

基于全息超表面天线的雷达通信一体化波束成形设计

陈光毅 张若愚* 任红 马越 缪晨 吴文

(南京理工大学电子工程与光电技术学院近程射频感知芯片与微系统教育部重点实验室 南京 210094)

摘要: 无线通信设备在新兴场景(例如, 如车联网、低轨卫星等)的大量应用使得通信用频逐渐向更高频段扩展, 进而导致其与雷达用频的重叠现象日益突出。雷达通信一体化凭借其联合信号处理能力和低功耗特性, 被视为一种解决频谱拥挤问题的有效途径。相比于传统的天线阵列架构, 全息超表面天线(HMA)通过嵌入紧密排列的超材料单元, 可以灵活配置各单元的状态以调控频率响应, 从而实现可控且高效的波束成形, 为雷达通信一体化系统提供了潜在可行选择。考虑一个基于全息超表面的雷达通信一体化系统, 在杂波环境下进行目标感知时能够为多个单天线用户提供通信服务。接下来, 该文在满足发射功率和HMA频率响应约束的前提下, 构建了最大化通信频谱效率和雷达互信息加权和的问题, 通过联合优化数字预编码器、HMA权重矩阵和接收滤波器, 实现基于HMA的雷达通信一体化波束成形设计。为求解这一非凸优化问题, 该文提出一种基于分式规划的交替优化算法。该算法首先利用分式规划技术将原始问题转化为更易于处理的子问题, 然后通过拉格朗日对偶分解和流形优化等方法对子问题进行交替优化求解。仿真结果表明, HMA阵列架构的波束成形设计在通信频谱效率与雷达互信息性能间取得了灵活的平衡, 并且其性能接近全数字阵列架构。

关键词: 雷达通信一体化; 全息超表面天线; 波束成形设计; 雷达互信息; 通信频谱效率

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

文章编号: 2095-283X(2025)04-0961-13

DOI: 10.12000/JR24246

CSTR: 32380.14.JR24246

引用格式: 陈光毅, 张若愚, 任红, 等. 基于全息超表面天线的雷达通信一体化波束成形设计[J]. 雷达学报(中英文), 2025, 14(4): 961–973. doi: 10.12000/JR24246.

Reference format: CHEN Guangyi, ZHANG Ruoyu, REN Hong, *et al.* Beamforming design for dual-functional radar-communication systems with holographic metasurface antennas[J]. *Journal of Radars*, 2025, 14(4): 961–973. doi: 10.12000/JR24246.

Beamforming Design for Dual-functional Radar-communication Systems with Holographic Metasurface Antennas

CHEN Guangyi ZHANG Ruoyu* REN Hong MA Yue
MIAO Chen WU Wen

(Key Laboratory of Near-Range RF Sensing ICs & Microsystems, School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: The widespread application of wireless communication devices in emerging scenarios (*e.g.*, Vehicle-to-Everything, Low Earth Orbit Satellites) has gradually pushed communication frequencies toward higher bands, resulting in an increasingly prominent overlap with radar frequency bands. A Dual-Functional Radar-Communication (DFRC) system, with its joint signal processing capabilities and low-power characteristics, is regarded as effective in alleviating spectrum congestion. Unlike traditional antenna array architectures,

收稿日期: 2024-12-11; 改回日期: 2025-04-10; 网络出版: 2025-05-06

*通信作者: 张若愚 ryzhang19@njust.edu.cn

*Corresponding Author: ZHANG Ruoyu, ryzhang19@njust.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(62201266, 62301254), 江苏省自然科学基金(BK20210335, BK20230916)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (62201266, 62301254), The National Natural Science Foundation of Jiangsu Province (BK20210335, BK20230916)

责任主编: 唐波 Corresponding Editor: TANG Bo

©The Author(s) 2025. This is an open access article under the CC-BY 4.0 License

(<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

Holographic Metasurface Antennas (HMAs) embed closely arranged metamaterial units, enabling the flexible configuration of each unit's state to regulate frequency responses. This facilitates controllable and energy-efficient beamforming, offering potential for application in DFRC systems. Considering an HMA-based DFRC system that performs target sensing in a cluttered environment while providing communication services to multiple single-antenna users, this paper formulates an optimization problem to maximize the weighted sum of communication spectral efficiency and radar mutual information, subject to constraints on the transmission power and HMA frequency response. It jointly optimizes the involved digital precoder, HMA weight matrix, and receive filter to realize an HMA-based DFRC beamforming design. To tackle this nonconvex optimization challenge, we propose an alternating optimization algorithm based on fractional programming. This algorithm first employs fractional programming techniques to transform the original problem into more manageable subproblems, which are then alternately solved using methods such as Lagrangian dual decomposition and manifold optimization. Simulation results show that the beamforming design with the HMA array architecture achieves a flexible tradeoff between communication spectral efficiency and radar mutual information performance, approaching the performance of a fully digital array architecture.

