小天体探测序列图像自主相对导航系统可观测性分析

董天舒^{1,2}, 孙博文², 史纪鑫^{2*}

1. 北京理工大学宇航学院, 北京 100081;

2. 北京空间飞行器总体设计部, 北京 100094

*联系人, E-mail: shijixin78@sina.com

收稿日期: 2020-11-09; 接受日期: 2021-02-08; 网络出版日期: 2021-08-16

国家重点研发计划(编号: 2019YFA0706500)和国家自然科学基金(编号: U20B2055, 61690215, 61640304, 61573060)资助项目

摘要 小天体探测对探索宇宙起源、解决地球资源问题具有重要意义, 研发小天体探测器及实施小天体探测已成为各国未来发展的重点. 受地面测控网指令时延的影响, 小天体探测器需自主获取小天体的位置、速度信息, 即具备自主相对导航的能力. 基于序列图像的自主相对导航系统不仅可提供包含小天体运动信息的角度观测量, 还具有低成本、低功耗的优点, 是一种理想的小天体探测自主相对导航方法, 是目前研究的热点. 可观测性分析可评估导航系统的观测能力是研究导航系统的基础. 本文针对小天体探测序列图像自主相对导航系统非线性带来的可观测性分析问题, 基于微分几何理论, 推导了系统0至2阶李导数, 建立了系统可观测性矩阵, 基于秩判据分析了典型小天体探测轨道流形下序列图像自主相对导航系统的局部弱可观测性. 分析结果表明, 仅依靠序列图像小天体探测器可完备估计小天体运动状态. 此外, 本文提出了序列图像自主相对导航系统的可观测度量化方法, 并分析了相对轨道流形变化对可观测度的影响, 相关结论可指导小天体探测器轨道设计, 具有一定的工程实用价值.

关键词 序列图像, 相对导航, 可观测性

PACS: 05.45.-a, 95.10.Eg, 95.40.+s, 42.30.-d

1 引言

随着人们对宇宙认识的深入, 小天体探测成为深空探测领域的热点. 实施小天体探测, 获取小天体土壤样本, 可推动宇宙起源、天体演变等关键科学问题的研究, 具有十分重要的意义, 为此美国、俄罗斯等航天强国均制定了本国的小天体探测计划. 小天体探测属于深空探测, 但相较于月球和火星探测, 其距地

球更为遥远, 地面测控系统时延较大, 对小天体探测器需执行的逼近、交会、附着等关键任务而言, 测控时延的存在可能导致严重后果. 例如, 日本的“隼鸟”探测器就曾因测控时延引起探测器与小行星“丝川”发生碰撞, 导致探测任务失败, 因此小天体探测器需具备自主感知小天体运动状态的能力, 即自主相对导航能力. 基于单目视觉相机产生的序列图像, 探测器可获得稳定可靠的小天体视线角测量量, 这些角度测量量

引用格式: 董天舒, 孙博文, 史纪鑫. 小天体探测序列图像自主相对导航系统可观测性分析. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2022, 52: 214508
Dong T S, Sun B W, Shi J X. Observability analysis of autonomous relative navigation system for small celestial body detection based on sequence images (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2022, 52: 214508, doi: 10.1360/SSPMA-2020-0453

隐含小天体运动信息, 同时单目视觉相机具有低成本、低功耗的优点, 可降低小天体探测的研制成本和整器功耗, 因此基于序列图像的自主相对导航系统是一类理想的小天体探测自主相对导航系统.

