



## 评述

## 原子核协变密度泛函理论及其应用专辑

## 手征核力简介

龙炳蔚\*

四川大学物理科学与技术学院, 成都 610064

\*联系人, E-mail: bingwei@scu.edu.cn

收稿日期: 2015-07-23; 接受日期: 2015-10-19; 网络出版日期: 2015-12-14

国家自然科学基金资助项目(批准号: 11375120)

**摘要** 论文的主旨是为从事核结构理论研究的青年物理学家介绍基于手征有效场论的微观核力. 论文将侧重解释手征有效场论的基本概念, 以达核结构与少体核物理两个研究领域相互交流之目的. 我从静电学的多极展开出发, 指出有效场论本质是近似理论, 是以低、高两个能标之比为小量的泰勒展开, 而该例子中体现的 power counting(幂次规则)是任何有效场论的基石. 接着, Weinberg 对手征理论中的费曼图作 power counting 的一般方法被引入, 量子色动力学的手征对称性及其自发破缺对这种 power counting 方法的成功起到很重要的作用. 在剩下的篇幅中, 重整化与 power counting 的关系将是讨论的重点. 我将阐述重整化如何帮助我们更好地理解短程核力.

**关键词** 核力, 手征微扰论, 有效场论, 重整化, power counting

**PACS:** 21.30.Fe, 12.39.Fe

自强相互作用的第一性原理——量子色动力学 (Quantum Chromodynamics, QCD)——确立以来, 强子物理与核物理学界的重要目标之一就是发展与 QCD 相容的强子与核理论. 如果我们希望从 QCD 出发来理解核物理, 核力(也即核子-核子相互作用)将是重要的环节之一. 传统上, 已经被广泛使用的各种唯象核力模型<sup>[1,2]</sup>虽有不错的物理图像, 但是它们与标准模型的关系并不清楚.

核物理理论计算的准确程度直接影响到许多其他领域的应用, 比如可控核聚变<sup>[3]</sup>, 天体物理里的原初核合成<sup>[4]</sup>等等. 除了这些核物理的传统应用以外, 某些低能区的精确实验(Precision Frontier)也需要对

核力的很好理解<sup>[5]</sup>. 这一类实验希望以极高的精度来捕捉高能物理理论对低能物理现象的影响. 不过, 精确实验常常涉及核物理, 因而将 QCD 本底正确地剥离是获得关于电弱物理甚至新物理信号的必要步骤.

在 QCD 看来, 核力是夸克与胶子在组成核子之后的剩余作用. 与 QCD 融洽的核力理论, 必须能够让我们从第一性原理出发计算所有的核物理可观测量. 不过, 由于 QCD 在低能区的耦合常数十分强, 微扰方法并不适用, 某种非微扰的方法成为必然. 可以立即想到的方法是基于格点 QCD 的数值模拟. 囿于有限的计算资源, 在可以预见的将来, 除了个别物理量, 格点 QCD 在核物理领域还难以达到完全实用

引用格式: 龙炳蔚. 手征核力简介. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2016, 46: 012004

Long B W. A brief introduction to chiral nuclear forces (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2016, 46: 012004, doi: 10.1360/SSPMA2015-00391

的程度<sup>[6]</sup>.

自 20 世纪 90 年代以来, Weinberg 提出将手征有效场论(Chiral Effective Field Theory, ChEFT)运用到核物理中<sup>[7,8]</sup>. ChEFT 是 QCD 的低能有效理论, 有两个最主要的特点: (1) 继承了 QCD 的手征对称性及其自发破缺; (2) 将有效理论尚不能处理的夸克胶子相互作用通过核子-介子, 核子-核子耦合常数表示出来, 而这些耦合常数可以通过拟合实验数据或者格点 QCD 的数值模拟得到. 之所以称作“有效”, 是因为 ChEFT 能得到只是对 QCD 在低能区的近似. 但非常重要的一点是, 有效理论计算的准确度可以被系统性地提高. 因此, 在给定的某一阶, 有效场论(Effective Field Theory, EFT)可以估计其所作预言的理论误差, 这在传统的唯象核力模型里是不容易做到的. 我将在本文中对基于 ChEFT 的核力研究做一简介, 主要着力于对基本概念的介绍. 其他更详尽、更全面的综述可参见文献[9–11].

第 1 节以多极子展开与接触 EFT(Contact Effective Field Theory)为例阐述 EFT 的基本思想与方法. 在第 2 节引入 ChEFT 之后, 第 3–5 节讲述在两个核子的系统中如何应用 ChEFT, 亦即如何建立手征核力, 其中着重强调重整化对核子-核子接触作用大小的制约. 最后我将在第 6 节作总结.

## 1 Effective field theory 的基本思想与方法

“有效”这个词虽然在物理学中经常使用, 但具体含义多有不同. 本文中特指研究低能(或者长程)物理时, 对高能(或者短程)物理作的近似处理(线性标度与能量-动量标度通过不确定性原理联系). 低能有效理论(Low-Energy Effective Theory)的最简单例子之一是大家很熟悉的、静电学里的多极子展开<sup>[12]</sup>. 假设在某处有限空间内有一电荷分布  $\rho(\mathbf{r}')$ , 该电荷分布具有线度  $R$ , 在离电荷分布中心很远处( $r \gg R$ )的电势可以用总电荷、电偶极矩、电四极矩等等进行逐级近似:

$$V(\mathbf{r}) = \frac{q}{r} + \frac{\mathbf{d} \cdot \mathbf{r}}{r^3} + \frac{Q_{ij} r_i r_j}{r^5} + \dots \quad (1)$$

以有效理论的术语来阐述,  $\rho(\mathbf{r}')$  的具体函数形式就是近程物理的细节,  $V(\mathbf{r})$  在  $r \gg R$  时的取值则是研究者更关心的远程物理, 而(1)式所体现的近似就是低能有效理论.

获得多极展开的通常作法是从  $\rho(\mathbf{r}')$  出发自顶向下地发展有效理论:

$$V(\mathbf{r}) = \int d^3 r' \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}.$$

但事实上, 对  $\rho(\mathbf{r}')$  的全面了解对于我们建立形如(1)式的近似并非十分必要. 从光子静质量为零(其中包含了  $U(1)$  规范不变的限制), 以及电磁相互作用旋转不变出发, 我们已经可以写下以矢量  $\mathbf{r}$  为唯一变量的(1)式. 即使在  $\rho(\mathbf{r}')$  未知的情况下,  $q, \mathbf{d}, Q_{ij}$  的值也可以通过实验得到.

虽然  $q, \mathbf{d}, Q_{ij}$  这些被称作低能耦合常数(Low Energy Constants)的系数不能由有效理论自身确定, 但是我们可以比较可靠地估计它们的大小. 以电偶极矩  $\mathbf{d}$  为例, 其量纲为[电荷]×[长度], 故

$$d_i = \tilde{d}_i q R.$$

在一般情况下, 无量纲数  $\tilde{d}_i$  被估计成大约为 1 的数  $\sim O(1)$ , 这种估计基于所谓的“自然性”(Naturalness). 综上, (1)式中电偶极贡献相对于第一项有  $O(R/r)$  的压低. 以此类推, (1)式中各项大小均可以  $R/r$  的幂次来估计. 这种估计提供了一种组织原则(Organization Principle), 常称为 power counting(数幂规则). Power counting 不仅对截断(1)式提供了依据, 而且指出了如何在给定阶, 对近似的准确程度进行估计, 也就是给出理论误差. 估计理论误差很重要, 严格来说, 不附带理论误差的计算是无法证伪的<sup>[13]</sup>.