Key words: Dual-Functional Radar-Communication (DFRC); Holographic Metasurface Antenna (HMA); Beamforming design; Radar Mutual Information (RMI); Communication spectral efficiency

1 引言

随着信息技术的迅猛发展,无线通信与雷达系统在智慧交通、增强现实等新兴场景中的应用日益广泛。但是,新兴应用的快速普及使得通信与雷达频段重叠现象日益严重,从而进一步加剧了频谱资源的紧张局面^[1,2]。幸而,无线技术的不断发展使通信与雷达系统在硬件架构、信道特性以及信号处理等方面的相似性越来越高。因此,在同一平台上共享相同的频谱资源实现的雷达通信一体化,被视为缓解频谱资源拥堵的一种有效解决方案^[3,4]。

空间波束成形设计能够充分利用空域自由度,实现多用户通信和雷达感知功能^[5,6]。近年来,研究人员对雷达通信一体化的波束成形设计进行了广泛研究^[5,7-11]。文献[5]基于多输入多输出(Multiple Input Multiple Output, MIMO)技术,在满足发射波形协方差约束的条件下,通过最大化通信用户的最小信干噪比(Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio, SINR)来进行雷达通信一体化波束成形的设计。文献[7]则以雷达波束方向图优化为重点,在SINR约束下设计了一种最小化雷达波束方向图均方误差的方案。文献[8]分别将通信频谱效率和雷达信杂噪比作为性能指标,提出以雷达为中心和以通信为中心的优化策略,用于确定性能区域的帕累托边界。为了在满足多用户SINR约束的同时改进目标到达角方向估计,文献[9]提出了一种以最小化克拉美罗界为目标的多用户MIMO雷达通信一体化波束成形方案。文献[10]提出了一种基于雷达互信息(Radar Mutual Information, RMI)的波束成形设计框架,相较于传统基于克拉美罗下界和波束方向图优化的问题,在波束方向图和角度估计性能方面具

有更优越的表现。混合模拟/数字(Hybrid Analog/Digital, HAD)天线架构通过引入移相器网络有效降低了射频链的数量,因此也成为雷达通信一体化波束成形研究的重点方向之一。文献[11]研究了在保证雷达波束方向图性能和通信服务质量前提下的混合波束成形设计。然而,全数字(Fully-Digital, FD)架构要求每个天线单元配备独立的射频链路,混合模拟/数字阵列架构则需要额外的有源移相器网络。两种架构在大规模天线阵列中均面临硬件成本和功耗过高的挑战。

全息超表面天线(Holographic Metasurface Antenna, HMA),也称为动态超表面天线(Dynamic Metasurface Antenna, DMA),作为一种前沿的天线设计范式,在超大规模天线阵列的实现中引起了广泛关注^[12,13]。HMA阵列架构由多个微带单元组成,每个单元嵌入紧凑排列的超材料元件。通过独立的可切换组件,HMA单元能够根据入射信号的特性灵活调整频率响应,从而实现可控且高能效的波束成形^[14-16]。HMA阵列和可重构智能表面(Reconfigurable Intelligent Surface, RIS)都配备了超材料元件,但它们之间存在几个关键差异。RIS的工作方式为反射模式和透射模式,通常视为无源中继,而HMA阵列通常部署为收发器天线阵列。尽管透射式RIS可部署于收发链路之间,但其信号辐射依赖于外部馈源天线,且受限于单射频链路架构,仅能实现有限的相位调控功能,缺乏完整的基带信号处理能力^[17]。与传统的全数字阵列架构相比,HMA阵列显著减少了所需的射频链路数量,大幅降低了硬件成本和功耗。相较于HAD阵列架构,HMA阵列在相同孔径下可容纳更多的天线单元,

