是目标向量支撑区的确定. 基本思路是通过判断测量向量及其残量在原子上的投影系数确定目标向量支撑区. 一旦目标向量支撑区确定, 即可用支撑位置对应的原子矩阵应用最小二乘法求解目标向量.

对于 BP 和 OMP 及相关类型重构算法的性能, 有如下定理 [30].

定理 2 设 ω_0 是任意 K -稀疏信号, 传感矩阵的互相干为 μ , $\hat{\omega}_0$ 表示利用 BPDN 或者 OMP 算法的重构向量. 如果目标向量稀疏度和传感矩阵互相干满足

$$K < (\mu^{-1} + 1)/4, \quad (7)$$

则有

$$\|\hat{\omega}_0 - \omega_0\|_2 \leq \frac{(\sigma + \zeta)}{\sqrt{1 - \mu(4K - 1)}}. \quad (8)$$

定理 2 描述了目标重构精度和目标稀疏度以及传感矩阵互相干的关系. 显然, 降低传感矩阵的互相干能够提高目标向量的重构精度. 本文首先研究雷达测量各项参数对传感矩阵互相干的影响, 然后选择合适的参数实现多角度 SAR 成像.

值得指出的是, 定理 2 中的条件 (式 (7)) 在实际应用中很难严格满足, 但是文献 [30] 指出: 在实际应用中, 只要近似满足条件 (7), 则能取得较满意的重构性能.

3 基于压缩感知的多角度 SAR 成像

在现有雷达体制下, 压缩感知在多角度 SAR 成像中的应用受到诸多限制. 首先是散射源的稀疏性问题. 雷达散射随着目标物理属性以及发射信号频率和入射角的变化而改变, 其稀疏性不能用统一的基 Ψ 描述. 尽管随机测量矩阵与任意表示基相乘得到的传感矩阵 Θ 以相当高的概率满足约束等距性 [30], 但是在实际应用中, 测量矩阵由雷达发射信号和空间采样位置决定, 具有内蕴结构, 不具有随机性. 尽管如此, 对人造目标而言, 根据 GTD 理论 [13], 高频区雷达目标总的散射可用少数散射中心描述, 目标本身具有稀疏性, 不需要用稀疏基进行表示, 因此 $\Psi = I$ (I 表示单位矩阵), 此时 $\Theta = \Phi$.

应用压缩感知实现多角度 SAR 成像的第二个限制是不能任意选择测量矩阵. 本文重点研究发射信号波形、发射信号参数及空间采样位置对测量矩阵性能的影响. 在此基础上对应用压缩感知实现多角度 SAR 成像的可行性进行分析.

压缩感知实现多角度 SAR 成像的第三个限制是计算效率. 在 SAR 成像中, 传感矩阵维数较高. 经典的 BP 或者 OMP 算法因为计算效率方面的不足不能应用于多角度 SAR 成像. StOMP 算法在精度和稳定性方面满足多角度 SAR 成像要求, 而且能够快速处理超欠定的大尺度矩阵, 是实现多角度 SAR 成像的理想重构算法.

3.1 多角度 SAR 信号模型

为简化问题, 研究的成像目标用理想散射点模型描述, 假设目标由 K 个散射点组成. 一般来说, 因为雷达目标散射的姿态敏感性, 在多角度 SAR 测量模式下, 目标模型不能用理想散射点描述. 但是,

图 1 多角度 SAR 成像三维模型

Figure 1 Multi-aspect SAR three-dimensional imaging model

图 2 多角度 SAR 成像等效平面模型

Figure 2 Multi-aspect SAR two-dimensional imaging model

在测量角度不超过 20 度的前提下, 如果只关心持续稳定散射点的成像 (比如三面角散射和尖端散射等), 将角度响应很小的散射体 (比如镜面散射等) 当成噪声, 文章的假设是合理的.

SAR 成像模式分为三种, 扫描式、条带式 and 聚束式. 本文研究聚束式合成孔径雷达的多角度 SAR 成像. 图 1 描述了多角度 SAR 成像三维模型, 图 2 是等效平面模型, 其特点是雷达空间采样的稀疏性, 采样位置由多个孔径组成. 如下三种测量模式都可用图 1 所示的模型进行描述: ① 多个聚束式雷

达系统从不同角度对目标进行探测; ② 聚束 SAR 测量过程中不断调整天线指向以实现多个 ROI 进行间断式探测; ③ 同一雷达系统从不同角度对固定目标的多次测量. 后两种模式各孔径之间具有相同的测量参数 (发射信号带宽、载频、脉冲重复频率等), 是模式 ① 的特例. 本文基于模式 ① 建立多角度 SAR 信号模型.

假设天线位置 $(x_a, 0)$, 发射载频为 f_a 的测量信号

$$s(t) = s_B(t) \exp(j2\pi f_a t), \quad (9)$$

其中 $s_B(t)$ 表示基带信号. 则由第 k 个散射点散射的回波信号 (去载频接收) 为

$$y_k(t) = \beta_k s_B(t - \tau_k) \exp(-j2\pi f_a \tau_k), \quad (10)$$

其中, $\tau_k = \frac{2\sqrt{(x_k - x_a)^2 + r_k^2}}{c}$ 表示信号延迟, c 表示光速.