可观测性分析可评估导航系统的观测能力, 相关结论是提高导航系统算法效率和估计精度的关键, 是开展导航系统研究的基础. 目前, 已有学者开展了航天领域基于序列图像的相对导航系统或基于测角的相对导航系统的可观测性分析研究^[1]. Woffinden和Geller^[1]针对近地航天器编队飞行, 通过将非线性模型线性化, 分析了仅角度测量相对导航系统的可观测性. 分析结果表明, 对于线性相对轨道动力学, 在无辅助机动条件下仅角度测量无法完备估计目标运动状态, 文献[2,3]均验证了这一结论. 此后, Geller和Lovell^[4]以及Atashgah等人^[5]证明了当相对轨道动力学和非线性测量公式在圆柱坐标系下描述时, 无需进行轨道机动也可以通过序列图像获得完备的目标位置信息. Kaufman等人^[6]基于李导数建立了基于单目视觉的编队航天器相对导航系统可观测性矩阵, 分析结果表明, 序列图像相对导航系统可观测性与轨道流形相关, 对于近地轨道航天器, 当轨道流形满足特殊几何条件时, 基于序列图像的相对导航系统是局部弱可观测的. Franquiz等人^[7]给出了近地航天器轨道机动对仅测角相对导航系统可观测度的优化函数, 基于该函数可实现对轨道机动的优化设计. Wang^[8]通过格拉姆矩阵条件数, 分析了近地轨道相对轨道动力学模型不同阶次Hill-Clohesy-Wiltshire (HCW)方程对序列图像相对导航系统可观测度的影响. Perez等人^[9]将非线性系统线性化, 基于可观测性秩判据分析了球面坐标系下含J2摄动的近地航天器编队相对轨道动力学模型的可观测性. Hu等人^[10]基于格拉姆矩阵的条件数, 分析了近地编队航天器间基于视觉的相对导航系统的可观测性.

除上述研究外, 崔平远等人^[11]针对深空探测自主导航系统, 基于微分流形理论分析了自主导航系统的可观测性, 并基于条件数法分析了不同导航敏感器的可观测度. Yu等人^[12]基于微分流形理论分析了火星探测器再入过程中导航系统的可观测性, 并基于条件数法分析了导航路标分布对导航系统可观测度的影响. Xu等人^[13]给出了一种针对序列图像的可观测性矩阵构建方法, 基于局部可观测性理论给出了行星再入过程中序列图像自主导航系统状态完备估计的充分条

件. Ning等人^[14]研究了以星光仰角为观测量的自主导航系统可观测性, 利用隐式无损卡尔曼滤波(Unscented Kalman Filter, UKF)和李导数构建局部弱可观测性矩阵, 对含隐式测量的导航系统进行可观测性判断. 王大铁等人^[15]分析了基于双目序列图像估计非合作目标相对运动状态的可能性, 并给出了相对导航参数解算的流程. 现有的研究表明, 序列图像相对导航系统的可观测性与相对轨道流形特性直接相关^[6], 而小天体探测任务的相对轨道与近地卫星轨道及探测器行星再入轨道均有较大差异, 因此相关可观测性判据及可观测度分析结论难以直接推广至小天体探测任务. 此外, 由于单目序列图像导航系统在距离估计方面具有先天的弱可观测性, 现有基于HCW等线性或近似线性的轨道动力学模型的可观测性分析方法, 其线性截断误差可能导致可观测性分析结论偏离实际情况. 本文针对小天体探测相对轨道动力学模型, 利用微分几何理论, 建立了小天体探测序列图像相对导航系统可观测性矩阵, 分析了小天体探测序列图像相对导航系统的局部弱可观测性, 在此基础上利用条件数可观测度分析法研究了不同相对轨道流形对小天体探测导航系统可观测度的影响, 相关结论可指导小天体探测器轨道设计.

2 相对轨道动力学方程及观测方程

2.1 相对轨道动力学方程

对于本文讨论的小天体探测相对导航问题, 状态变量为小天体相对探测器的位置、速度, 为描述其运动规律, 需建立相对轨道动力学方程. 本文考虑探测器距离天体较远的情况, 以太阳为中心天体, 在探测器LVLH坐标系^[16]下描述相对轨道动力学方程:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \dot{x}, \\ \dot{y} &= \dot{y}, \\ \dot{z} &= \dot{z}, \\ \ddot{x} &= 2\dot{f} \cdot \dot{z} + \ddot{f} \cdot z + \dot{f}^2 \cdot x - \frac{\mu x}{\left((R-z)^2 + y^2 + x^2\right)^{\frac{3}{2}}}, \\ \ddot{y} &= -\frac{\mu y}{\left((R-z)^2 + y^2 + x^2\right)^{\frac{3}{2}}}, \\ \ddot{z} &= -2\dot{f} \cdot \dot{x} - \ddot{f} \cdot x + \dot{f}^2 \cdot z + \frac{\mu(R-z)}{\left((R-z)^2 + y^2 + x^2\right)^{\frac{3}{2}}} - \frac{\mu}{R^2}, \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ 为小天体相对探测器的位置、速度, f 为探测器在 J2000 日心黄道坐标系下的真近点角, R 为探测器质心与太阳质心间的距离. 可简化相对轨道动力学模型为如下形式:

$$\dot{\mathbf{X}} = f(\mathbf{X}), \quad (2)$$

式中, $\mathbf{X} = (x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T$.