因为对称性的原因, 无量纲系数可能远小于 1(或远大于 1). 比如电荷近似呈球对称分布时, 则  $\mathbf{d}$  几乎为零. 为方便计, 我们总是假设所有的对称性在建立相互作用时已经考虑过了, 比如在写下相互作用势或者拉格朗日量时. 在排除对称性的影响后, 如果仍然有些系数违背 naturalness, 我们说这些系数是非自然的(Unnatural). 在经典物理中, 出现 unnatural 的情况很少见, 但是量子涨落会使 unnatural 低能耦合常数出现的可能大大增加.

多极展开是经典物理的例子, 现在考虑有量子效应的有效理论. 为方便描述对称性, 这些有效理论通常具用量子场论的形式, 即 EFT. 实际上, 所有描述实际现象的物理理论都是“有效的”, 即使粒子物理的标准模型(the Standard Model)也可视作某个更高能标理论的 EFT.

以下, 我以所谓的 contact EFT 为例来叙述量子

情形下的有效理论. 关于 contact EFT 更详细介绍, 读者可以参考文献[9,14]. 考虑质量为  $m$  的玻色子之间的相互作用, 该类粒子用其对应的场  $\psi$  来表示. 更具体地, 我们考虑两个  $\psi$  粒子的弹性散射. 假设我们感兴趣的能标如此之低, 传递  $\psi$  粒子之间相互作用的其他某种粒子——姑且称之为介子——都显得很重. 低能实验无法感知介子的存在, 因而有效的自由度仅有  $\psi$ . 如果用  $Q$  笼统地表示初末态粒子的动量大小, 我进一步假设  $Q \ll m$ , 亦即,  $\psi$  粒子为非相对论粒子. 虽然相对论修正可以以  $Q/m$  的幂次形式逐级加入, 我在这里为简单计不考虑任何超过  $1/m$  的高阶相对论修正. 考虑旋转对称, 宇称, 时间反演, 伽利略不变性等对称性后, 拉格朗日量可写作

$$\mathcal{L} = \psi^\dagger \left( i\partial_0 + \frac{\vec{\nabla}^2}{2m} \right) \psi - \frac{C_0}{2} (\psi^\dagger \psi)^2 + \frac{C_2}{4} \left\{ (\psi\psi)^\dagger \left[ \psi (\vec{\nabla} - \vec{\nabla})^2 \psi \right] + h.c. \right\} + \dots \quad (2)$$

与多级展开类似, 满足对称性的相互作用有无穷多项, 故 power counting 是必需的. 由于没有其他粒子, 上述拉格朗日量中写出的算符代表了接触作用 (Contact Interactions, 又称零程力) 的两体力. 省略掉的算符中可以有  $\psi$  的六次幂算符, 用以表示三体力, 以此类推.

$C_0$  与  $C_2$  算符可以等效地以动量空间中的两体势来表示:

$$v(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = C_0 + C_2(\mathbf{p}'^2 + \mathbf{p}^2) + \dots$$

这里, 参考系已选为质心系. 如果该 EFT 的收敛半径能标是  $M_{hi}$ , 依据量纲分析得如下 power counting:

$$C_0 \sim \frac{4\pi}{mM_{hi}}, C_2 \sim \frac{4\pi}{mM_{hi}^3}. \quad (3)$$

在下面将会看到公因子  $4\pi/m$  为何出现. 通常  $M_{hi}$  与 EFT 里被积掉(Integrated Out)的介子质量有关. 比如, pionless EFT 是将  $\pi$  介子积出后的核力 EFT, 它里面的  $M_{hi}$  应与  $\pi$  介子质量相当. 如此, 我们知道  $C_2$  对应的是  $(Q/M_{hi})^2$  的修正. 但是, 量子理论中的耦合常数通常并不是“常数”, 一般需在重整化的过程中, 结合一定的能标来定义, 亦即, 它们随能标跑动. 现在来看重整化是如何与 power counting 互动的.

因为  $C_2$  算符为高阶修正, 现写出以动量截断正则化后的树图与一圈图(见图 1)代表的振幅:

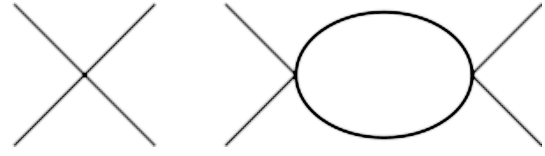


图 1 Contact EFT 的 LO 与 NLO

Figure 1 LO and NLO of contact EFT.

$$T(k) = -C_0 \left[ \left( 1 - \alpha_1 \frac{mC_0}{4\pi} \Lambda + \frac{C_0^{(1)}}{C_0} \right) - i \frac{mC_0}{4\pi} k \right], \quad (4)$$

其中  $\Lambda$  是动量截断; 无量纲数值系数  $\alpha_1$  与不同正则化方式的细节有关, 如高斯、sharp cutoff 等等对应的  $\alpha_1$  值会不同, 而且  $\alpha_1$  不必为  $O(1)$ ;  $k = \sqrt{mE}$ , 而  $E$  是质心能量. (4) 式中  $C_0$  是裸耦合常数(Bare Coupling), 而  $C_0^{(1)}$  是它的第一级修正, 它们应随  $\Lambda$  变化以致可观测量不随截断改变(Cutoff Independence), 也就是

$$\frac{dT}{d\Lambda} = 0,$$

若取  $T(k=0)$  定义 renormalized  $C_0$ ,

$$-C_0^R \equiv T(k=0),$$

(3) 式可改写成

$$T(k) = -C_0^R \left( 1 - i \frac{mC_0^R}{4\pi} k \right), \quad (5)$$

我们用到了

$$C_0 = C_0^R, C_0^{(1)} = \alpha_1 C_0^R \frac{mC_0^R}{4\pi} \Lambda. \quad (6)$$

(4) 式圆括号中第二项来源于圈图中高动量积分贡献, 也就是对  $C_0$  的辐射修正. 它与第一、三项——即树图中的  $C_0$ ——无法在物理上区分, 故而也是近程物理的一部分, 因此最后在 (5) 式中被合在一起成为  $C_0^R$ . (5) 式圆括号中的第二项包含关于  $E$  的支点, 亦即所谓的么正项. 物理上, 它对应着圈图中两个粒子在质壳附近的那些圈动量积分的贡献, 代表着远程物理. 留意到, 非相对论圈图带来的贡献一般都是  $mQ/4\pi$  (因为分子上的  $m$  很大, 这样的贡献是常被称作红外提高(Infrared Enhancement), 第 2 节还会继续探讨). 需要提醒, 近程物理与远程物理的区别并不是截然的, 不一定都如 (4) 式那样一目了然.

现在从 power counting 角度来看我们做了什么.  $C_0^R$  具有 (3) 式显示的大小, 而一圈图贡献了  $mQ/4\pi$  的因子, 所以 (5) 式中第一项为  $4\pi/mM_{hi}$ , 第二项为

$4\pi Q/mM_{hi}^2$ . 事实上, 一开始我们就可以作这个 power counting, 从而预见到: 为计算到  $Q/M_{hi}^2$  的精度, 需要考虑  $C_0$  的树图及一圈图(图 1), 而  $C_2$  在  $Q^2/M_{hi}^3$  才会进入. 这就是 power counting 的用处, 即在实际计算以前就能预估需要考虑的贡献.

上述 power counting 能够成立的重要前提是高能标  $\Lambda$  并不会出现结果中, 亦即, 已经假设振幅将可以被重整化, 所以 power counting 也就毋需虑及  $\Lambda$ . 这个关于可重整化性(Renormalizability)的假设并不能先验地被 power counting 保证, 特别是在非微扰的计算中, 因此我们需要在实施 power counting 的实际计算中检查物理结果是否的确与截断无关, 也就是, 从重整化的角度检验 power counting 的自洽性. 在上述例子中, 倘若我们发现为重整图 1 中的圈图,  $C_2$  是必须的, 那么之前关于  $C_2$  可以作为高阶修正而毋需考虑的假设(3)就不成立. 也就是说, 因为忽略  $C_2$  而带来的理论误差比我们预计的来得大. 幸好, 我们的计算表明, 一圈图的重整化并不需要  $C_2$ , 所以与  $C_2$  为高阶修正的结论相自治.