在远场条件下, $|x_k - x_a| \ll r_k$, 因此有

$$\tau_k = \frac{2r_k}{c} \sqrt{1 + \left(\frac{x_k - x_a}{r_k}\right)^2} \approx \frac{2r_k}{c} + \frac{(x_k - x_a)^2}{cr_k}. \quad (11)$$

代入式 (10), 得

$$y_k(t) = \exp\left(-\frac{j2\pi f_a (x_k - x_a)^2}{cr_k}\right) \cdot s_B\left(t - \frac{2r_k}{c} - \frac{(x_k - x_a)^2}{cr_k}\right) \exp\left(-\frac{j4\pi f_a r_k}{c}\right) \beta_k. \quad (12)$$

对接收数据进行采样, 有

$$y_k(x_a, f_a) = C_1(k, x_a, f_a) C_2(k, f_a) s \beta_k, \quad (13)$$

其中

$$C_1(k, x_a, f_a) = \exp\left(-\frac{j2\pi f_a (x_k - x_a)^2}{cr_k}\right) C'_k(x_a), \quad (14)$$

$$C_2(k, f_a) = \exp\left(-\frac{j4\pi f_a r_k}{c}\right) C_{d_k}, \quad (15)$$

其中 s 表示 $s_B(t)$ 离散后的 L 维向量, 采样周期 $T_s = T_p/L$, β_k 是第 k 个散射点的后向散射强度. C_{d_k} 为 $(L + \tilde{L}) \times L$ 维向量, $L + \tilde{L}$ 表示采样窗的长度, $\tilde{L} = \lceil \frac{\tau^{\max} - \tau^{\min}}{T_s} \rceil$, $\tau^{\min}$ 和 $\tau^{\max}$ 表示最小和最大延迟. 定义 $d_k = \lceil \frac{2r_k}{c} - \tau^{\min} \rceil$, 则 $C_{d_k} = [\mathbf{0}_{L \times d_k}, \mathbf{I}_L, \mathbf{0}_{L \times (\tilde{L} - d_k)}]^T$. $C'_k(x_a) = \mathbf{I}_{CL}(\lfloor \frac{(x_k - x_a)^2}{cr_k T_s} \rfloor)$ 为 $\mathbf{I}_{(L + \tilde{L}) \times (L + \tilde{L})}$ 向左循环移位 $\lfloor \frac{(x_k - x_a)^2}{cr_k T_s} \rfloor$ 列. 显然, y_k 为 $(L + \tilde{L})$ 维向量.

3.2 基于压缩感知的多角度 SAR 测量模型

假设雷达测量位置分别为 $x_{a_1}, x_{a_2}, \dots, x_{a_Q}$, 发射信号载频分别为 $f_{a_1}, f_{a_2}, \dots, f_{a_Q}$, 令

$$\varphi_k = \begin{bmatrix} C_1(k, x_{a_1}, f_{a_1}) C_2(k, f_{a_1}) \\ C_1(k, x_{a_2}, f_{a_2}) C_2(k, f_{a_2}) \\ \vdots \\ C_1(k, x_{a_Q}, f_{a_Q}) C_2(k, f_{a_Q}) \end{bmatrix} s, \quad (16)$$

其中, φ_k 为 N 维向量, $N = Q \times (L + \tilde{L})$.

将成像区域离散为 M 维的向量 ω . 令

$$\Phi = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_M], \quad (17)$$

则测量向量

$$y = [y_1^T, y_2^T, \dots, y_M^T]^T = \Phi\omega + \varepsilon, \quad (18)$$

ε 为测量过程中引入的噪声向量.

基于压缩感知多角度 SAR 成像的基本问题是已知测量矩阵 Φ (文章中测量矩阵和传感矩阵一致), 根据测量向量 y 重构目标向量 ω .

3.3 多角度 SAR 测量矩阵性质

测量矩阵性质是多角度 SAR 成像的关键. 因为不能计算矩阵的约束等距常数, 因此从测量矩阵互相关定义出发研究多角度 SAR 成像的性质.

定理 3 假设多角度 SAR 各个测量位置的发射信号如式 (9) 所示, 则测量矩阵相干性由雷达发射信号载频、测量位置以及目标离散间隔共同决定.

证明 假设 φ_m 和 $\varphi_{m'}$ 分别表示测量矩阵 Φ 的两个原子, 其互相干表示为

$$\mu_{mm'} = \frac{|\varphi_m^H \varphi_{m'}|}{\sqrt{\varphi_m^H \varphi_m} \sqrt{\varphi_{m'}^H \varphi_{m'}}}, \quad (19)$$

将式 (16) 代入, 有

$$|\varphi_m^H \varphi_{m'}| = \left| \mathbf{s}^H \left\{ \sum_{q=1}^Q \mathbf{C}_2^H(m, f_{a_q}) \mathbf{C}_1^H(m, x_{a_q}, f_{a_q}) \mathbf{C}_1(m', x_{a_q}, f_{a_q}) \mathbf{C}_2(m', f_{a_q}) \right\} \mathbf{s} \right|, \quad (20)$$

