

四杆机构轨迹特性与机构尺寸型关系研究*

褚金奎 王立鼎 吴 琛

(大连理工大学精密与特种加工教育部重点实验室, 大连 116023)

摘要 对于一个四连杆机构的连杆曲线, 存在 3 个机构可以实现该曲线, 即著名的同源机构定律. 在研究连杆机构的连杆曲线的频谱成分与机构的尺寸关系时, 发现了与实现同一曲线形状有关的机构, 根据尺寸型和装配构型可分为 3 类, 进而得到 6 个连杆机构, 这 6 个连杆机构属于两种同源机构, 其中有 4 个机构有曲柄存在, 它们实现的轨迹形状相同, 且互相对称. 还给出了这 6 个机构尺寸型之间的相互关系及有曲柄存在的 4 个机构的尺寸计算方法, 通过尺寸型和装配构型来揭示同源机构之间的关系进而扩展了同源机构定律, 为机构的尺度综合提供更多的尺寸型选择方案.

关键词 四杆机构 同源机构 尺寸型

曲线同源机构可以实现同一个连杆轨迹, 因此丰富了机构轨迹综合的内容, 并为其提供了多解方案. 根据四杆曲线同源机构的Roberts-Chebyshev定理, 有 3 个四杆机构可实现同一个连杆轨迹, 即著名的同源机构定理. 关于同源机构的研究文章大多已成经典, 文献[1]介绍了四杆曲线同源机构的Roberts-Chebyshev定理的来源和背景, 并着重从Cayley作图法的角度出发, 说明当原始机构的连杆点在连杆平面上所处的位置不同时如何确定它的两个同源机构的各杆长度及对应的连杆点位置. 文献[2]从缩放仪出发, 着重研究了采用矢量获得任意一个机构的同源机构的方法, 并运用复矢量建立了连杆轨迹的方程, 最后通过代数及数值方法确定可以产生同一个轨迹(即满足相同轨迹方程)的同源机构数目. 文献[3]把曲线同源机构作为机构轨迹综合和函数综合的解答方案之一, 并谈到了曲线同源机构的优点: 曲线同源机构具有不同的运动特性(如速度和加速度不同)、传动角及空间布局(即定铰链的空间位置), 当原始机构不满足实际应用中对上述某一点或全部要求时, 可用它的两个同源机构之一来代替. 文献[4]对于同源机构的传动

2003-01-06 收稿, 2004-06-02 收修改稿

* 国家自然科学基金资助项目(批准号: 50135040)

角的进行了讨论, 得到了一些有益的结论. 但同源机构之间其尺寸型及装配构型有什么的一般性共性的关系, 至今也没有看到一些规律性的结论. 本文在采用二维 Fourier 快速变换(FFT)研究连杆机构输出特性^[5~7]的基础上, 进一步研究了曲线同源机构, 总结出了四杆曲线同源机构的构成特性, 揭示了四杆曲线同源机构与原始机构在尺寸型上的固有关系, 发现了 6 个机构尺寸均可实现同一形状且相互对称的连杆轨迹曲线, 从尺寸型和装配构型上揭示了同源机构之间的关系, 它丰富了同源机构定律, 并可为机构的尺度综合提供更多的尺寸型选择方案.

1 基本定义及相关概念

1.1 连杆轨迹在标准和一般配置下 Fourier 复指数形式的级数展开式

已知平面四杆机构 $ABCD$ 的各杆尺寸(l_1, l_2, l_3, l_4)及连杆 BC 平面上一点 P 的位置, $r_B(t)$ 代表 B 点在坐标系中的矢量, P 点在连杆 BC 上的坐标位置以 $r_0 e^{j\alpha_0}$ 表示(如图 1), 当连杆 BC 随着曲柄 AB 运动时, P 点描绘的轨迹的变化可表示为

$$r_P(t) = r_B(t) + r_0 e^{j(\alpha_0 + \alpha(t))} = r_B(t) + r_0 e^{j\alpha_0} \cdot e^{j\alpha(t)}, \quad (1)$$