对于微扰论来说, 基于简单量纲分析(Naive Dimensional Analysis)的 power counting 一般都满足可重整化性. 但是, 核物理中相互作用大多数情况下是非微扰的, 这使 EFT 在核物理中的应用颇具挑战性.

## 2 手征有效场论

在了解 EFT 的基本思想以后, 现在来考察运用于低能强相互作用的 EFT——ChEFT. 经过约二十年的发展, 存在着大量讨论与介绍 ChEFT 的文献. 由于篇幅的限制, 选择侧重介绍原理与概念. 对于技术细节读者, 会在适当的地方引用合适的文献.

如果典型动量与  $\pi$  介子质量相当, 这时候的有效自由度至少应含有核子与  $\pi$  介子. 另外, 标准模型的所有对称性都应被 EFT 继承. 核子的相对论性可以所谓的重子(Heavy Baryon)理论, 按  $Q/m_N$  的幂次逐级来实现. QCD 拉格朗日量还具有近似手征对称性(Chiral Symmetry).  $u, d$  夸克的左手部分与右手部分能够各自独立地进行  $SU(2)_L \times SU(2)_R$  变换. 除了微小的  $u, d$  夸克质量项以外, QCD 拉氏量在该变换下不变, 也即是近似手征对称性. 有趣的是, 除了夸克质量项引起的显式破坏(Explicit Breaking)以外, QCD 的手征对称性同时自发地破缺

(Spontaneous Breaking): 拉氏量虽然满足手征对称性, 但 QCD 真空不是手征不变的. 连续对称性的自发破缺会导致零质量的 Nambu-Goldstone 玻色子的出现, 这里就是  $\pi$  介子<sup>[15]</sup>. 另一方面, 由于显式破缺,  $\pi$  介子会获得一定的质量, 但还是比其他的介子轻很多.

宇称( $P$ )与时间反演( $T$ )的破缺将以微扰的方式考虑, 不过这个课题大大超出本文的范围, 因此我假设  $P$  与  $T$  严格对称. 有兴趣的读者可以在文献[5]的参考文献中找到相关的讨论.

如何以核子与  $\pi$  介子为自由度, 写下满足手征对称性的有效拉氏量(Effective Lagrangian)? 这是件十分重要但技术性很强的工作, 有兴趣的读者可以参考文献[16–18]. 我直接给出与本文相关的几项领头相互作用:

$$\begin{aligned} L = N^\dagger & \left( i\partial_0 + \frac{\vec{\nabla}^2}{2m_N} \right) N \\ & - \frac{\epsilon_{abc}}{4f_\pi^2} N^\dagger \tau_a \pi_b \dot{\pi}_c N \\ & - \frac{g_A}{2f_\pi} N^\dagger \tau_a \boldsymbol{\sigma} N \cdot \vec{\nabla} \pi_a \\ & - \frac{C_S}{2} (N^\dagger N)^2 - \frac{C_T}{2} (N^\dagger \boldsymbol{\sigma} N)^2 + \dots \end{aligned} \quad (7)$$

上述相互作用中最重要特征之一是  $\pi$  介子总以正比自身动量(作用在  $\pi$  场上的梯度)或能量(作用在  $\pi$  场上的时间微商)的形式与核子耦合, 这为以  $Q/M_{hi}$  作展开提供了方便. 4-核子算符体现了核子之间的接触作用, 它们不直接受手征对称性的约束.

为过渡到之后的双核子散射, 现以  $\pi$ -N 散射中的一个一圈图为例介绍标准的 ChEFT power counting<sup>[19]</sup>. 图 2 中的顶点为 Weinberg-Tomozawa 项, 即(7)式中的第二项. 若  $\pi$  介子动量与能量大小相当, 该顶点贡献一个  $Q/f_\pi^2$  的因子.  $\pi$  介子为相对论性时,  $Q$  与  $m_\pi$  相当, 故  $\pi$  介子传播子  $\sim 1/Q^2$ . 而非相对论性的核子传播子  $\sim 1/Q$ , 原因是核子总会从入射  $\pi$  介子接受  $Q \sim m_\pi$  的能量输入, 故不会离质壳太近. 圈动量积分应有  $Q^4$  的因子, 而且有  $1/16\pi^2$  的数值因子. 综上, 图 2 有如下的 power counting:

$$\frac{Q}{f_\pi^2} \left( \frac{Q}{4\pi f_\pi} \right)^2.$$

圆括号中的  $Q^2$  压低是  $\pi$  介子圈的重要特征. 由



图 2 pi-N 散射中的一圈图之一

Figure 2 One of the one-loop diagrams in pi-N scattering.

于 pi 介子圈的压低, 单重子过程通常是微扰论, 因此这时的 ChEFT 又被称作手征微扰论 (Chiral Perturbation Theory, ChPT).

### 3 双重子过程

与 pi-N 散射相反, 核子-核子散射过程中的双重子圈却会被提高, 带来  $m_N Q/4\pi$  的因子<sup>[7,8]</sup>. 这在第一节中的 contact EFT 中已经提到过了, 在这里再稍作解释. 图 3 所示的双重子圈对应如下的积分:

$$\int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \dots \frac{i}{\frac{E}{2} + l_0 - \frac{l^2}{2m_N}} \frac{i}{\frac{E}{2} - l_0 - \frac{l^2}{2m_N}} \dots \quad (8)$$

假设积分中没有其他的  $l_0$  极点, 对  $l_0$  积分后, 两个重子传播子合为一个 Schrodinger 传播子  $G_0$ :

$$\int \frac{d^3 l}{(2\pi)^3} \dots \frac{1}{E - \frac{l^2}{m_N}} \dots$$

以  $Q$  替换圈动量, 得  $m_N Q/4\pi$  是 Schrodinger 传播子积分后常见的数值因子, 注意它与相对论 pi 介子圈的数值因子不同.

这个红外提高有重要的、物理上的原因. 两个重子传播子都保留了 recoil term, 这是因为纯重子中间态中的重子具有 4-动量  $(Q^2/2m_N, Q)$ , 换句话说, 它们离质壳很近. 这与图 2 中的重子中间态很不相同. 了解到这一点对 power counting 的影响很大. 首先, 图 4 单 pi 交换中流过 pi 传播子的 4-动量就是  $(Q^2/2m_N, Q)$ ,

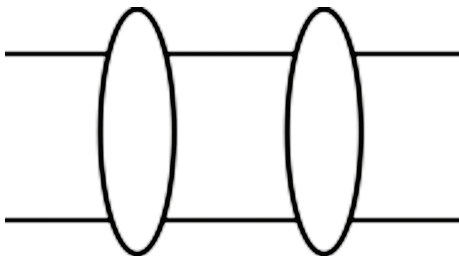


图 3 双重子圈

Figure 3 A two-baryon reducible loop diagram.

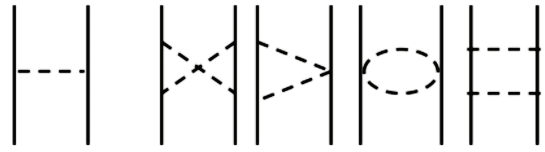


图 4 pi 交换费曼图

Figure 4 Pion-exchange diagrams.

能量部分相对 3-动量为高阶, 因此单 pi 交换中的 pi 介子在领头阶应当是瞬时传播的 (Instantaneous):

$$\frac{-i}{-q_0^2 + q^2 + m_\pi^2} = \frac{-i}{q^2 + m_\pi^2} + \dots$$

其次, 是否有纯重子中间态为定义“势”提供了依据. 没有纯重子中间态的图被称作称作 (两重子) 不可约化, 通常说的“势”实际上就是不可约化的双重子图. 因为没有纯重子中间态, 红外提高就不会出现, 不可约化的双重子图的 power counting 可以回到标准的 ChPT: 重子传播子  $\sim 1/Q$ .