其中

$$\begin{aligned} & \mathbf{C}_2^H(m, f_{a_q}) \mathbf{C}_1^H(m, x_{a_q}, f_{a_q}) \mathbf{C}_1(m', x_{a_q}, f_{a_q}) \mathbf{C}_2(m', f_{a_q}) \\ &= \exp \left(\frac{j4\pi f_{a_q}}{c} \left((r_m - r_{m'}) + \frac{(x_m - x_{a_q})^2}{2r_m} - \frac{(x_{m'} - x_{a_q})^2}{2r_{m'}} \right) \right) \\ & (\mathbf{C}'_m(x_a) \mathbf{C}_{d_m})^H (\mathbf{C}'_{m'}(x_a) \mathbf{C}_{d_{m'}}). \end{aligned} \quad (21)$$

设 $d^m = d_m + \lfloor \frac{(x_m - x_a)^2}{cr_m T_s} \rfloor$, 则有

$$\mathbf{C}'_m(x_a) \mathbf{C}_{d_m} = \mathbf{I}_{\text{CL}} \left(\left\lfloor \frac{(x_m - x_a)^2}{cr_m T_s} \right\rfloor \right) \cdot [\mathbf{0}_{L \times d_m}, \mathbf{I}_L, \mathbf{0}_{L \times (\tilde{L} - d_m)}]^T = [\mathbf{0}_{L \times d^m}, \mathbf{I}_L, \mathbf{0}_{L \times (\tilde{L} - d^m)}]^T, \quad (22)$$

从而有

$$(\mathbf{C}'_m(x_a) \mathbf{C}_{d_m})^H (\mathbf{C}'_{m'}(x_a) \mathbf{C}_{d_{m'}}) = [\mathbf{0}_{L \times d^m}, \mathbf{I}_L, \mathbf{0}_{L \times (\tilde{L} - d^m)}] [\mathbf{0}_{L \times d^{m'}}, \mathbf{I}_L, \mathbf{0}_{L \times (\tilde{L} - d^{m'})}]^T = \mathbf{I}_L^{\Delta d^{mm'}}, \quad (23)$$

其中, $\Delta d^{mm'} = d^m - d^{m'}$. $\mathbf{I}_L^{\Delta d^{mm'}}$ 有如下表示

$$\mathbf{I}_L^{\Delta d^{mm'}} = \begin{bmatrix} \overbrace{0 \cdots 1}^{\Delta d^{mm'}} & \cdots & 0 \\ & \ddots & \\ \vdots & \ddots & 1 \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}. \quad (24)$$

因为 $\mathbf{s}^H \mathbf{I}_L^{\Delta d^{mm'}} \mathbf{s} \leq \mathbf{s}^H \mathbf{I}_L \mathbf{s}$, 所以

$$|\varphi_m^H \varphi_{m'}| \leq \left| \mathbf{s}^H \mathbf{s} \sum_{q=1}^Q \exp \left(\frac{j4\pi f_{a_q}}{c} \left((r_m - r_{m'}) + \frac{(x_m - x_{a_q})^2}{2r_m} - \frac{(x_{m'} - x_{a_q})^2}{2r_{m'}} \right) \right) \right|. \quad (25)$$

当 $m = m'$ 时, 有

$$|\varphi_m^H \varphi_m| = |\varphi_{m'}^H \varphi_{m'}| = |Q \mathbf{s}^H \mathbf{s}|. \quad (26)$$

因此有

$$\mu_{mm'} \leq \frac{1}{Q} \left| \sum_{q=1}^Q \exp \left(\frac{j4\pi f_{a_q}}{c} \left((r_m - r_{m'}) + \frac{(x_m - x_{a_q})^2}{2r_m} - \frac{(x_{m'} - x_{a_q})^2}{2r_{m'}} \right) \right) \right|. \quad (27)$$

从 (27) 式可以看出, 测量矩阵原子之间的互相关性由 3 个因素决定:

- 1) 两原子对应散射点的位置 (x_m, r_m) 和 $(x_{m'}, r_{m'})$;
- 2) 雷达测量位置 x_{a_q} ;
- 3) 雷达发射信号载频 f_{a_q} .

结论得证.

3.4 测量矩阵影响因素分析

令

$$\phi_m(x_{a_q}, f_{a_q}) = \frac{4\pi f_{a_q}}{c} \left(r_m + \frac{(x_m - x_{a_q})^2}{2r_m} \right), \quad (28)$$

$$\phi_{m'}(x_{a_q}, f_{a_q}) = \frac{4\pi f_{a_q}}{c} \left(r_{m'} + \frac{(x_{m'} - x_{a_q})^2}{2r_{m'}} \right), \quad (29)$$

则

$$\mu_{mm'} \leq \frac{1}{Q} \left| \sum_{q=1}^Q \exp(j(\phi_m(x_{a_q}, f_{a_q}) - \phi_{m'}(x_{a_q}, f_{a_q}))) \right|. \quad (30)$$

推论 1 测量角度范围越大, 测量矩阵相干性越小 (测量位置对测量矩阵性质的影响).