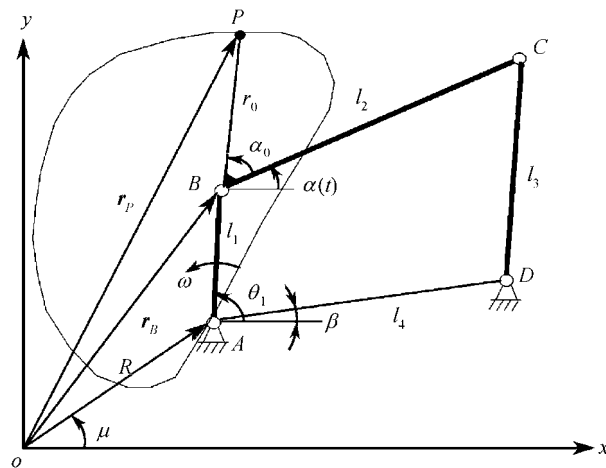


图 1 一般配置下的四杆机构及其轨迹

式中, $e^{j\alpha(t)}$ 与连杆 BC 的转角函数 $\alpha(t)$ 一样, 都是自变量为 t 的周期函数, 并由四杆机构无量纲化的尺寸型确定(即机构的尺寸型与 $e^{j\alpha(t)}$ 和 $\alpha(t)$ 一一对应), 可相应地定义它为连杆 BC 的摆动函数*, 一般记 (l_1, l_2, l_3, l_4) 为机构尺寸, 尺寸型为 (a, b, c, d) , 显然有 $l_1 : l_2 : l_3 : l_4 = a : b : c : d$.

* 褚金奎. 平面连杆机构的拓扑特征及尺度特征的研究. 北京航空航天大学博士学位论文, 1992

1.1.1 标准配置情况下连杆轨迹 Fourier 复指数形式的级数展开式

图2是机构处于标准配置下的示意图: A点位于坐标原点 o 处, 机架 AD 与 x 轴重合, 对曲柄与连杆的铰接点 B 产生的圆周运动 $\mathbf{r}_B(t)$ 进行 Fourier 变换后得到的谐波成分只有0次项和+1次项(因为曲柄为逆时针方向运动). 在标准配置下, 由于曲柄 AB 的回转中心 A 为坐标原点且机架与 x 轴重合, 所以仅有+1次项存在. 同时, 由于曲柄转角的起始位置与实轴重合, 则+1次项的初始相位 $\theta_0 = 0$. 此时, $e^{j\alpha(t)}$ 的 Fourier 级数展开式为

$$\begin{aligned} e^{j\alpha(t)} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \overline{f_n} e^{jn\omega t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j\phi_n} e^{jn\omega t} \\ &= c_0 e^{j\phi_0} + c_1 e^{j\phi_1} e^{j\omega t} + c_{-1} e^{j\phi_{-1}} e^{-j\omega t} + c_2 e^{j\phi_2} e^{j2\omega t} \\ &\quad + c_{-2} e^{j\phi_{-2}} e^{-j2\omega t} + \dots + c_n e^{j\phi_n} e^{jn\omega t} + \dots \end{aligned} \quad (2)$$

此时连杆上任意一点 P 的轨迹用 Fourier 级数可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_P(t) &= \mathbf{r}_{AB}(t) + \mathbf{r}_{BP}(t) = l_1 e^{j\cdot 0} \cdot e^{j\omega t} + r_0 e^{j\alpha_0} e^{j\alpha(t)} \\ &= l_1 e^{j\omega t} + r_0 e^{j\alpha_0} (c_0 e^{j\phi_0} + c_1 e^{j\phi_1} e^{j\omega t} + c_{-1} e^{j\phi_{-1}} e^{-j\omega t} + c_2 e^{j\phi_2} e^{j2\omega t} \\ &\quad + c_{-2} e^{j\phi_{-2}} e^{-j2\omega t} + \dots + c_n e^{j\phi_n} e^{jn\omega t} + \dots) \end{aligned} \quad (3)$$

如果驱动件 AB 以 ω 的角速度匀速转过了 θ_1 的角位移时, 则轨迹在此时的 Fourier 级数展开式为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_P(t') &= l_1 e^{j\theta_1} \cdot e^{j\omega t} + r_0 e^{j\alpha_0} [c_0 e^{j\phi_0} + c_1 e^{j(\phi_1+\theta_1)} e^{j\omega t} + c_{-1} e^{j(\phi_{-1}-\theta_1)} e^{-j\omega t} \\ &\quad + c_2 e^{j(\phi_2+2\theta_1)} e^{j2\omega t} + c_{-2} e^{j(\phi_{-2}-2\theta_1)} e^{-j2\omega t} + \dots + c_n e^{j(\phi_n+n\theta_1)} e^{jn\omega t} + \dots], \end{aligned} \quad (4)$$

即各次谐波成分按照各自的谐波次数 n 在相同的运动时间内产生 $n\theta_1$ 的角位移.