图 4 中左边三个双 pi 交换明显没有纯重子中间态. 图 4 中最右边的“box”图包含两部分贡献. 其一, 由纯重子中间态连接的两两单 pi 交换, 这部分在对单 pi 交换重求和时已经被考虑过了; 其二, 由静态 (Static) 重子传播子连接的双 pi 交换, 这部分是高效效应, 应当放在双 pi 交换势中. 综上, 图 4 中的所有双 pi 交换势相对于单 pi 交换均有  $Q^2$  的压低.

在领头阶, 长程力只有单 pi 交换:

$$V_{1\pi}(q) = -\frac{g_A^2}{4f_\pi^2} \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2 \frac{\mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\sigma}_1 \mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\sigma}_2}{q^2 + m_\pi^2}. \quad (9)$$

考察单 pi 交换及其一次迭代 (图 5) 的大小:

$$V_{1\pi} \sim \frac{1}{f_\pi^2} \frac{Q^2}{m_\pi^2 + Q^2} \sim \frac{1}{f_\pi^2},$$

$$V_{1\pi} G_0 V_{1\pi} \sim \frac{1}{f_\pi^2} \frac{m_N Q}{4\pi f_\pi^2}.$$

可以看出, 当

$$Q \sim \frac{4\pi f_\pi^2}{m_N} \equiv M_{NN}$$

时, 单 pi 交换应非微扰, 必须对所有的单 pi 迭代重求和. 可见, 除了  $m_\pi$  刻画单 pi 交换的力程以外, 低能标  $M_{NN}$  体现单 pi 交换的强度. 实现重求和的技术有多种, 常见的无非有求解坐标空间里的 Schrodinger 方程或者动量空间里的 Lippmann-Schwinger 方程. 以 Lippmann-Schwinger 方程为例:



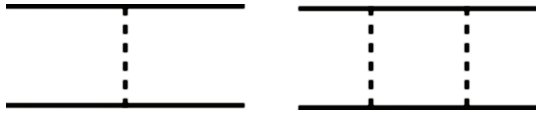


图 5 单 pi 交换及其一次迭代

Figure 5 One-pion exchange and its once iteration.

$$T(\mathbf{p}', \mathbf{p}; \Lambda) = V(\mathbf{p}', \mathbf{p}; \Lambda) + \int \frac{d^3 l}{(2\pi)^3} V(\mathbf{p}', \mathbf{p}; \Lambda) \frac{T(\mathbf{l}', \mathbf{l}; \Lambda)}{k^2 - l^2} \frac{1}{mN - mN}. \quad (10)$$

$\Lambda$  对应于图 1 圈图中的动量截断, 标明  $\Lambda$  的目的是提醒读者积分需要规则化. 规则化的方式与截断  $\Lambda$  的取值是任意的, 最终的物理结果应与它们无关, 这就是可重整化的要求.

低能标  $M_{NN}$  的出现使得 chiral EFT 在多核子系统中的应用变得复杂起来. 它通过辐射修正来影响短程核力的大小, 有可能使接触作用变得意外的大. 我们可以通过微扰的单 pi 交换迭代来体会这一点: 图 5 中右图在圈动量很高时, 与 4-核子算符对应的接触作用无异. 因此, 除了 chiral EFT 的破坏能标  $M_{hi}$  以外, 低能标  $M_{NN}$  也可以影响到对接触作用的 power counting. 这样, 简单量纲分析用于接触作用的 power counting 就不再可靠. Weinberg 最初的方案恰恰就是假设简单量纲分析成立, 因此之后有相当一部分(包括本文作者在内)的工作就在于寻找简单量纲分析不合理之处.

在讨论如何以重整化为依据修改 Weinberg power counting 以前, 我需要简单介绍已经发表的, 基于 Weinberg power counting 的工作. 必须认识到, 虽然 Weinberg power counting 的自洽性值得检讨, 但是相比于之前的唯象核力模型, QCD 的手征对称性已经得到系统地考虑, 这是很大的进步.

具体来说, Weinberg power counting 指的是: (1) 首先以标准 ChPT 的方式来 power count 某个不可约双核子费曼图, 其幂次以

$$\nu = 2 - A + 2L + \sum_i V_i \Delta_i, \Delta_i = d_i + f_i / 2 - 2$$

决定. 其中  $A$  是费米子外腿的个数, 此处为 2.  $L$  是圈的数目,  $V_i$  是第  $i$  类顶点的个数. 而第  $i$  类顶点具有指数  $\Delta_i$ ,  $d_i$  是该类顶点上微分的阶数,  $f_i$  是费米场的个数. 所有第  $n$  阶的不可约化图即构成第  $n$  阶两体核势. (2) 然后, 将第 0 至  $n$  阶的势相加, 进而求解 Schrodinger

方程或 Lippmann-Schwinger 方程, 得到散射相移.

最早将 Weinberg power counting 付诸于实际核子-核子散射的计算是由 Ordonez 等人<sup>[20,21]</sup>完成的. 不过, 其中关于双 pi 交换的计算是数值的. 文献[22,23]详细讲解了如何得到头两阶双 pi 交换的解析表达式, 这了解双核子过程中微扰部分的计算大有裨益. 作者之一的 Kaiser 在之后计算了更高阶的 pi 交换势, 最近的工作发表在文献[24]中, 读者可以在其引文中找到 Kaiser 关于 pi 交换势的所有工作.

既然 pi-N 顶点体现了 QCD 手征对称性, 人们最早认为基于 ChEFT 的核力的构建大体上就是 pi 交换势的计算, 剩下的就只有数值计算求解 Schrodinger 方程或是 Lippmann-Schwinger 方程, 然后拟合 pp 与 np 散射数据. 文献[20,25]先后对分波相移, 而不是散射数据, 进行了拟合. 其中, Epelbaum 等人<sup>[25]</sup>在中使用了一种么正变换的技术, 意图达到消除势中的能量依赖. 文献[20,25]的结果虽然不错, 但是拟合质量远不如当时流行的唯象核力模型<sup>[1,2]</sup>. Entem 与 Machleidt 在文献[26]中发表了著名的“N<sup>3</sup>LO”手征核力. 他们对散射数据的拟合结果非常好, 达到了其他所谓现实核力模型的精度, 奠定了手征核力作为实用核力理论的地位. 在这个过程中, Entem 与 Machleidt 发现为很好地描述散射数据, 必须小心地调整总共 20 余个  $NN$  接触耦合常数, 无论它们是高阶的还是低阶参数. 换句话说, 这些不受手征对称性约束的耦合常数反而成为手征核力成败的关键. 这也从另一个方面鼓励我们从其他角度, 比如重整化, 去增进对接触作用的理解.

那么, 我们应该怎么对接触作用进行 power counting 呢? 我将采用如下的策略, 并在以下若干小节中讨论我们采用该策略的工作.

- (1) 将基于简单量纲分析的 Weinberg power counting 施用于实际计算;
- (2) 检查物理结果是否满足 cutoff independence.
- (3) 如果不满足, 必有某个高阶接触作用被  $M_{NN}$  提高了, 应当放到低阶.
- (4) 修改 power counting 后, 回到 1 重新开始, 直到找到自洽的 power counting.