证明 当两原子相应的散射点位置较近时, 原子之间的相干性越大. 根据最大最小准则, 设计如下假设:

- ① $r_m = r_{m'} = r$, $\Delta x = x_m - x_{m'} \approx x_{\text{res.}}$, $x_{\text{res.}}$ 表示理想成像分辨率;

② $f_{a_1} = f_{a_2} = \cdots = f_{a_Q} = f_a$. 则

$$\Delta\phi = \phi_m(x_{a_q}, f_{a_q}) - \phi'_m(x_{a_q}, f_{a_q}) = -\frac{2\pi f_a}{c} \frac{(\Delta x)^2}{r} - \frac{4\pi f_a \Delta x}{c} \frac{(x_{a_q} - x_m)}{r}. \quad (31)$$

因为 $|\exp(-j\frac{2\pi f_a}{c} \frac{(\Delta x)^2}{r})| \equiv 1$, 将式 (31) 代入式 (30), 有

$$\mu_{mm'} \leq \frac{1}{Q} \left| \sum_{q=1}^Q \exp\left(-\frac{j4\pi f_a \Delta x}{cr} (x_{a_q} - x_m)\right) \right|. \quad (32)$$

在远场条件下, 当成像范围较小时, 有

$$x_{a_q} - x_m \approx q\Delta x_a \left(q = -\frac{Q}{2}, \dots, -1, 0, 1, \dots, \frac{Q}{2} - 1 \right). \quad (33)$$

因此有

$$\mu_{mm'} \leq \frac{1}{Q} \left| \sum_{q=-\frac{Q}{2}}^{\frac{Q}{2}-1} \exp\left(-\frac{j4\pi f_a \Delta x}{cr} \Delta x_a q\right) \right| \approx \text{sinc}\left(2k_a \Delta x \tan \frac{\theta_{\text{eff}}}{2}\right), \quad (34)$$

其中, $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$, $k_a = \frac{2f_a}{c}$, $\tan \frac{\theta_{\text{eff}}}{2} = \frac{Q\Delta x_a}{2r}$, θ_{eff} 表示雷达测量的角度范围.

当 $x > 0$ 时, $\text{sinc}(x)$ 整体上是一个递减函数. 因此增大 θ_{eff} 可以改善测量矩阵的性质. 另外, 从 (34) 式可以看出, 增大成像区域的离散间隔有利于降低测量矩阵的相干性. 因此, 成像区域离散应该在分辨率和测量矩阵性能之间进行折衷.

(34) 式的结论是在广角连续测量的结果. 尽管多角度 SAR 测量不连续, 但是增大多角度 SAR 的测量角度范围可以增强相位之间的相互抵消作用, 从而降低原子之间的互相干性, 这是应用压缩感知理论进行多角度 SAR 成像的重要理论基础.

推论 2 测量矩阵性能可通过发射多样化的载频信号或者进行随机位置测量改善.

分析 假设有 $[0, 2\pi)$ 上的随机变量 ϕ , ϕ 的分布未知. 首先考察如下随机变量

$$Y = \exp(j\phi). \quad (35)$$

显然, 当 ϕ 服从 $[0, 2\pi)$ 上的均匀分布时, $|E(Y)|$ 最小.

根据式 (27), 令

$$\phi = \frac{4\pi F_c}{c} \left(r_m - r_{m'} + \frac{(x_m - X)^2}{2r_m} - \frac{(x_{m'} - X)^2}{2r_{m'}} \right), \quad (36)$$

其中, X , F_c 分别表示测量位置和发射信号载频, 它们可以是确定性序列或者随机变量. 因此, 雷达测量位置和发射信号载频设计问题可描述为: 对任意的 $(x_m, r_m) \neq (x_{m'}, r_{m'})$, 选择 X 和 F_c 的分布使得 ϕ 服从均匀分布.

因为原子对应位置 (x_m, r_m) 和 $(x_{m'}, r_{m'})$ 的不确定性, 设计完全服从均匀分布的 ϕ 是不现实的. 但是, 当 F_c 和 X 在其范围内的取值具有随机性时, ϕ 以更大的概率近似服从均匀分布.

测量位置和载频的多样性都能降低测量矩阵的互相干性, 但是载频的多样性作用更加明显, 因此在多角度 SAR 成像中, 各角度发射不同载频的信号有利于成像稳定.

推论 3 目标离散间隔影响测量矩阵的性质. 离散间隔越大, 测量矩阵的互相干越小.

证明 目标方位向离散间隔对测量矩阵的影响如 (34) 式所示. 下面考虑距离向离散间隔对测量矩阵性质的影响. 假设 $f_{a_1} = f_{a_2} = \cdots = f_{a_Q} = f_a$, $x_m = x_{m'}$, $r_m - r_{m'} = \Delta r$, 代入 (27) 式, 有

图 3 StOMP 算法流程

Figure 3 Schematic representation of the StOMP algorithm

$$\mu_{mm'} \leq \frac{1}{Q} \left| \sum_{q=1}^Q \exp \left(\frac{-j2\pi f_a (x_m - x_{a_q})^2 \Delta r}{c} \right) \right|. \quad (37)$$

将 (33) 式代入, 有

$$\mu_{mm'} \leq \frac{1}{Q} \left| \sum_{q=-\frac{Q}{2}}^{\frac{Q}{2}-1} \exp \left(\frac{-j2\pi f_a (\Delta x_a)^2 \Delta r}{c} q^2 \right) \right|. \quad (38)$$

综合 (34) 和 (38) 式可以看出, 增大 Δx 和 Δr 可以降低测量矩阵的互相干性. 因此, 在考虑对目标进行离散时, 需要在成像稳定性和分辨率之间进行平衡.