1.1.2 一般配置下连杆轨迹 Fourier 复指数形式的级数展开式

在此基础上, 可以相应地定义一般配置的概念: 整个机构 $ABCD$ 相对 x 轴有 β 的偏转; A 点关于 o 的位移为 $\text{Re} e^{j\mu}$, 原动件 AB 相对机架 AD 的初始角为 θ_1 , 如图1所示. 根据上述推导, 连杆轨迹在此刻的 Fourier 级数展开式可以拓展为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_P(t') &= \text{Re} e^{j\mu} + e^{j\beta} \{ l_1 e^{j\theta_1} \cdot e^{j\omega t} + r_0 e^{j\alpha_0} [c_0 e^{j\phi_0} + c_1 e^{j(\phi_1+\theta_1)} e^{j\omega t} + c_{-1} e^{j(\phi_{-1}-\theta_1)} e^{-j\omega t} \\ &\quad + c_2 e^{j(\phi_2+2\theta_1)} e^{j2\omega t} + c_{-2} e^{j(\phi_{-2}-2\theta_1)} e^{-j2\omega t} + \dots + c_n e^{j(\phi_n+n\theta_1)} e^{jn\omega t} + \dots] \}, \end{aligned} \quad (5)$$

其中, 0次和1次谐波成分还可以进一步合并, 则(5)式整理为

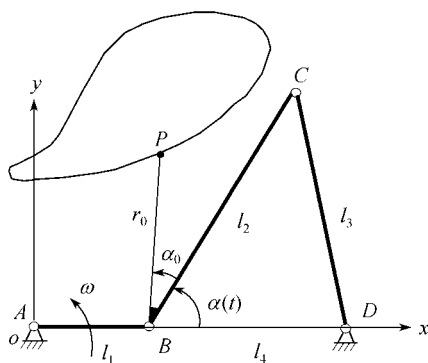


图2 标准配置下的四杆机构

$$\begin{aligned}
 r_p(t') = & [\operatorname{Re}^{j\mu} + r_0 c_0 e^{j(\beta + \alpha_0 + \phi_0)}] + [l_1 e^{j(\theta_1 + \beta)} + r_0 c_1 e^{j(\beta + \alpha_0 + \phi_1 + \theta_1)}] e^{j\omega t} \\
 & + r_0 e^{j(\beta + \alpha_0)} [c_{-1} e^{j(\phi_{-1} - \theta_1)} e^{-j\omega t} + c_2 e^{j(\phi_2 + 2\theta_1)} e^{j2\omega t} \\
 & + c_{-2} e^{j(\phi_{-2} - 2\theta_1)} e^{-j2\omega t} + \dots + c_n e^{j(\phi_n + n\theta_1)} e^{jn\omega t} + \dots]. \quad (6)
 \end{aligned}$$

(6)式就是连杆轨迹谐波成分的解析表达式,利用平面曲线的快速 Fourier 变换(curve-FFT)可以便捷地计算出各次谐波成分的幅值和相位的数值来,从而有利于相关的推导和计算.

对比(2)和(6)两个式子可知,除了 0 次和 1 次谐波成分以外,(6)式中其他各次谐波成分的幅值均是(2)式中的 r_0 倍,相位则较(2)式有 $(\beta + \alpha_0 + n\theta_1)$ 的偏转.因此,即使是相同的机构尺寸型(a, b, c, d),如果产生轨迹的点 P 不同(即 r_0 和 α_0 不同)就会造成连杆轨迹在形状、大小上的差异.而 β 和 $\operatorname{Re}^{j\mu}$ 的取值不同,也会使得连杆轨迹的方位和形心位置发生变化:根据(2)和(6)式的解析表达,其中的内在规律就很容易找到:不论连杆轨迹发生怎样的变化,它们都包含着共同的因子 $e^{j\alpha(t)}$,其各次谐波成分为 $c_0 e^{j\phi_0}$, $c_1 e^{j\phi_1}$, $c_{-1} e^{j\phi_{-1}}$, $c_2 e^{j\phi_2}$, $c_{-2} e^{j\phi_{-2}}$, $\dots$ (见(2)式).只要连杆轨迹是由相同的尺寸型产生的,在消除连杆点 P 的结构参数 r_0 和 α_0 、 A 点偏移 $\operatorname{Re}^{j\mu}$ 及机构的偏转 β 等因素的影响后(并考虑曲柄的初始相位 θ_1 的因素),就可提取出它们所具有的共性成分.由于一组确定的尺寸型对应于一个特定的 $e^{j\alpha(t)}$,因此, $e^{j\alpha(t)}$ 可以将尺寸型和由它产生的大量形状、大小各异,方位及偏移不同的连杆轨迹联系起来.