2.2 观测方程

考虑探测器距小天体较远的情况, 受制于光学敏感器有限的焦距和分辨率, 此时小天体在光学敏感器焦面上仅呈现为几至十几个像素, 因此可简化序列图像测量模型为测角模型^[17], 观测模型可表示为

$$\mathbf{z} = h(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} + \mathbf{v} = \begin{bmatrix} \arctan\left(\frac{x_C}{y_C}\right) \\ \arcsin\left(\frac{z_C}{\rho}\right) \end{bmatrix} + \mathbf{v}, \quad (3)$$

式中, α, β 为测角信息, α, β 示意图见图 1; $\mathbf{v}$ 为观测噪声向量; x_C, y_C, z_C 为 $\mathbf{r}$ 在敏感器坐标系 C 系下的投影, x_C, y_C, z_C 与系统状态 x, y, z 存在如下转换关系: $(x_C, y_C, z_C)^T = C_b^C C_{LVLH}^b(x, y, z)^T$; 探测器相对小天体的绝对距离表示为 $\rho = \|(x_C, y_C, z_C)\|_2 = \|(x, y, z)\|_2$. 为简化计算, 本文中假设敏感器坐标系与探测器 LVLH 坐标系始终重合, 因此 $(x_C, y_C, z_C)^T = (x, y, z)^T$.

3 可观测性分析

由式(2)和(3)可见, 序列图像相对导航系统为非线性系统, 基于微分几何理论的可观测性分析方法是一种有效的非线性系统可观测性分析方法, 基于李导数得到的非线性系统局部弱可观测性可有效判断非线性系统是否具备完备估计状态的能力^[18]. 下面将基于微分几何理论分析不同轨道流形下序列图像自主相对导航系统的可观测性.

基于李导数运算法则, 可定义序列图像自主相对导航系统的李导数运算如下:

$$\begin{aligned} L_f^k h &= dL_f^{k-1} h(\mathbf{X}) f(\mathbf{X}), k \geq 1, \\ dL_f^{k-1} h(\mathbf{X}) &= \frac{\partial L_f^{k-1} h}{\partial \mathbf{X}}, \\ L_f^0 h &= h(\mathbf{X}), \end{aligned} \quad (4)$$

图 1 序列图像测角示意图

Figure 1 Schematic diagram of angle measurement of sequence images.

其中 $\mathbf{X}$ 为系统状态矢量, f, h 分别为状态方程和观测方程. 定义系统可观测性矩阵 $\mathbf{N}_A$ 为

$$\mathbf{N}_A = \begin{bmatrix} dL_f^0 h(\mathbf{X}) \\ \vdots \\ dL_f^k h(\mathbf{X}) \end{bmatrix}. \quad (5)$$

根据秩判据可知, 当 $\text{rank}(\mathbf{N}_A(\mathbf{X})) = \dim(\mathbf{X})$ 时, 系统在 $\mathbf{X}$ 处为局部弱可观测^[18].

由于系统状态 $\mathbf{X}$ 维度为 6 维, 测量信息 $\mathbf{z}$ 为 2 维, 则 $dL_f^{k-1} h(\mathbf{X})$ 为 2×6 的矩阵, 因此若使可观测性矩阵 $\mathbf{N}_A$ 满秩, 系统李导数的最小阶次 k 应为 2.

下面分别给出系统 0 至 2 阶的李导数表达式, 当 $k=0$ 时

$$L_f^0 h = h(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}; \quad (6)$$

当 $k=1$ 时, 根据李导数定义, $L_f^1 h$ 为

$$\begin{aligned} L_f^1 h &= \frac{\partial L_f^0 h}{\partial \mathbf{X}} f(\mathbf{X}) \\ &= \begin{bmatrix} \frac{-\sin(\alpha)}{\rho \cos(\beta)} \dot{x} + \frac{\cos(\alpha)}{\rho \cos(\beta)} \dot{y} \\ \frac{-\sin(\beta) \cos(\alpha)}{\rho} \dot{x} - \frac{\sin(\beta) \sin(\alpha)}{\rho} \dot{y} + \frac{\cos(\beta)}{\rho} \dot{z} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (7)$$