3.5 稀疏向量重构算法

多角度 SAR 成像的最后环节是目标向量重构. 如式 (18) 所示, 已知测量向量 y 和测量矩阵 Φ , 在稀疏性约束的基础上重构向量 ω . 考虑在雷达成像中测量矩阵的高维和超欠定属性, 文章用正交匹配追踪 (StOMP) 算法重构目标向量. StOMP 算法在重构准确性和鲁棒性方面能够与 BP 算法相比拟, 而在计算效率方面明显优于 BP 和 OMP 算法^[28]. StOMP 算法流程图如图 3 所示.

StOMP 算法相对于 OMP 算法的最大不同在于: 对目标向量支撑区进行更新时, 采用的是成批次更新的思路, 而 OMP 采用的是逐个原子更新的方法, 因此计算效率比 OMP 高. StOMP 算法的关键是子集选择时阈值 t_s 的确定. 阈值确定原则可以是硬阈值方法, 也可以通过需要更新的原子个数确定阈值. 本文采用后一种方法.

4 实验

实验分两部分. 第一部分主要验证第 3 节的结论, 通过仿真分析雷达测量参数和目标离散间隔对测量矩阵的影响 (包括实验 1~3). 第二部分对多角度 SAR 成像性能进行分析 (实验 4~6).

4.1 测量矩阵影响因素分析

实验 1: 多角度 SAR 测量范围对测量矩阵互相干的影响

假设雷达测量数据由三角度 SAR 获取, 各 SAR 系统发射相同波形的信号. 本实验使用线性调频

表 1 测量矩阵互相干与合成孔径积累角的关系

Table 1 The relation between mutual coherence of measurement matrix and synthetic aperture integration angle

Synthetic aperture angle ($^{\circ}$)	Mutual coherence of measurement matrix
(-3,3)	0.341
(-5,-3); (-1,1); (3,5)	0.164
(-7,-5); (-1,1); (5,7)	0.147
(-10,-8); (-1,1); (8,10)	0.109
(-15,-13); (-1,1); (13,15)	0.093

信号, 载频 $f_c=10$ GHz, 带宽 $B=300$ MHz. 假设成像范围为 $12\text{ m} \times 12\text{ m}$ 的矩形区域, 离散间隔为 $0.2\text{ m} \times 0.2\text{ m}$. 测量矩阵性能用互相干衡量, 如 (4) 式描述. 测量矩阵互相干与合成孔径积累角的关系如表 1 所示.

从表 1 可以看出, 尽管雷达积累角相同 (都是 6°), 但是分散测量角度的范围能够降低测量矩阵的互相干, 从而改善目标重构性能. 值得指出的是, 通过分散测量角度的范围改善成像性能受到目标模型失配的限制. 当角度变大时, 目标不能用理想散射点模型描述, 本文研究的成像方法将不再适用, 因此本文将测量角度范围限制在 20° 以内.

实验 2: 发射信号载频和采样位置多样性对测量矩阵互相干的影响

首先试验发射信号载频多样化对测量矩阵性质的影响. 假设雷达飞行轨迹到目标中心点的垂直距离为 5000 m , 雷达测量有效孔径为 1000 m , 均匀间隔采样. 当发射信号载频为 10 GHz 时, 测量矩阵的互相干为 0.1 . 如果发射信号载频服从 $[7, 13]\text{GHz}$ 的均匀分布, 通过 2000 次 Monte Carlo 实验发现, 测量矩阵的互相干均值为 0.03 .

然后分析采样位置多样性对测量矩阵的影响. 测量范围对测量矩阵的影响已经在实验 1 中进行验证, 这部分实验主要研究当测量范围一定时采样位置随机分布对测量矩阵互相干的影响. 沿用上面的实验参数, 当采样位置服从 $[-500, 500]$ 的均匀分布时, 通过 2000 次 Monte Carlo 实验发现其互相干均值为 0.08 .

通过上面两组实验可以发现, 发射信号载频和采样位置的多样化能够有效降低测量矩阵的互相干性. 在实际成像中, 很难实验发射信号载频和采样位置随机化. 但是如果多角度 SAR 传感器发射不一致载频信号, 也能有效改善测量矩阵性质. 比如三角度 SAR 系统载频分别为 $6, 10$ 和 12 GHz 时, 在位置均匀采样情况下, 其测量矩阵互相干为 0.05 .

实验 3: 目标离散间隔对测量矩阵性能的影响

假设多角度 SAR 测量范围为 $\{(-5^{\circ}, -3^{\circ}); (-1^{\circ}, 1^{\circ}); (3^{\circ}, 5^{\circ})\}$, 发射信号载频为 10 GHz , 带宽为 1 GHz . 目标离散间隔与测量矩阵互相干的关系如表 2 所示.

显然, 测量矩阵互相干 μ 随着采样间隔的减少而迅速增大. 在理想条件下, 测量数据距离向和方位向的 Fourier 成像分辨率约为 0.15 m . 当目标离散间隔选择 $0.1\text{ m} \times 0.1\text{ m}$ 时, 测量矩阵的性能下降有限, 因此基于压缩感知的多角度 SAR 成像具有超分辨率性能.

根据以上实验分析, 基于压缩感知的多角度 SAR 成像需要综合考虑如下几个问题:

- 1) 在理想散射点模型不至于失配的前提下, 尽可能扩大多角度 SAR 测量的角度范围;
- 2) 各 SAR 系统发射信号载频尽可能不同;
- 3) 根据多角度 SAR 测量参数对目标进行离散, 在保证算法精度和稳定性的基础上提高成像分辨率.