1.2 四杆机构的尺寸型谐波特征参数的定义与提取

为了找到连杆轨迹之间的共性规律,需要对不同的连杆轨迹进行归一化处理.归一化处理就是对连杆轨迹谐波成分的非共性成分进行屏蔽处理,既将所有的谐波成分以相对值的形式进行处理来达到消除自身不同因素(如机构的起始位置、轨迹的实际大小和方位)的影响.由上一节最后部分的分析可知,由于表示轨迹形心的 0 次谐波成分受到 $\operatorname{Re}^{j\mu}$ 变化的影响,1 次谐波成分受曲柄 AB 的影响,使得它们均不满足幅值相对(2)式的增加 r_0 倍,相位发生 $(\beta + \alpha_0 + n\theta_1)$ ($n \neq 0, 1$) 偏转的规律,故归一化处理所采用的标准项应为除 0 次和 1 次以外任何次谐波成分如 -1 次、 ± 2 次、 ± 3 次等.为了方便后面计算公式的推导,此处将以 -1 次项为标准项.

分别取(2)和(6)式中的 -1 次谐波成分 $c_{-1} e^{j\phi_{-1}}$ 和 $r_0 c_{-1} e^{j(\beta + \alpha_0 + \phi_{-1} - \theta_1)}$ 为标准项进行处理(并将幅值扩大 100 倍)可得到公式(7)和(8).

对比(7)和(8)式可知,除了 0 次和 1 次项以外,其他谐波成分经过归一化处理后,得到的幅值都对应相等,表示为 $(100 \cdot c_n / c_{-1})$,而对应的相位由前者的 $\phi_n - \phi_{-1}$

发生了 $(n+1)\theta_1$ 的偏转. 表 1 给出了对应于图 2 中的尺寸型为(100, 180, 230, 270)的 4 个连杆曲线的谐波成分和归一化处理后得到的谐波成分, 表中的数据同样验证上述结论.

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} 100 \cdot \frac{C_n}{C_{-1}} \cdot e^{j(\phi_n - \phi_{-1})} \cdot e^{jn\omega t}, \tag{7}$$

$$\begin{aligned} &\sum_{n \neq 0,1} 100 \cdot \frac{C_n}{C_{-1}} \cdot e^{j[(\phi_n - \phi_{-1}) + (n+1)\theta_1]} \cdot e^{jn\omega t} + \frac{100}{r_0 C_{-1}} [\text{Re}^{j(\mu - \beta - \alpha_0)} + r_0 c_0 e^{j\phi_0}] e^{j(\theta_1 - \phi_{-1})} \\ &+ \frac{100}{r_0 C_{-1}} [l_1 e^{j(\theta_1 - \alpha_0)} + r_0 c_1 e^{j(\phi_1 + \theta_1)}] e^{j(\theta_1 - \phi_{-1})} e^{j\omega t}. \end{aligned} \tag{8}$$