式(7)中, ρ 为探测器相对小天体的绝对距离;

当 $k=2$ 时, 根据李导数定义, $L_f^2 h$ 为

$$L_f^2 h = \frac{\partial L_f^1 h}{\partial \mathbf{X}} f(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} \left(\frac{\chi_1}{\rho^2 \cos^2(\beta)} - \frac{\sin(\alpha)}{\rho \cos(\beta)} \ddot{x} + \frac{\cos(\alpha)}{\rho \cos(\beta)} \ddot{y} \right) \\ \left(\frac{\chi_2}{\rho^2} - \frac{\cos(\alpha) \sin(\beta)}{\rho} \ddot{x} - \frac{\sin(\alpha) \sin(\beta)}{\rho} \ddot{y} + \frac{\cos(\beta)}{\rho} \ddot{z} + \frac{\left(\frac{\sin(\alpha) \sin(\beta) \dot{x}}{-\cos(\alpha) \sin(\beta) \dot{y}} \right) (\cos(\alpha) \dot{y} - \sin(\alpha) \dot{x})}{\rho^2 \cos^2(\beta)} \right) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

其中

$$\chi_1 = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \dot{x} \\ +\sin(\alpha) \dot{y} \end{bmatrix} (\sin(\alpha) \dot{x} - \cos(\alpha) \dot{y}) + \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \sin(\beta) \dot{y} \\ -\sin(\alpha) \sin(\beta) \dot{x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\beta) \dot{z} \\ -\sin(\beta) \cos(\alpha) \dot{x} \\ -\sin(\beta) \cos(\alpha) \dot{y} \end{bmatrix} + (\sin(\alpha) \dot{x} - \cos(\alpha) \dot{y}) \begin{bmatrix} \cos(\beta) \cos(\alpha) \dot{x} \\ +\cos(\beta) \cos(\alpha) \dot{y} \\ +\sin(\beta) \dot{z} \end{bmatrix},$$

$$\chi_2 = \begin{bmatrix} \sin(\beta) \cos(\alpha) \dot{x} \\ +\sin(\beta) \sin(\alpha) \dot{y} \\ -\cos(\beta) \dot{z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\beta) \cos(\alpha) \dot{x} \\ +\cos(\beta) \cos(\alpha) \dot{y} \\ +\sin(\beta) \dot{z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \cos(\beta) \dot{x} \\ +\sin(\alpha) \cos(\beta) \dot{y} \\ +\sin(\beta) \dot{z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\beta) \dot{z} \\ -\sin(\beta) \cos(\alpha) \dot{x} \\ -\sin(\beta) \cos(\alpha) \dot{y} \end{bmatrix}.$$

由式(6)–(8)分别计算对状态 $\mathbf{X}$ 的偏导数, 可建立序列图像相对导航系统的可观测性矩阵 $\mathbf{N}_A$:

$$\mathbf{N}_A = \begin{bmatrix} dL_f^0 h(\mathbf{X}) \\ dL_f^1 h(\mathbf{X}) \\ dL_f^2 h(\mathbf{X}) \end{bmatrix}. \quad (9)$$

值得注意的是, 尽管式(9)中涉及的各项参数变量其量纲不同, 但无需进行额外的无量纲化处理. 下面进行说明: 由式(6)及(4)可知, $dL_f^0 h(\mathbf{X})$ 的量纲为rad/km; 由式(7)可知, $dL_f^1 h(\mathbf{X})$ 的量纲为rad km⁻¹ s⁻¹, s为秒; 基于李导数运算的递推属性, 根据式(4), $dL_f^2 h(\mathbf{X})$ 的量纲为rad km⁻¹ s⁻². 由上可见, $dL_f^0 h(\mathbf{X})$, $dL_f^1 h(\mathbf{X})$, $dL_f^2 h(\mathbf{X})$ 的量纲不会导致其构成的可观测性矩阵奇异, 而本文的可观测性分析主要需计算式(9)的秩及条件数, 其量纲不是影响矩阵秩及条件数的主要因素, 因此可不 $dL_f^0 h(\mathbf{X})$, $dL_f^1 h(\mathbf{X})$, $dL_f^2 h(\mathbf{X})$ 进行额外的无量纲化处理.