表 2 目标离散间隔与测量矩阵互相干的关系

Table 2 The relation between the mutual coherence of measurement matrix and sampling space of object

Sampling space (m)	Mutual coherence of measurement matrix
1.0×1.0	0.150
0.5×0.5	0.150
0.3×0.3	0.150
0.2×0.2	0.189
0.15×0.15	0.214
0.1×0.1	0.226

图 4 仿真目标

Figure 4 Simulated Object

4.2 多角度 SAR 成像与性能分析

实验 4: 多角度 SAR 成像

假设仿真目标如图 4 所示. 目标由 27 个理想散射点组成, 散射点的位置如图 4 所示, 散射点强度服从 $[0.5, 1.5]$ 的均匀分布. 雷达测量参数如表 3 所示.

测量向量被高斯白噪声干扰, 噪声方差 $\sigma = 0.25$. 根据雷达测量参数, 本实验的目标离散间隔为 0.2×0.2 , 则测量矩阵互相干为 0.18.

基于压缩感知的三角度 SAR 成像结果如图 5(a) 所示. 图 5 也同时列出了 3 个角度 SAR 数据基于传统 Fourier 变换的成像结果 (如图 5(b), (c), (d) 所示). 从视觉上分析, 基于压缩感知的多角度 SAR 成像能够清晰重构目标, 其成像分辨率明显优于基于 Fourier 变换的成像. 不足之处是基于压缩感知的成像算法产生了两个虚假散射点.

实验 5: 压缩感知 VS 幅度相位估计

本实验比较基于压缩感知 (CS) 的多角度 SAR 成像 (MultiSAR-CS) 和基于幅度相位估计 (APES)

表 3 三角度 SAR 测量参数

Table 3 Parameters of three-aspect SAR

SAR	Synthetic aperture angle ($^{\circ}$)	Carrier frequency (GHz)	Bandwidth (MHz)
#1	$(-5, -3)$	10	300
#2	$(-1, 1)$	6	400
#3	$(3, 5)$	4	200

图 5 基于压缩感知的多角度 SAR 成像与基于 Fourier 变换的单角度 SAR 成像比较

Figure 5 Compare the CS-based multi-aspect SAR imaging to Fourier-based signal-aspect SAR imaging. (a) CS-based multi-aspect SAR imaging; (b), (c) and (d) are Fourier-based imaing of #1SAR, #2SAR and #3SAR respectively

的多角度 SAR 成像 (MultiSAR-APES)^[7,8].

成像目标如图 4 所示. 因为 APES 算法需要有相同的雷达测量参数, 因此假设所有雷达有相同的发射信号, 载频为 8 GHz, 带宽为 400 MHz. 测量范围同实验 4, 噪声方差 $\sigma = 0.15$. 两类算法的成像结果如图 6 所示.

首先, 因为各雷达发射信号相同, 导致图 6(a) 的成像效果要比图 5(a) 差, 这进一步印证了发射载频多样性对成像性能的改善. 其次, MultiSAR-CS 的成像效果要比 MutliSAR-APES 成像效果好. 因为从本质上讲, APES 是基于 Fourier 变换的谱估计算法, 不能克服因为数据缺失导致的旁瓣. 最后, 基于

图 6 基于压缩感知的多角度 SAR 成像与基于幅度相位估计的多角度 SAR 成像比较

Figure 6 Compare CS-based multi-aspect SAR imaging to APES-based multi-aspect SAR imaging. (a) CS-based multi-aspect SAR imaging; (b) APES-based multi-aspect SAR imaging

图 7 噪声对成像性能的影响

Figure 7 Imaging performance with different noisy level. (a) $\sigma_1 = 0.05, \|e_1\|_2^2 = 0.058$; (b) $\sigma_2 = 0.1, \|e_2\|_2^2 = 0.448$; (c) $\sigma_3 = 0.15, \|e_3\|_2^2 = 0.515$; (d) $\sigma_4 = 0.3, \|e_4\|_2^2 = 12.25$

压缩感知的成像算法产生虚假点目标是该算法的不足之处.

实验 6: 基于压缩感知多角度 SAR 成像算法的噪声敏感性分析

多角度 SAR 参数同实验 4, 取噪声方差分别为 $\sigma_1 = 0.05, \sigma_2 = 0.10, \sigma_3 = 0.15, \sigma_4 = 0.30$ 进行 4 组实验, 成像结果及重构能量误差如图 7 所示. 通过观察图 5(a) 和图 7 的成像结果, 可以看到, 基于压缩感知的多角度 SAR 成像能够较好地抑制噪声的影响. 当噪声方差大于 0.25 时, 成像质量开始

表 4 多角度 SAR 测量参数
Table 4 Parameters of multi-aspect SAR

SAR	Synthetic aperture angle (°)	Carrier frequency (GHz)	Bandwidth (Hz)
#4	(−1,1)	10	1 G
#5	(−7,−5)	5	600 M
#6	(3,5)	7	1 G

图 8 属性散射中心空间分布示意图
Figure 8 Scattering distribution of attributed scattering centers model

表 5 仿真目标属性散射中心模型参数
Table 5 The simulation parameters of attrubuted scattering center model

No.	Type	A	x	y	α	L	$\bar{\phi}$	γ
1	localized	1	0	0	0	—	—	0
2	localized	1	1.0	1.0	0	—	—	0
3	localized	1	1.2	1.0	0	—	—	0
4	localized	1	1.0	1.2	0	—	—	0
5	localized	0.75	−1.0	−1.0	1	—	—	2.0×10^{-8}
6	localized	4	1.0	−1.0	1	0.2	-8°	—
7	localized	7	−1.0	1.0	0	0.15	10°	—

下降, 此时测量数据信噪比约为 12.4 dB, 这个信噪比从另一个侧面证明基于压缩感知的多角度 SAR 成像具有较好的噪声抑制能力.