表 1 机构在标准和任意配置下轨迹的谐波成分和归一化处理得到的成分

谐 波 次 数	标准配置		P_1		P_2		P_3	
	$r_0 = 120, \alpha_0 = 45^\circ$		$r_0 = 220, \alpha_0 = -40^\circ$		$r_0 = 160, \alpha_0 = 20^\circ$		$r_0 = 30, \alpha_0 = 60^\circ$	
	$x_A = 0, y_A = 0$		$x_A = 20, y_A = 30$		$x_A = 60, y_A = 50$		$x_A = 70, y_A = 40$	
	$\beta = 0^\circ, \theta_1 = 0^\circ$		$\beta = 10^\circ, \theta_1 = 20^\circ$		$\beta = -20^\circ, \theta_1 = -30^\circ$		$\beta = 20^\circ, \theta_1 = 20^\circ$	
	幅值	相位/($^\circ$)	幅值	相位/($^\circ$)	幅值	相位/($^\circ$)	幅值	相位/($^\circ$)
归一化前								
-3	2.362	167.976	4.331	32.977	3.150	-147.024	0.591	142.979
-2	6.571	166.895	12.046	51.895	8.761	-178.105	1.643	161.896
-1	33.107	151.447	60.697	56.447	44.143	136.447	8.277	166.447
0	109.965	98.964	232.863	28.716	223.169	49.053	78.530	49.582
1	83.087	-18.265	59.911	65.013	62.951	-68.120	96.893	35.469
2	6.243	-45.000	11.445	-80.000	8.324	-150.000	1.561	30.000
3	0.166	-44.999	0.304	-60.01	0.221	180.000	0.041	50.000
归一化后								
-3	7.136	16.529	7.136	-23.470	7.136	76.529	7.136	-23.469
-2	19.847	15.448	19.847	-4.552	19.847	45.448	19.847	-4.551
-1	100.00	0.000	100.000	0.000	100.000	0.000	100.000	0.000
2	18.857	163.553	18.857	-136.447	18.857	73.553	18.858	-136.448
3	0.501	163.554	0.500	-116.453	0.500	43.553	0.501	-116.435

因此, 任意一条经过 FFT 和归一化处理的已知轨迹都可以统一到(7)式所表示的结果上. 同理, 对于一条待综合的轨迹经过相同处理所得到的参数必定与可以较好地再现它的实际机构的 $e^{j\alpha(t)}$ 发生联系. 根据这条规律, 我们将(7)式中除 0 次和 1 次以外的各次谐波成分的幅值和相位定义为机构尺寸型谐波特征参数(记为 HCPDT), 并可由此建立一个由机构尺寸型和相应的谐波特征参数组成的机构数值图谱为轨迹综合提供样本库, 当轨迹的参数与库中的若干谐波特征参数接近时, 由对应的机构尺寸型便可求解出实际机构来较好地再现理想轨迹.

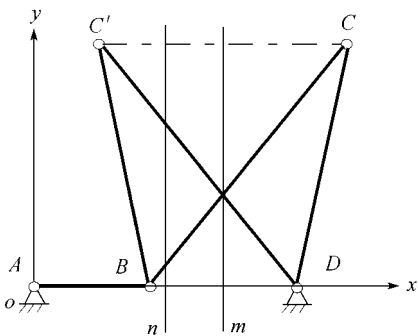


图 3 b 和 c 对调的机构

由于点 C 和 C' 关于垂线 m 对称, 因此从理论上来说, 两条分别由点 C 和 C' 产生的轨迹在此刻分解出的谐波成分也应具有关于垂直轴线对称的部分. 为验证这种推理的正确性, 采用尺寸型为(35, 160, 155, 50)和(35, 155, 160, 50)的机构 A 和 B 为例, 计算出了在标准配置下, 点 C 和 C' 产生轨迹的谐波成分和相应的机构谐波特征参数等数据, 见表 2. 从表中可以看出其 HCPDT 幅值相等相位反号.

表 2 标准配置下 b 和 c 对调的两个机构的轨迹谐波成分及尺寸型谐波特征参数

机构基本尺寸型(按曲柄、连杆、摇杆、机架顺序排列)								
谐波次数	机构 A: 35, 160, 155, 50				机构 B: 35, 155, 160, 50			
	归一化处理前		归一化处理后		归一化处理前		归一化处理后	
	幅值 R_n	相位/ $^{\circ}$ ϕ_n	幅值 c_n	相位/ $^{\circ}$ ϕ_n	幅值 R_n	相位/ $^{\circ}$ ϕ_n	幅值 c_n	相位/ $^{\circ}$ ϕ_n
-4	7.984	61.730	18.010	-13.870	7.984	118.271	18.010	13.870
-3	13.039	65.524	29.412	-10.076	13.0390	114.477	29.412	10.076
-2	22.533	69.971	50.828	-5.629	22.533	110.029	50.828	5.629
-1	44.331	75.600	100.000	0	44.331	104.400	100.000	0
0	138.009	72.826			132.179	85.987		
1	60.301	-73.130			60.301	-73.130		
2	11.923	-90.000	26.895	-165.600	11.923	-90.000	26.895	165.600
3	4.337	90.000	9.784	-165.600	4.337	-90.000	9.784	165.600

2.2 同一尺寸型的不同安装方式对机构尺寸型谐波特征参数的影响

在机构的轨迹尺度综合中存在着分支、顺序等问题, 因此有必要对同一尺寸型的不同装配构形问题进行讨论, 见图 4. 通过分析发现, 同一尺寸型不同装配构形与轨迹谐波成分及机构尺寸型谐波特征参数具有与 2.1 节相同的关系.