## 4 单 pi 交换的重整化

单 pi 交换在坐标表象中形式如下:

$$V_{1\pi}(\mathbf{r}) = \frac{m_\pi^3}{12\pi} \left( \frac{g_A}{2f_\pi} \right)^2 \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2 [T(r)S_{12} + Y(r)\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2], \quad (11)$$

其中,

$$T(r) = \frac{e^{-m_\pi r}}{m_\pi r} \left[ 1 + \frac{3}{m_\pi r} + \frac{2}{(m_\pi r)^2} \right],$$

$$Y(r) = \frac{e^{-m_\pi r}}{m_\pi r},$$

以及张量投影算符

$$S_{12} = 3(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \hat{\mathbf{r}})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \hat{\mathbf{r}}) - \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2,$$

其中, 中心力部分是常见的 Yukawa 势, 而张量力部分有  $\sim 1/r^3$  的短程奇性, 且只会作用在自旋三重态 (Triplet) 的分波上. 根据张量投影算符在 triplet 各分波的取值, 张量力或为吸引或为排斥. 其中  ${}^3P_0$  ( ${}^3P_1$ ) 中为吸引(排斥), 在  ${}^3S_1$ - ${}^3D_1$  与  ${}^3P_2$ - ${}^3F_2$  中既有吸引又有排斥. 囿于篇幅, 我在本文主要讨论  $S$  与  $P$  波.

由于中心力有着正比于  $m_\pi^2$  的强度, 需要形如  $C_0^{1S0} + D_2^{1S0} m_\pi^2$  的接触作用来重整化, 而  $D_2$  项按简单量纲分析应为高阶. 事实上, 这是人们察觉到的, 第一个量纲分析不满足重整化要求的例子<sup>[27]</sup>. 基于本文的讲座目的, 我不再考虑中心力部分的重整化与 power counting, 而着重于张量力对自旋三重态分波接触作用的影响.

现在来看单  $\pi$  交换的张量力. 文献[28]对单  $\pi$  交换的张量部分如何重整化作了深入的讨论. 首先他们观察到 Weinberg counting 确能重整  ${}^3S_1$ - ${}^3D_1$  振幅. 但在  ${}^3P_0$  与  ${}^3P_2$ - ${}^3F_2$  观察到 Weinberg counting 不能重整化分波振幅, 具体来说就是发现分波相移有明显的 cutoff 依赖. 作为例子, 在图 6 重建了  ${}^3P_0$  的结果. 图中显示的两条曲线分别是质心动量 110 MeV 与 300 MeV 的  ${}^3P_0$  相移随 cutoff 的变化情况. 这里使用了高斯型的规则化方案. 相移对 cutoff 非常敏感, 在动量越高时依赖也越明显. 注意到相移在 700 MeV 与 2800 MeV 附近有 180 度的跃变, 这是最能体现 cutoff 依赖的地方. 这个跃变产生的原因如下. 依 Levin's 定理, 阈值附近的相移与束缚态的数目有关. 当束缚态的数目增一(或减一)时, 相移就会改变 180 度. 单  $\pi$  交换张量力的奇性吸引没有合理的短程部分, 所以它的强度非常依赖于 cutoff. 当 cutoff 变化到一定值, 会有一个新的束缚态出现在阈值. (如果新的束缚态是束缚能很大的态, 反而没有问题, 因为它

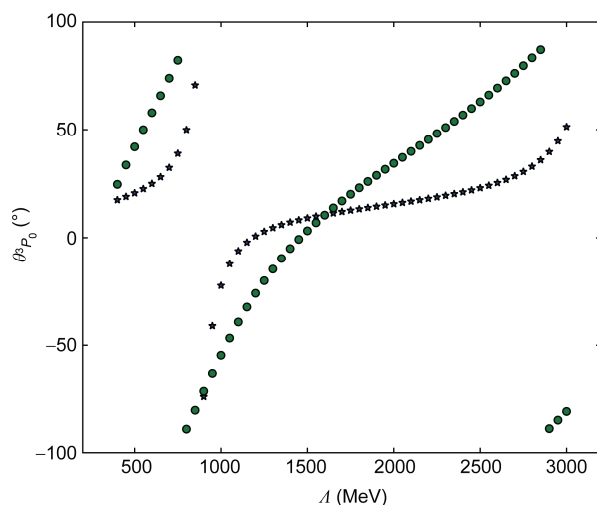


图 6 (网络版彩图)未加入抵消项时, 单  $\pi$  交换对应的  ${}^3P_0$  相移与 cutoff 的关系. 蓝色星代表  $k_{cm} = 110$  MeV, 绿色点代表  $k_{cm} = 200$  MeV

Figure 6 (Color online) Before the counterterm being added, the  ${}^3P_0$  phase shift at a given center-of-mass momentum as a function of the cutoff. Blue stars (green dots) correspond to  $k_{cm} = 110$  MeV ( $k_{cm} = 200$  MeV).

在有效理论适用的范围以外). 新的浅束缚态会严重影响低能行为, 其中一个表现就是使相移发生 180 度的跃变.

为抵消如此强烈的 cutoff dependence,  ${}^3P_0$  与  ${}^3P_2$ - ${}^3F_2$  需要在领头阶分别放入一个接触作用:

$$\langle {}^3P_0 | V_S^{(0)} | {}^3P_0 \rangle = C_0^{3P0} p'p, \quad (12)$$

$$\langle {}^3P_2 | V_S^{(0)} | {}^3P_2 \rangle = C_0^{3P2} p'p, \quad (13)$$

但量纲分析并不期待这样的结果, 因为  $P$  分波的接触作用总是正比于动量的平方, 依简单量纲分析应属高阶修正. 所以我们得出结论,  ${}^3P_0$  与  ${}^3P_2$  的接触作用必须被提高(Promoted)到领头阶. 图 7 中的  ${}^3P_0$  相移就是加入抵消项以后的结果, 我们可以看到相移与 cutoff 无关. 图 8 显示了  ${}^3P_0$  接触作用随 cutoff 的“跑动”, 这和微扰场论中常见的幂次或对数跑动很不一样.

简单量纲分析得出的 power counting 为什么会违背可重整化性呢? 我们可以形式地依照量子场论的技术语言来理解. 单  $\pi$  交换虽然被视作长程力, 但其辐射修正有高动量部分, 该部分与接触作用并无二致, 所以非微扰的单  $\pi$  交换可能对 4-核子算符的反常维度 (Anomalous Dimension) 有较大贡献, 使其偏

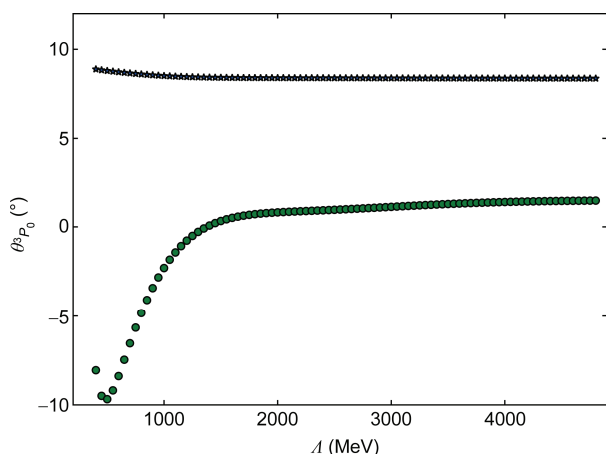


图7 (网络版彩图)加入抵消项后, 单pi交换对应的 $^3P_0$ 相移与cutoff的关系. 蓝色星代表 $k_{cm} = 110$  MeV, 绿色点代表 $k_{cm} = 200$  MeV

Figure 7 (Color online) After renormalization, the  $^3P_0$  phase shift at a given center-of-mass momentum as a function of the cutoff. Blue stars (green dots) correspond to  $k_{cm} = 110$  MeV ( $k_{cm} = 200$  MeV).