实验 7: 空变散射目标的多角度 SAR 成像
多角度 SAR 成像的一个重要优势是可以融合目标不同角度的散射信息. 下面用实验验证本文方法对空变散射目标的成像能力.

图 9 属性散射中心多角度 SAR 成像

Figure 9 Multi-aspect SAR imaging of attributed scattering centers

多角度 SAR 测量参数如表 4 所示. 假设目标由 7 个属性散射中心^[13]组成, 散射中心分布如图 8 所示. 其中 1~5 是局部型散射中心, 6~7 是分布式散射中心. 属性散射中心模型参数如表 5 所示. 其中, A 和 (x, y) 分别表示散射中心幅度和位置, α 和 γ 分别表示属性散射中心的频率和角度色散因子, L 和 φ 表示分布式散射中心的长度和方向.

图 9 是空变散射目标的多角度 SAR 成像结果. 能量集中区域 (圆形) 表示局部型散射中心成像, 能量分散区域 (图中表示为拉长扩散等) 表示分布式散射中心成像. 成像结果与表 5 参数一致. 算法验证了本文算法在融合不同角度散射信息方面的有效性.

5 结论

传统信号处理算法强调数据采样的规则性 (比如连续采样和均匀采样等), 但是在基于压缩感知的多角度 SAR 成像中, 雷达测量的多样化趋势可以提高成像的精度和稳定性, 这是将压缩感知理论应用于多角度 SAR 成像的重要基础. 文章分析了多角度 SAR 测量参数对成像性能的影响, 从理论上证明了影响成像稳定性的因素, 也在实验环节验证了本文提出的结论. 本文研究的内容对压缩感知在雷达成像中的应用具有重要的意义. 存在的问题是, 因为在多数条件下, 测量矩阵的互相干与目标稀疏度不能满足 (7) 式的要求, 因此在噪声干扰情况下, 成像结果可能会出现虚假散射点. 因此进一步设计雷达测量方式改善测量矩阵性能是下一步需要研究的目标.

参考文献

- 1 Hume A L, Baker C J. Netted radar sensing. IEEE Aerosp Electron Syst Mag, 2003, 18: 3-6

- 2 Cuomo K M, Coutts S D, McHarg J C. Wideband Aperture Coherence Processing for Next Generation Radar (NexGen). MIT Lincoln Laboratory Project Report NG-3, 2004
- 3 Li Z X, Papson S, Narayanan R M. Data-level fusion of multilook inverse synthetic aperture radar images. *IEEE Trans Geosci Remote Sens*, 2008, 46: 1394–1406
- 4 Cuomo K M, Piou J E, Mayhan J T. Ultrawide-band coherent processing. *IEEE Trans Antennas Propag*, 1999, 47: 1094–1107
- 5 Runkle P, Nguyen L H, McClellan J H, et al. Multi-aspect target detection for SAR imagery using hidden Markov models. *IEEE Trans Geosci Remote Sens*, 2001, 39: 46–55
- 6 Papson S. The exploitation of multi-look synthetic aperture radar and inverse synthetic aperture radar images for non-cooperative target recognition. Dissertation for Doctoral Degree. Pennsylvania: The Pennsylvania State University, 2007. 92–167
- 7 Larsson E G, Stoica P, Li J. Amplitude spectrum estimation for two-dimensional gapped data. *IEEE Trans Signal Process*, 2002, 50: 1343–1354
- 8 Larsson E G, Li J. Spectral analysis of periodically gapped data. *IEEE Trans Aerosp Electron Syst*, 2003, 39: 1089–1097
- 9 Bao Z, Xing M D, Wang T. Radar Imaging Technology. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2005 [保铮, 邢孟道, 王彤. 雷达成像技术. 北京: 电子工业出版社, 2005]
- 10 Cumming I G, Wong F H. Digital Processing of Synthetic Aperture Radar Data: Algorithm and Implementation. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2007
- 11 Donoho D L. Compressed sensing. *IEEE Trans Inf Theory*, 2006, 52: 1289–1306
- 12 Candes E J, Romberg J, Tao T. Robust uncertainly principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information. *IEEE Trans Inf Theory*, 2006, 52: 489–509
- 13 Gerry M J, Potter L C, Gupta I J, et al. A parametric model for synthetic aperture radar measurements. *IEEE Trans Antennas Propag*, 1999, 47: 1179–1188
- 14 Potter L C, Erthin E, Parker J T, et al. Sparsity and compressed sensing in radar imaging. *Proc IEEE*, 2010, 98: 1006–1020
- 15 Baraniuk R G, Steeghs P. Compressive radar imaging. In: *IEEE Radar Conference*, Waltham, 2007. 128–133
- 16 Herman M, Strohmer T. High-resolution radar via compressed sensing. *IEEE Trans Signal Process*, 2009, 57: 2275–2284
- 17 Patel V M, Easley G R, Healy D M, et al. Compressed synthetic aperture radar. *IEEE J Sel Top Signal Process*, 2010, 4: 244–254
- 18 Alonso M T, Dekker P L, Mallorqui J J. A novel strategy for radar imaging based on compressive sensing. *IEEE Trans Geosci Remote Sens*, 2010, 48: 4285–4295
- 19 Yu Y, Petropulu A P, Poor H V. MIMO radar using compressive sampling. *IEEE J Sel Top Signal Process*, 2010, 4: 146–163
- 20 Zhang L, Xing M D, Qiu C W, et al. Resolution enhancement for inversed synthetic aperture radar imaging under low SNR via improved compressive sensing. *IEEE Trans Geosci Remote Sens*, 2010, 48: 3824–3838
- 21 Zhang L, Qiao Z J, Xing M D, et al. High-resolution ISAR imaging with sparse stepped-frequency waveforms. *IEEE Trans Geosci Remote Sens*, 2011, 49: 4630–4651
- 22 Zhang L, Qiao Z J, Xing M D, et al. High-resolution ISAR imaging by exploiting sparse apertures. *IEEE Trans Antennas Propag*, 2012, 60: 997–1008
- 23 Xu J, Pi Y, Cao Z. Bayesian compressive sensing in synthetic aperture radar imaging. *IET Radar Sonar Navig*, 2012, 6: 2–8