表 3 提供了尺寸型为(30, 160, 155, 50)的正装机构 *A* 和反装机构 *B* 归一化处理前轨迹的谐波成分和归一化处理后的尺寸型谐波特征参数等数据, 从表中的数值可以看出, 归一化处理后得到的 HCPDT 在对应项上确实是幅值部分相同, 相位部分互为相反数.

2.3 在同一装配模式下曲柄与连杆对调对连杆曲线谐波成分及特征参数的影响

图 5 中的两个机构分别为 *ABCD* 和 *AB'CD*, 且满足 $l_{AB'} = l_{BC}$, $l_{B'C} = l_{AB}$, 因此它们对应的尺寸型分别为(*a*, *b*, *c*, *d*)和(*b*, *a*, *c*, *d*).

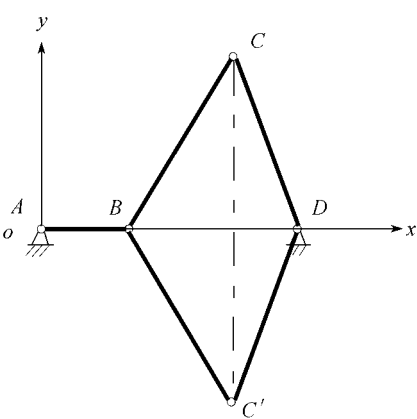


图 4 不同装配构形的机构

表 3 标准配置下同一基本尺寸型不同装配构形下的谐波成分及特征参数

谐波次数	机构基本尺寸型(按曲柄、连杆、摇杆、机架顺序排列): 35, 160, 155, 50							
	机构正装				机构反装			
	归一化处理前		归一化处理后的		归一化处理前		归一化处理后的	
	幅值 R_n	相位/(°) Φ_n	幅值 c_n	相位/(°) ϕ_n	幅值 R_n	相位/(°) Φ_n	幅值 c_n	相位/(°) ϕ_n
-4	7.984	61.730	18.010	-13.870	7.984	-61.730	18.010	13.870
-3	13.039	65.524	29.412	-10.076	13.039	-65.524	29.412	10.076
-2	22.533	69.971	50.828	-5.629	22.533	-69.971	50.828	5.629
-1	44.331	75.600	100.000	0	44.331	-75.599	100.000	0
0	138.0085	72.826			138.0086	-72.826		
1	60.301	-73.130			60.301	73.130		
2	11.923	-90.000	26.895	-165.600	11.923	89.999	26.895	165.300
3	4.337	-90.000	9.784	-165.600	4.337	89.999	9.784	165.600

如果机构 *ABCD* 是一个曲柄摇杆机构的话, 那么机构 *AB'CD* 一定是一个双摇杆机构. 由于 $AB \parallel B'C$, $AB' \parallel BC$, 从理论上讲, 如果让 *AB* 和 *B'C* 的角速度相等, 那么构件 *AB'* 和 *BC* 的角速度也应该分别相等. 因此, 机构 *AB'CD* 中连杆 *B'C* 上的任意点 *P* 可以用如下的方程表示:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_p(t) &= l_1 \cdot e^{j\alpha(t)} + r_0 e^{j \cdot (\alpha_0 + \theta_1)} \cdot e^{j\omega t} \\ &= r_0 e^{j \cdot (\alpha_0 + \theta_1)} \cdot e^{j\omega t} + l_1 \cdot (c_0 e^{j\phi_0} + c_1 e^{j\phi_1} \cdot e^{j\omega t} + c_{-1} e^{j\phi_{-1}} \cdot e^{-j\omega t} + c_2 e^{j\phi_2} \cdot e^{j2\omega t} \\ &\quad + c_{-2} e^{j\phi_{-2}} \cdot e^{-j2\omega t} + \cdots + c_n e^{j\phi_n} \cdot e^{jn\omega t} + \cdots). \end{aligned} \tag{9}$$