216 Kleopatra是一类典型的小天体, 以该小天体为探测目标, 下面基于式(9)给出的可观测性矩阵讨论不同相对轨道流形下, 序列图像相对导航系统的可观测性. 216 Kleopatra的初始轨道根数见表1, 探测器初始轨道根数见表1和2.

表2中Cases 1–4覆盖了小天体与探测器共面及异面主要的相对轨道流形类型. Case 1表示探测器与小

行星处于同一轨道, 仅平近点角 δM 存在差异. 从图2可见, 在以Case 1为初值的整个相对轨道流形上, 可观测性矩阵 $\mathbf{N}_A$ 均满秩, 此时序列图像自主相对导航系统为全局弱可观测, 全局弱可观测性定义可参见文献[18]; 值得注意的是, 由于小天体于探测器共轨道面, 此时视线角 α 恒定, 仅视线角 β 时变, 该分析结果表明视线角 β 的变化中包含了小天体的位置和速度信息.

表 1 216 Kleopatra及深空探测器轨道根数

Table 1 The initial orbital elements of 216 Kleopatra and the explorer

轨道根数	216 Kleopatra	Explorer
α (km)	2.7953AU	2.7953AU+ $\delta\alpha$
e	0.2487	0.2487+ δe
i (°)	13.0999	13.0999+ δi
Ω (°)	215.4849	215.4849+ $\delta\Omega$
ω (°)	180.2426	180.2426+ $\delta\omega$
M (°)	123.2211	123.2211+ δM

表 2 相对轨道轨道根数

Table 2 The elements of relative orbit

轨道根数	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
$\delta\alpha$ (km)	0	10	0	0
δe	0	10/2.7953AU	0	10/2.7953AU
δi (°)	0	0	10/2.7953AU	0
$\delta\Omega$ (°)	0	0	0	10/2.7953AU
$\delta\omega$ (°)	0	0	0	0
δM (°)	10/2.7953AU	0	10/2.7953AU	0

图3表明, 当探测器与小天体的初始轨道在半长轴和偏心率存在差异时, 可观测性矩阵 $\mathbf{N}_A$ 在Case 2轨道流形下大部分满秩, 部分流形下不满足满秩条件. 表明由半长轴和偏心率差异引起的视线角 β 的动态变化并不始终包含完备的小天体位置、速度信息, 此时序列图像相对导航系统部分具有局部弱可观测性, 而不满足全局弱可观测性.

图4表明, 在小天体与探测器不共面, 且初始平近点角 δM 存在偏差时, 以Case 3为初值的整个相对轨道流形上, 可观测性矩阵均满秩. 这一结论表明, 当由 δM

引起视线角 β 产生动态变化, δi 引起视线角 α 产生变化时, 从中可提取导航所需的位置和速度信息. 图5表明, 当探测器与小天体半长轴相同, 初始偏差率及升交点赤经存在差异时, 系统为全局弱可观测. 与图3相比, 以Case 4为探测轨道类型, 更利于序列图像相对导航系统.

4 轨道流形对系统可观测度的影响分析

上一节分析了基于序列图像自主相对导航系统的

图 2 (网络版彩图) Case 1 相对轨道流形及相对导航系统可观测点在探测器LVLH系下的投影

Figure 2 (Color online) The relative orbital manifolds Case1 and the observable points of the relative navigation system described in LVLH frame of the explorer.

图 3 (网络版彩图) Case 2 相对轨道流形及相对导航系统可观测点在探测器LVLH系下的投影

Figure 3 (Color online) The relative orbital manifolds Case 2 and the observable points of the relative navigation system described in LVLH frame of the explorer.

图 4 (网络版彩图) Case 3 相对轨道流形及相对导航系统可观测点在探测器LVLH系下的投影

Figure 4 (Color online) The relative orbital manifolds Case 3 and the observable points of the relative navigation system described in LVLH frame of the explorer.

图 5 (网络版彩图) Case 4 相对轨道流形及相对导航系统可观测点在探测器LVLH系下的投影

Figure 5 (Color online) The relative orbital manifolds Case 4 and the observable points of the relative navigation system described in LVLH frame of the explorer.