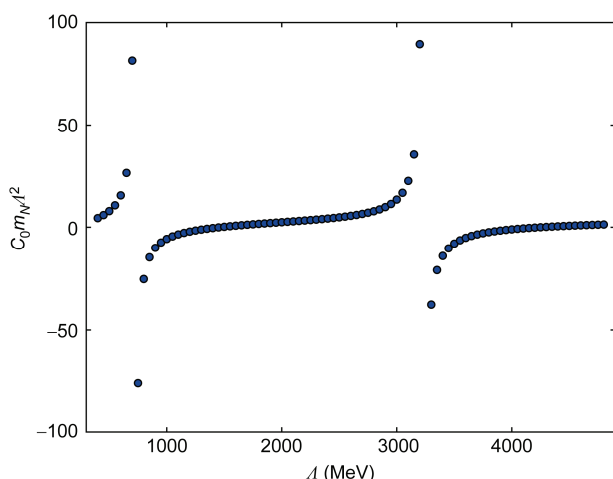


图8 (网络版彩图) $^3P_0$ 分波的短程抵消项作为cutoff的函数. Figure 8 (Color online) The running of  $^3P_0$  counterterm against the cutoff.

离由简单量纲分析决定的正则维度(Canonical Dimension).

从非相对论量子力学的角度来看, 奇性吸引势 $-1/r^3$ 是造成简单量纲分析不正确的主因. 这样的奇性吸引势必须有修改过的短程部分作为补充, 否则它在足够小的距离上会克服粒子的动能与离心排斥势, 从而使粒子“掉入”中心. 在实际计算中, 这表现为: 随着紫外坐标截断的不断减小, 不断有非物理的、新的束缚态出现在阈值附近.

## 5 双pi交换在自旋三重态分波的重整化

双pi交换依标准ChPT可以分为若干阶. 我们只考虑领头双pi交换与次领头双pi交换.

对重整化的考虑只会影响到接触作用的 power counting, 所以双pi交换作为长程力, 本身的 power counting 应不用作修改. 另外, 既然双pi交换比单pi交换高 $Q^2$ , 最自然的做法是将其在非微扰领头阶之上作微扰处理. 以费曼图的形式表达出来就是图9, 其中 $T_{LO}$ 表示有LO势重求和的振幅, 因此一般只有数值解.  $V_{NLO}$ 是包含双pi交换与高阶接触作用的次领头阶的势.

传统上, 量子场论教材将EFT中的高阶算符视作不可重整化, 原因是将高阶算符与领头阶算符等同地进行非微扰处理. 但是, 有效理论的目的是要逐级找出形如 $Q/M_{hi}$ 的、对低能领头阶(也就是传统意义上可重整化理论)的修正. 将某个高阶算符进行非微扰处理对实现该目的并没有帮助. 另一方面, 高阶导数耦合项对于动量很高的中间态, 反而比领头阶算符贡献来的大. 将其做围绕处理, 有利于在高阶计算中剪除这些紫外发散.

以下仍以 $^3P_0$ 为例来讲述双pi交换的重整化. 图9所示的费曼图等同于次领头阶势在领头阶波函数之间的矩阵元:

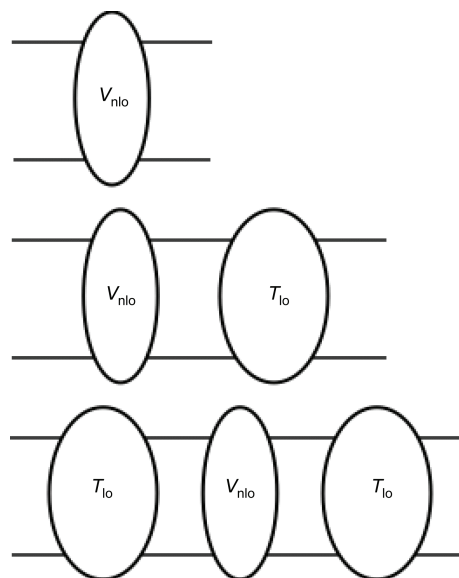


图9 以费曼图表示的对次领头阶的处理方式 Figure 9 Diagrammatic presentation of how the first subleading corrections are calculated.



$$T_{\text{NLO}} = \langle \Psi_{\text{LO}} | V_{\text{NLO}} | \Psi_{\text{LO}} \rangle.$$

虽然不能得到领头阶波函数的精确解析解, 我们可以先找到波函数及双  $\pi$  交换势在原点附近的渐近行为, 从而估计出双  $\pi$  交换势对应的矩阵元的紫外发散情况, 最后考察为剪除该紫外发散所需之抵消项. 最终, 在文献[29]中, 我们得到的  $^3P_0$  高阶接触作用是

$$\langle ^3P_0 | V_S^{(2)} | ^3P_0 \rangle = C_0^{(2)} p'p + C_2^{(0)} p'p(p'^2 + p^2), \quad (14)$$

上式中第一项是对领头阶(12)中  $C_0$  的跑动的辐射修正, 它并不引入新的待定参数.

为在数值计算中达到检验之目的, 先只取(14)中第一项作为仅有的抵消项. 图 10 与 11 分别显示在只有一个抵消项的情况下, 领头与次领头双  $\pi$  交换产生的高阶振幅都有显著的 cutoff 依赖.

图 12 显示的是加上第二个抵消项后的重整. 可以看到现在的相移与 cutoff 不再有明显的依赖. 最后, 我在图 13 中给出包含  $Q^0, Q^2, Q^3$  的  $^3P_0$  相移, 可以看到 EFT 的逐级修正.

总结在自旋三重态的接触作用 power counting, 我们发现: 由于单  $\pi$  交换的奇性吸引, 部分  $P$  分波 (甚至可能包含  $D$  波) 的接触作用被抬高. 抬高的规律倒不是太复杂, 我将其总结为“modified naive dimensional analysis” (MNDA)——同一个分波里的接触作用各项若有抬高, 则将被抬高相同阶数. 比如  $^3P_0$ , 接触作用各项均被抬高两阶,  $(M_{hi}/Q)^2$ .

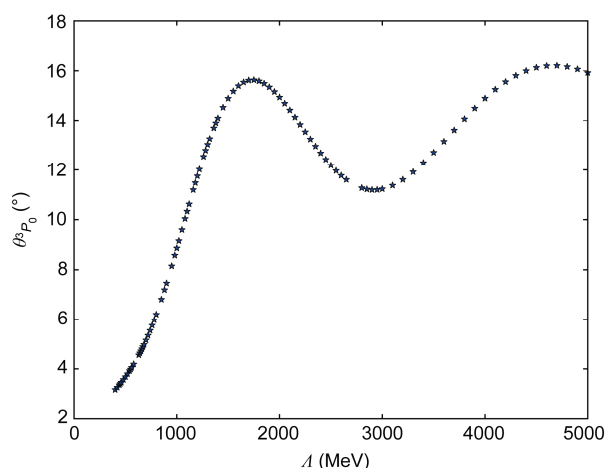


图 10 (网络版彩图) 只有一个抵消项时的领头双  $\pi$  交换  $^3P_0$  相移,  $k_{cm} = 247$  MeV

Figure 10 (Color online) The  $^3P_0$  phase shift as a function of the cutoff, for  $k_{cm} = 247$  MeV, with only one counterterm.

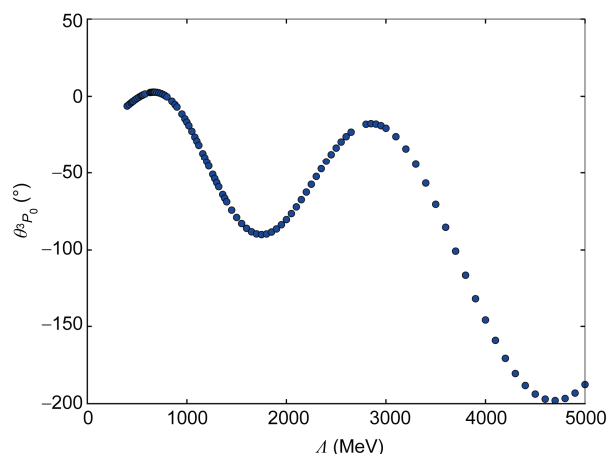


图 11 (网络版彩图) 与图 10 类似. 但是对应于次领头双  $\pi$  交换,  $k_{cm} = 247$  MeV

Figure 11 (Color online) Same as Figure 10, but plotted with subleading TPE.