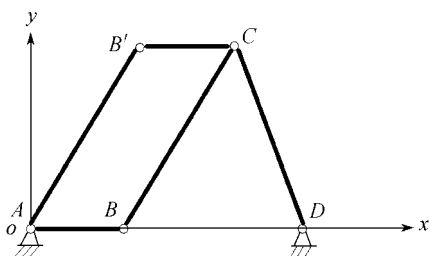


图 5 a 和 b 对调的机构

对连杆 $B'C$ 上的 P 点轨迹进行归一化处理, 可以发现机构 $AB'CD$ 和机构 $ABCD$ 具有相同的 HCPDT, 也就是说, 两个机构可以实现同一连杆轨迹. 由于机构 $AB'CD$ 没有曲柄存在, 要实现该运动形式, 可借助于齿轮机构实现连杆 $B'C$ 作主动转动, 具体算例就不再给出.

2.4 同源机构与机构的尺寸型

前面说过, 任意一条由相同尺寸型的机构产生的已知轨迹, 经过 FFT 和归一化处理都将得到相同的尺寸型谐波特征参数. 同理, 对一条理想轨迹进行相同的处理后可得到一组反映机构尺寸型的参数. 如果上述两组参数相差越大, 说明实现轨迹的两组机构尺寸型相差越大. 由此, 可以建立基于尺寸型进行轨迹综合的机构样本库.

另外, 根据 2.1 和 2.2 节, 可进一步设想将图谱中某组机构尺寸型谐波特征参数的相位部分反号两次, 虽然得到的还是原来的尺寸型谐波特征参数, 即同一条连杆曲线, 但根据 2.1 和 2.2 节的两个发现, 也可以认为这组参数对应于 b 和 c 对调后具有反装方式的机构. 这说明同一条轨迹可以对应两个机构, 反过来说明有两个机构可以实现同一条连杆轨迹, 再结合 2.3 节的内容, 这很自然地使我们联想到上述的 3 个发现应该与四杆曲线同源机构具有密切的联系. 研究证明尺寸对调和反装现象恰恰揭示了同源机构的构成特性和同源机构与原始机构之间的内在联系, 为人们从本质上认识同源机构提供了更为有效的途径, 有利于轨迹综合时提供多方案求解.

3 综合算例

图 6 为我们设计的一个连杆曲线, 利用文献[5, 7]的方法和计算公式, 得到了其中一个机构尺寸方案为: $l_1 = 29.9413$, $l_2 = 39.9217$, $l_3 = 59.8826$, $l_4 = 69.8630$, $r_0 = 89.9779$, $\alpha_0 = -329.9785$, $x_A = 5.1426$, $y_A = 10.0547$, $\theta_1 = 10.1147$, $\beta = 20.1012$. 该机构是一个曲柄摇杆机构, 其尺寸型为 30, 40, 60 和 70, 根据 2.1 和 2.2 节的内容和文献[7]的计算公式, 可以得到另外 3 个曲柄摇杆机构, 其尺寸见表 4, 它们产生的轨迹曲线见图 7(图中坐标轴的单位为 mm). 这 4 个曲柄摇杆机构产生的轨迹形状相同, 且相互对称.

根据 2.3 节还可得到两个双摇杆机构, 由于没有曲柄存在, 其实际尺寸的计算这里就不再给出.