可观测性, 分析结果表明, 除Case 3轨道流形为局部弱可观测外, 其余几种典型轨道流形下系统均为全局弱可观测. 本节将分析相对轨道要素 $\delta\alpha$, δi 及 δe 对系统可观测度的影响. 由于可观测性矩阵的奇异度是系统可观测度的评估指标之一^[13], 根据本文给出的基于微分流形的序列图像自主相对导航系统可观测度矩阵(式(9)), 可给出系统的可观测度评估函数如下:

$$\sigma = \frac{\sigma_{\min}(\mathbf{N}_A)}{\sigma_{\max}(\mathbf{N}_A)}, \quad (10)$$

其中 $\sigma_{\min}(\mathbf{N}_A)$ 为可观测性矩阵 $\mathbf{N}_A$ 奇异值的最小值, $\sigma_{\max}(\mathbf{N}_A)$ 为可观测性矩阵 $\mathbf{N}_A$ 奇异值的最大值; 可知当 σ 越大时系统可观测性矩阵的奇异值越小, 相应的系统可观测度越强.

首先分析探测器与小天体半长轴差异对可观测度的影响, 以Case 3轨道为分析基准, $\delta\alpha$ 以10 km为间隔分别取10–60 km, 每个轨道流形下可观测度 σ 取最大值, 仿真结果见图6. 从图6中可见, 当半长轴越大时, 系统的可观测度越弱, 表明当探测器仅在距离上远离小天体时, 系统的可观测度将降低. 由此可知, 为提高系统的可观测度, 探测器轨道的半长轴应尽量与小天体轨道半长轴接近.

对于偏心率对系统可观测度的影响, 仍以Case 3轨道为分析基准, 相对偏心率以10/2.7953AU为间隔从10/2.7953AU增加至80/2.7953AU, 从图7中可见, 系

统可观测度随相对偏心率增加而增强, 表明当探测器轨道偏率增加时, 序列图像自主相对导航系统将具有更好的估计精度.

为了分析相对轨道倾角对系统可观测度的影响, 以Case 3轨道为基准轨道, 相对轨道倾角从20/2.7953AU度依次增加至70/2.7953AU度, 可观测度数值仿真结果见图8. 从图中可见, 系统可观测度与相对轨道倾角正相关. 基于该分析结论可知, 当探测器需要改善相对导航系统精度时, 可选择通过轨道机动增加探测器与小天体的轨道倾角差异.

图 7 (网络版彩图) 相对偏心率对可观测度影响示意图

Figure 7 (Color online) The influence of the varying relative eccentricity on the observability degree.

图 6 (网络版彩图) 相对半长轴对可观测度影响示意图

Figure 6 (Color online) The influence of the varying relative semi-major axis on the observability degree.

图 8 (网络版彩图) 相对轨道倾角对可观测度影响示意图

Figure 8 (Color online) The influence of the varying relative inclination on the observability degree.

5 总结

针对小天体探测任务, 本文分析了序列图像自主相对导航系统的可观测性及可观测度. 基于微分几何法, 推导了序列图像自主相对导航系统的可观测性矩阵, 通过数值法分析了几种典型小天体探测轨道流形

下序列图像自主相对系统的可观测性, 结果表明, 小天体探测器轨道类型对系统可观测性影响明显. 此外, 本文基于条件数法分析了系统的可观测度, 分析结果表明, 系统可观测度与相对轨道倾角、相对轨道偏心率成正相关, 与相对轨道半长轴成负相关, 该结论可为小天体探测器的轨道设计提供支撑.