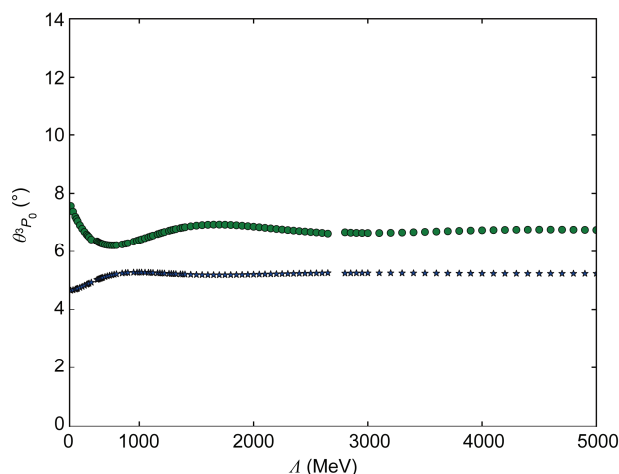


图 12 (网络版彩图) 采用(14)式的抵消项后,  $k_{cm} = 247$  MeV 处的相移. 五角星代表领头双  $\pi$  交换重整化后结果, 而圆点则对应次领头双  $\pi$  交换

Figure 12 (Color online) The  $^3P_0$  phase shift as a function of the cutoff, using both counterterms shown in eq. (14), for  $k_{cm} = 247$  MeV. The stars (dots) are calculated with leading (subleading) TPE.

尽管到目前为止, 只讨论了  $^3P_0$  这个非耦合的分波 (Uncoupled Channel), 上一段总结的 MNDA 事实上也适用于耦合的分波 (Coupled Channel). 另外,  $^1S_0$  是一个很有趣的分波, 我们最终发现它的 power counting 与 pionless EFT 非常类似. 我们在文献[30,31]中进行了这个工作, 最终得到了如下的方案. 为方便比较, 表 1 中列出了 Weinberg 的最初方案, 而表 2 则是我们的改进方案. 表 2 中只列出了相对于 Weinberg

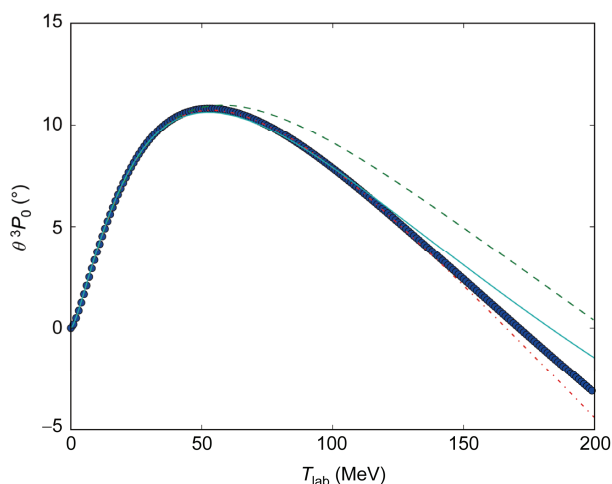


图 13 (网络版彩图) $^3P_0$  相移对实验室动能的函数关系. 虚线为  $Q^0$ , 点划线为  $Q^2$ , 实线为  $Q^3$ , 蓝色圆点为 Nijmegen 相移值

Figure 13 (Color online) The  $^3P_0$  phase shift as a function of  $T_{\text{lab}}$ . The dashed line is order  $Q^0$ , dot-dashed line order  $Q^2$ , and solid line order  $Q^3$ .

counting 需要改变的算符.

表 1 Weinberg 的数幂规则

Table 1 Weinberg power counting

| Order | Potentials                                                                                                                                                                                                                              |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $Q^0$ | $V_{1\pi}, C_0^{1S0}, \begin{pmatrix} C_0^{3S1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$                                                                                                                                                             |
| $Q^1$ | None                                                                                                                                                                                                                                    |
| $Q^2$ | $V_{2\pi}^{(0)}, C_2^{1S0}(p'^2 + p^2), \begin{pmatrix} C_2^{3S1}(p'^2 + p^2) & C_2^{SD} p^2 \\ C_2^{SD} p'^2 & 0 \end{pmatrix}, C_0^{1P1} p'p, C_0^{3P0} p'p, C_0^{3P1} p'p, \begin{pmatrix} C_0^{3P2} p'p & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ |
| $Q^3$ | $V_{2\pi}^{(1)}$                                                                                                                                                                                                                        |

表 2 改变后的数幂规则

Table 2 The modified power counting

| Order | Potentials                                                                                                                                   |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $Q^0$ | $C_0^{3P0} p'p, \begin{pmatrix} C_0^{3P2} p'p & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$                                                                    |
| $Q^1$ | $C_2^{1S0}(p'^2 + p^2)$                                                                                                                      |
| $Q^2$ | $C_4^{1S0} p'^2 p^2, C_0^{3P0} p'p(p'^2 + p^2), p'p \begin{pmatrix} C_2^{3P2}(p'^2 + p^2) & C_2^{PF} p^2 \\ C_2^{PF} p'^2 & 0 \end{pmatrix}$ |
| $Q^3$ | $V_{2\pi}^{(1)}, C_6^{1S0} p'^2 p^2(p'^2 + p^2)$                                                                                             |

将自洽的 power counting 应用到实际计算中去, 还有一段时间才能实现. 我们正在用新的核力将核子-核子散射数据重新进行拟合.

## 6 总结与评述

本文对 ChEFT 在核子-核子散射中的应用作了简单的、面向教学的介绍. 从静电学的多极展开出发, 再到微扰论的 contact EFT, 我先介绍了 EFT 的基本思路, 那就是利用能量标度的分离, 来实现对可观测量的近似描述.

以费曼图表现的贡献有无穷多项, 在实际计算中必须有 power counting, 以便对每个图在计算之前就对其大小有先验的估计. 在 EFT 的框架下, 不同的 power counting 就体现了对物理的不同理解.

Weinberg 在考察包含至多一个重子的低能反应时发现: 在任意指定阶, 所需计算的费曼图的数目总是有限的, 因而总可以进行微扰计算. 该微扰理论的一个重要推论是, 基于量纲分析的, 对导数耦合常数大小作出的估计总是自动满足可重整化性. 简单的

说,可重整化性就是可观测量对规则化中任意选择的 **momentum cutoff** 不敏感,这是保证“与模型无关”的必要条件.

然而在两个以上核子参加的,也就是核物理更关心的过程中, **power counting** 与重整化的关系变得复杂起来. 因为核子不是 **Goldstone** 玻色子,而且质量比  $\pi$  介子大很多,两个或更多的核子参与的过程在低能区有相当重要的所谓“红外提高”,以至于微扰方法不再适用,必须使用重求和的办法对一部分贡献作非微扰的处理.

单  $\pi$  交换除了  $\pi$  介子质量以外,还有一个很重要的低能标  $M_{NN} \sim 100$  MeV. 它表示了单  $\pi$  交换的强度,在手征极限下数值也大致不变. 非微扰的单  $\pi$  交换为  $M_{NN}$  提供了经由强烈的辐射修正,去改变核子-核子接触作用的途径. 因此,依照简单量纲分析所作之 **power counting** 不再可靠. 我在本文中强调,可重整化性可以被用来检查 **power counting** 的自洽性. 满足可重整化性的 **power counting** 不一定正确,但是不满足的 **power counting** 肯定不正确.