- 24 Ji S H, Xue Y, Carin L. Bayesian compressive sensing. *IEEE Trans Signal Process*, 2008, 56: 2346–2356
- 25 Chen S, Donoho D L, Saunders M. Atomic decomposition by basis pursuit. *SIAM J Sci Comput*, 1999, 20: 33–61
- 26 Mallat S, Zhang Z. Matching pursuits with time-frequency dictionaries. *IEEE Trans Signal Process*, 1993, 41: 3397–3415
- 27 Tropp J, Gilbert A. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit. *IEEE Trans Inf Theory*, 2007, 53: 4655–4666
- 28 Donoho D L, Tsaig Y, Drori I, et al. Sparse Solution of Underdetermined Linear Equations by Stagewise Orthogonal Matching Pursuit. Technique Report TR-2006-2, Stanford University, Department of Statistics, 2006
- 29 Baraniuk R G. Compressive sensing. *IEEE Signal Process Mag*, 2007, 24: 118–121
- 30 Donoho D L, Elad M, Temlyakov V N. Stable recovery of sparse overcomplete representation in the presence of noise. *IEEE Trans Inf Theory*, 2006, 52: 6–18

Multi-aspect SAR imaging based on compressive sensing

ZHOU HanFei*, LI Yu & SU Yi

School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China

*E-mail: hanfei.zhou@yeah.net

Abstract Multi-aspect synthetic aperture radar (SAR) imaging is an important technique for synthesizing multi-aspect SAR data or information. Achieving multi-aspect SAR imagery is invaluable for resolution improvement, radar object visualization, classification and automatic object recognition (ATR). However, achieving multi-aspect SAR imaging is challenging because of the diversity of space sampling positions and the transmission of signal waveforms. In this study, a new method, based on the model of a multi-aspect SAR data collection, is proposed to achieve multi-aspect SAR imaging using compressive sensing and sparse reconstruction theory. First, the factors which dominate the performance of the measurement matrix were studied. It was found that the distribution of space sampling and the carrier frequency of the transmission signal were the key factors dominating the mutual coherence (MC) of the measurement matrix. The object sampling space was also a key factor in determining the robustness and resolution of multi-aspect SAR imaging. Second, the measurement matrix for the multi-aspect SAR was constructed, depending on previous analysis, by careful selection of the parameters and sampling of the object. Third, the stage-wise orthogonal matching pursuit (StOMP) algorithm was applied to achieve multi-aspect SAR imaging. This algorithm was effective in solving high-dimensional ill-posed equations. Extensive experiments validated the feasibility and stability of the proposed algorithm.

Keywords synthetic aperture radar (SAR), compressive sensing (CS), sparse reconstruction, multi-aspect imaging, stagewise orthogonal matching pursuit (StOMP)

sive sensing.

ZHOU HanFei was born in Lianyuan, Hunan, China, in 1981. He received his B.S. and M.S. degrees at the Dalian Naval Academy, Dalian, China, in 2004 and 2008. He is currently working toward his Ph.D. degree at the School of Electronic Science Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, China. His research interests include radar signal processing, object feature extraction and compressive sensing.

sha, China. His research interests include signal processing, radar target characteristics, UWB radar and remote sensing.

SU Yi was born in Taian, Shandong, China, in 1961. He received his B.S., M.S., and Ph.D. degrees in electronic engineering from the School of Electric Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, China in 1982, 1988 and 2001. He is currently a Professor at the School of Electronic Science Engineering, in National University of Defense Technology, Chang-

interests include UWB radar signal processing and remote sensing.

LI Yu was born in Nanyang, China, in 1975. He received his B.S., M.S. and Ph.D. degrees in electronic engineering at the School of Electrical Engineering, National University of Defense Technology in 1998, 2003 and 2007. He is currently an Instructor at the School of Electronic Science Engineering at the National University of Defense Technology, Hunan, China. His research