参考文献

- Woffinden D C, Geller D K. Observability criteria for angles-only navigation. *IEEE Trans Aerosp Electron Syst*, 2009, 45: 1194–1208
- Grzymisch J, Fichter W. Observability criteria and unobservable maneuvers for in-orbit bearings-only navigation. *J Guid Control Dyn*, 2014, 37: 1250–1259
- Grzymisch J, Fichter W. Optimal rendezvous guidance with enhanced bearings-only observability. *J Guid Control Dyn*, 2015, 38: 1131–1140
- Geller D K, Lovell T A. Angles-only initial relative orbit determination performance analysis using cylindrical coordinates. *J Astronaut Sci*, 2017, 64: 72–96
- Atashgah M A, Torkamani M R, Lavaei A. Robust positioning, preliminary orbit determination, and trajectory prediction of space debris using in-space iterative-bearing-only observations. *J Navigation*, 2017, 70: 789–809
- Kaufman E, Lovell T A, Lee T. Nonlinear observability for relative orbit determination with angles-only measurements. *J Astronaut Sci*, 2016, 63: 60–80
- Franquiz F J, Muñoz J D, Udrea B, et al. Optimal range observability maneuvers of a spacecraft formation using angles-only navigation. *Acta Astronaut*, 2018, 153: 337–348
- Wang J W. Sequential Estimation of Spacecraft Relative Orbits: Improving Observability with Nonlinearities, Chief Eccentricity, and Consensus Feedback. Dissertation for Doctoral Degree. Tucson: University of Arizona, 2018
- Perez A C, Geller D K, Lovell T A. Non-iterative angles-only initial relative orbit determination with J2 perturbations. *Acta Astronaut*, 2018, 151: 146–159
- Hu Y, Sharf I, Chen L. Three-spacecraft autonomous orbit determination and observability analysis with inertial angles-only measurements. *Acta Astronaut*, 2020, 170: 106–121
- Cui P Y, Chang X H, Cui H T. Research on observability analysis-based autonomous navigation method for deepspace (in Chinese). *J Astronaut*, 2011, 32: 2115–2124 [崔平远, 常晓华, 崔祐涛. 基于可观测性分析的深空自主导航方法研究. 宇航学报, 2011, 32: 2115–2124]
- Yu Z, Cui P, Zhu S. Observability-based beacon configuration optimization for Mars entry navigation. *J Guid Control Dyn*, 2015, 38: 643–650
- Xu C, Wang D, Huang X. Autonomous navigation based on sequential images for planetary landing in unknown environments. *J Guid Control Dyn*, 2017, 40: 2587–2602
- Ning X, Wang F, Fang J. Implicit UKF and its observability analysis of satellite stellar refraction navigation system. *Aerospace Sci Tech*, 2016, 54: 49–58
- Wang D Y, Zhang L, Zhu W H, et al. Autonomous relative navigation for noncooperative target using stereo vision measurements (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2019, 49: 024509 [王大轶, 张磊, 朱卫红, 等. 基于双目光学图像信息的空间非合作目标自主相对导航方法. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2019, 49: 024509]
- Alfriend K, Vadali S R, Gurfil P, et al. Spacecraft Formation Flying. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2009. 363–378
- Ardaens J S, Gaias G. Angles-only relative orbit determination in low earth orbit. *Adv Space Res*, 2018, 61: 2740–2760
- Hermann R, Krener A. Nonlinear controllability and observability. *IEEE Trans Automat Contr*, 1977, 22: 728–740

Observability analysis of autonomous relative navigation system for small celestial body detection based on sequence images

DONG TianShu^{1,2}, SUN BoWen² & SHI JiXin^{2*}

¹ School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;

² Beijing Institute of Spacecraft System Engineering, Beijing 100094, China

The detection of small celestial bodies is significance for exploring the origin of universe and solving the problem of earth resources. Research about the small celestial body explorer and implementation of small celestial body detection has become the focus of the future space development of various nations. Affected by the command delay of the ground control network, the small celestial body explorers need to independently obtain the position and speed information of the small celestial body, which should have the ability of autonomous relative navigation. The autonomous relative navigation based on sequence images can not only provide the angle observations of small celestial bodies, which contain the relative motion information about the small celestial bodies, but also has the advantages of low cost and low power consumption. Since that, the autonomous relative navigation based on sequence images is an ideal method for the small celestial body detection, and it has been the research hotspots in the relative navigation field. Observability analysis can evaluate the observation ability of the system, which is the basis for studying the autonomous relative navigation system based on sequence images. For the problem of nonlinearity observability analysis of the small celestial body detection autonomous relative navigation system with sequence images, this paper proposes the observability matrix based on the derivation of the 0 to 2nd order Lie derivatives of the system by the differential geometry theory. The locally weak observability of the system under the typical orbital manifolds of small celestial body detection is realized based on the rank criterion of the observability matrix, and the results show that the small celestial body explorer can fully estimate the motion state of the small celestial body by the sequence images alone. In addition, the observability degree of the system is quantified according to the condition number method, and the influence of the varying of the relative orbital manifolds on the observability degree is analyzed. The conclusion can guide the orbit design of small celestial body detectors and have certain engineering values.

sequence images, relative navigation, observability

PACS: 05.45.-a, 95.10.Eg, 95.40.+s, 42.30.-d

doi: [10.1360/SSPMA-2020-0453](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2020-0453)