这样一个重要的物理原则在很长一段时间里被许多研究者忽略,其中包括该领域最重要的两个研究团队: **Bonn-Bochum**<sup>[25]</sup>与 **Idaho**<sup>[26]</sup>. 在 **Kaplan** 等人<sup>[27]</sup>的工作之后, **Nogga** 等人<sup>[28]</sup>对单  $\pi$  介子的重整化就行了一定的研究,发现了更多的 **Weinberg power counting** 与重整化不自洽的地方. 这个工作开启了对有效场论核物理研究的新阶段. 事实上,建立一个新的、自洽的核力 **power counting** 已逐渐成为共识. 除了我们的方案以外<sup>[29–31]</sup>,我也提醒读者注意其他作者的基于重整化的新 **power counting** 方案<sup>[32–35]</sup>.

对可重整化的追求不是对理论完美的偏执. 现有的手征核力尚不能解释一部分轻核的实验. 例如,氘-核散射里有个著名的“**A<sub>y</sub> puzzle**”<sup>[26]</sup>,即现有核力模型无法解释氘-核散射中某些极化观测量. 我们希望知道对 **power counting** 作基于重整化的修改能否解决这个疑难. 更重要的是,只有自洽的 **power counting** 作出的理论误差才会可靠,而理论误差正是 **EFT** 最重要的优点.

## 参考文献

- 1 Machleidt R, Holinde K, Elster C. The bonn meson exchange model for the nucleon nucleon interaction. *Phys Rep*, 1987, 149: 1–89
- 2 Wiringa R B, Stoks V G J, Schiavilla R. An accurate nucleon-nucleon potential with charge independence breaking. *Phys Rev C*, 1995, 51: 38–51
- 3 Moses E I, Boyd R N, Remington B A, et al. The national ignition facility: Ushering in a new age for high energy density science. *Phys Plasmas*, 2009, 16: 041006
- 4 Cyburt R H, Fields B D, Olive K A, et al. Big bang nucleosynthesis. *arXiv:150501076*
- 5 Engel J, Ramsey-Musolf M J, Van Kolck U. Electric dipole moments of nucleons, nuclei, and atoms: The standard model and beyond. *Prog Part Nucl Phys*, 2013, 71: 21–74
- 6 Savage M J. Nuclear physics from lattice QCD. *Prog Part Nucl Phys*, 2012, 67: 140–152
- 7 Weinberg S. Nuclear forces from chiral Lagrangians. *Phys Lett B*, 1990, 251: 288–292
- 8 Weinberg S. Effective chiral Lagrangians for nucleon - pion interactions and nuclear forces. *Nucl Phys B*, 1991, 363: 3–18
- 9 Bedaque P F, van Kolck U. Effective field theory for few nucleon systems. *Ann Rev Nucl Part Sci*, 2002, 52: 339–396
- 10 Epelbaum E, Meissner U-G. Chiral dynamics of few- and many-nucleon systems. *Ann Rev Nucl Part Sci*, 2012, 62: 159–185
- 11 Machleidt R, Entem D R. Chiral effective field theory and nuclear forces. *Phys Rep*, 2011, 503: 1–75
- 12 Jackson J D. *Classical Electrodynamics*. 3rd ed. New York: John Wiley & Sons, 1999
- 13 The Editors. Editorial: Uncertainty Estimates. *Phys Rev A*, 2011, 83: 040001
- 14 van Kolck U. Effective field theory of short range forces. *Nucl Phys A*, 1999, 645: 273–302
- 15 Scherer S. *The quantum Theory of Fieds*. Cambridge: Cambridge University Press, 2000
- 16 Bernard V, Kaiser N, Meissner U G. Chiral dynamics in nucleons and nuclei. *Int J Mod Phys E*, 1995, 4: 193–244
- 17 van Kolck U. Effective field theory of nuclear forces. *Prog Part Nucl Phys*, 1999, 43: 337–418
- 18 Scherer S. Chiral perturbation theory: Introduction and recent results in the one-nucleon sector. *Prog Part Nucl Phys*, 2010, 64: 1–60
- 19 Weinberg S. Phenomenological Lagrangians. *Physica A*, 1979, 96: 327–340
- 20 Ordonez C, Ray L, van Kolck U. Nucleon-nucleon potential from an effective chiral Lagrangian. *Phys Rev Lett*, 1994, 72: 1982–1985
- 21 Ordonez C, Ray L, van Kolck U. The two nucleon potential from chiral Lagrangians. *Phys Rev C*, 1996, 53: 2086–2105

- 22 Kaiser N, Brockmann R, Weise W. Peripheral nucleon-nucleon phase shifts and chiral symmetry. Nucl Phys A, 1997, 625: 758–788
- 23 Kaiser N, Gerstendorfer S, Weise W. Peripheral NN scattering: Role of delta excitation, correlated two pion and vector meson exchange. Nucl Phys A, 1998, 637: 395–420
- 24 Kaiser N. Three-pion exchange nucleon-nucleon potentials with virtual  $\Delta$ -isobar excitation. Phys Rev C, 2015, 92: 024002
- 25 Epelbaum E, Gloeckle W, Meissner U G. Nuclear forces from chiral Lagrangians using the method of unitary transformation 2 The two nucleon system. Nucl Phys A, 2000, 671: 295–311
- 26 Entem D R, Machleidt R. Accurate charge dependent nucleon nucleon potential at fourth order of chiral perturbation theory. Phys Rev C, 2003, 68: 041001
- 27 Kaplan D B, Savage M J, Wise M B. Nucleon - nucleon scattering from effective field theory. Nucl Phys B, 1996, 478: 629–659
- 28 Nogga A, Timmermans R G E, van Kolck U. Renormalization of one pion exchange. Phys Rev C, 2005, 72: 054006
- 29 Long B W, Yang C J. Renormalizing chiral nuclear forces: A case study of  $^3P_0$ . Phys Rev C, 2011, 84: 057001
- 30 Long B W, Yang C J. Renormalizing chiral nuclear forces: Triplet channels. Phys Rev C, 2012, 85: 034002
- 31 Long B W, Yang C J. Short-range nuclear forces in singlet channels. Phys Rev C, 2012, 86: 024001
- 32 Birse M C. Power counting with one-pion exchange. Phys Rev C, 2006, 74: 014003
- 33 Birse M C. More effective theory of nuclear forces. PoS CD, 2009, 9: 78
- 34 Pavon Valderrama M. Perturbative renormalizability of chiral two pion exchange in nucleon-nucleon scattering. Phys Rev C, 2011, 83: 024003
- 35 Pavon Valderrama M. Perturbative renormalizability of chiral two pion exchange in nucleon-nucleon scattering: P- and D-waves. Phys Rev C, 2011, 84: 064002

## A brief introduction to chiral nuclear forces

LONG BingWei\*

*Department of Physics, Sichuan University, Chengdu 610064, China*

The present manuscript is based on the lecture given at the “Seventh symposium on covariant density functional theory in atomic nuclear physics”. It serves as a very brief introduction to the development of nucleon-nucleon interactions from chiral effective field theory, with the targeted audience being young nuclear physicists working on many-body nuclear theory. I start with the basic idea of effective field theory that separation of scales facilitates the expansion in the small ratio of a low-energy scale to a high-energy one. This idea will be illustrated by the classical example of multipole expansion in electrostatics. In the course of doing that, the concept of power counting is brought up, which is one of the pillar stones of any effective field theory. In the presence of quantum effects, a general tool due to Weinberg is introduced, whose goal is to estimate the size of quantum fluctuations that are often manifested by Feynman diagrams. Spontaneous breaking of chiral symmetry in quantum chromodynamics makes this tool particularly useful in counting diagrams in powers of external momenta, because the pions always couple to each other and to non-Goldstone particles in powers of momenta. But the presumption of this counting rule is renormalizability of all diagrams at the same order. The rest of the paper focuses on the interplay between renormalization and power counting, in the context of chiral nuclear forces.

**nuclear forces, chiral perturbation theory, effective field theory, renormalization, power counting**

**PACS:** 21.30.Fe, 12.39.Fe

**doi:** 10.1360/SSPMA2015-00391