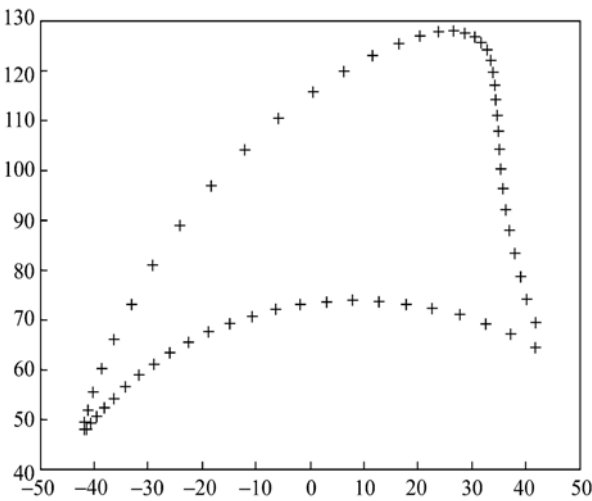


图 6 设计要求轨迹

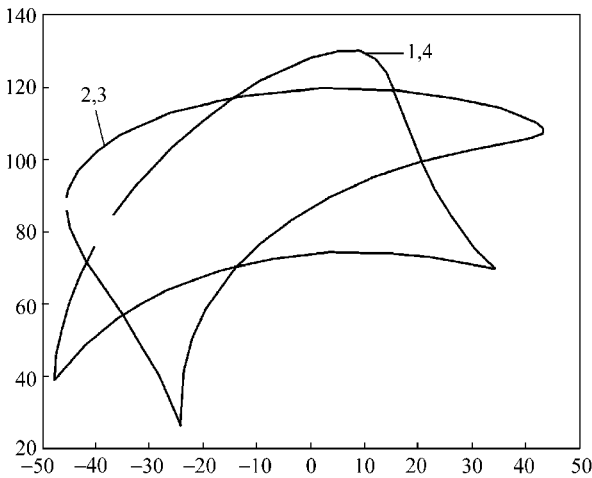


图 7 综合结果

表 4 实现的轨迹形状相同或对称的 4 个曲柄摇杆机构

	机构尺寸型				装配 模式	实际杆长/mm				结构尺寸				安装尺寸		
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>		<i>w</i>	<i>l</i> ₂	<i>l</i> ₂	<i>l</i> ₃	<i>l</i> ₄	<i>r</i> ₀ /mm	<i>α</i> ₀ (°)	<i>θ</i> ₁ (°)	<i>β</i> ₁ (°)	<i>R</i> /mm	<i>μ</i> ₁ (°)
1	30	40	60	70	1	29.9413	39.9217	59.8826	69.8630	89.9779	-329.979	10.1147	20.1012	11.2935	62.9120	
2	30	40	60	70	-1	19.8702	26.4936	39.7403	46.3637	89.9779	352.867	283.644	196.50	56.9259	35.9758	
3	30	60	40	70	1	47.8274	95.654	63.7698	111.597	134.950	2.9567	283.644	6.4104	109.560	175.904	
4	30	60	40	70	-1	44.1733	88.3466	58.8977	103.071	134.950	340.177	10.1147	249.946	168.478	50.9766	

4 结论

通过曲线FFT对连杆曲线的分析,发现决定四杆机构轨迹形状和大小的 9 个参数,可以分为 3 类,即尺寸型、结构尺寸和安装尺寸,尺寸型决定了连杆曲线谐波成分的分布,也就是运动规律,结构尺寸与连杆曲线的形状有较大关系,安装尺寸决定了连杆曲线的初始位置和方位,并得到了机构的结构尺寸、安装尺寸与连杆曲线谐波分量的定量关系式^[5~7],使得机构综合过程中 9 个参数可以分开进行求解,降低求解方程组的维数.在此基础上,又找到了能实现同一形状连杆曲线的机构,以及其尺寸型和装配模式之间的相互关系.如果说同源机构揭示的是 3 个机构之间的关系的的话,本文揭示的是 3 类机构之间的关系,因此它丰富了同源机构定理,并可为机构的尺寸综合提供多种尺寸方案.

参 考 文 献

- 1 Hartenberg R S, Denavit J. Cognate linkages. *Machine Design*, 1969, April, 149~152
- 2 Roth B. On the multiple generation of coupler-curves. *Transactions of ASME Journal of Engineering for Industry*, 1965, 177~183
- 3 Erdman A, Sandor G. *Advance Mechanism Design*. New Jersey: Prentice Hall, 1984. 24~29
- 4 吴 琛, 褚金奎, 曹惟庆. 四杆曲线同源的构成特性和传动角研究. *机械科学与技术*, 1999, 18(1): 11~13
- 5 褚金奎, 曹惟庆. 用快速傅立叶变换进行再现平面四杆机构连杆曲线的综合. *机械工程学报*, 1993, 29(5): 117~122
- 6 褚金奎, 曹惟庆. 平面连杆机构输出函数分析与综合的一种新方法——频谱分析法. *机械科学与技术*, 1992, 11(3): 7~13
- 7 吴 鑫, 褚金奎, 曹惟庆. 带预定标平面四杆机构轨迹的尺度综合. *机械科学与技术*, 1998, 17(6): 885~888
- 8 杨基厚, 高 峰. *四杆机构的空间模型及性能图谱*. 北京: 机械工业出版社, 1989