并在模拟域信号处理过程中无需依赖有源移相等元件,从而进一步简化硬件并节约能耗^[16,18,19]。随着研究的深入,HMA在无线领域展现出巨大应用潜力,尤其在通信频谱效率和能量效率优化方面。文献[15]提出了一种交替优化算法,通过优化数字预编码器和HMA权重矩阵,在功率和洛伦兹相位约束下实现了通信频谱效率的最大化。文献[20]研究了基于HMA的大规模MIMO系统的能量效率优化,结果表明其能量效率优于传统的全数字和HAD阵列架构。目前,HMA阵列架构在多个领域的研究中不断探索新的设计方法和性能准则,以实现更优的系统效益。凭借低硬件复杂度和灵活的波束成形能力,HMA阵列成为雷达通信一体化系统提供了一个潜在可行的方案。文献[21]研究了基于HMA的雷达通信一体化设计,采用基于半正定松弛和黎曼共轭梯度的交替优化算法,在满足通信信噪比约束的条件下,最小化雷达均方误差。然而,现有文献对全息超表面天线在雷达通信一体化设计的研究相对较少。此外,文献[21]仅研究了洛伦兹相位约束的设计,而HMA超材料元件的频率响应特性还包括幅度约束和二进制幅度约束。这些独特的频率响应特性使得传统阵列的雷达通信一体化波束成形设计方法无法直接迁移到HMA阵列中进行应用。

基于上述讨论,本文提出了一种基于全息超表面天线的雷达通信一体化波束成形设计方法。基于HMA的雷达通信一体化系统在杂波环境中实现目标感知,同时为多个单天线用户提供通信服务。具体而言,本文在满足发射功率和HMA频率响应约束的前提下,构建了最大化通信频谱效率和雷达互信息的加权和问题。鉴于该问题是一个包含非线性耦合变量的非凸问题,本文提出一种基于分式规划的交替优化算法对其进行求解。首先对目标函数运用分式规划技术进行转换,将转换后的问题拆解为多个子问题,从而有效地解耦优化变量。其次,基于拉格朗日对偶分解方法,推导了数字预编码器的闭式解。最后,为了处理施加在HMA权重矩阵上的非凸约束,本文采用二维穷举搜索和流形优化等方法,针对性地优化HMA权重矩阵。仿真结果表明,基于全息超表面天线的雷达通信一体化波束成形设计在通信频谱效率和雷达互信息性能权衡方面体现出有效性和灵活性。与具有相同天线孔径的基于移相器的混合模拟/数字阵列架构相比,所提出的方案在雷达互信息性能方面表现出更高的水平。

2 系统模型和问题建模

本文考虑一个窄带场景下的全息超表面天线的雷

达通信一体化系统,配备 N 个全息超表面天线的雷达通信一体化基站,在强信号相关杂波的环境中执行目标感知任务,并接收来自目标和杂波的散射回波,同时为 K 个单天线用户提供通信服务,如图1所示。

2.1 全息超表面天线阵列

全息超表面天线是一种先进的孔径天线设计方案,其优势在于能够在模拟域实现可控的信号处理,同时构建高成本效益和高能效的可重构大规模阵列。基于全息超表面天线的阵列由 N_s 个微带构成,每个微带中嵌入了 N_e 个超材料元件,因此基站的超材料天线总数为 $N = N_s N_e$ ^[15]。数据流 $\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_K]^T \in \mathbb{C}^{K \times 1}$ 首先经过数字预编码器 $\mathbf{F} \triangleq [\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \dots, \mathbf{f}_K] \in \mathbb{C}^{N_s \times K}$ 处理,随后通过射频链路传输至全息超表面天线平面阵列。需要注意的是,本文假设不同用户的数据符号之间相互独立。考虑到每个射频链路对应连接一个微带,系统要求射频链路数量不少于用户数量,即 $N_s \geq K$ 。预编码后的信号 $\mathbf{F}\mathbf{s}$ 经由超材料元件调制幅度和相位后辐射至无线信道。由全息超表面天线阵列发射的传输信号可表示为

$$\mathbf{x} = \mathbf{H}\mathbf{Q}\mathbf{F}\mathbf{s} \in \mathbb{C}^{N \times 1} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N \times N}$ 被建模为传播滤波器矩阵,第 $(i-1)N_e + l$ 个对角线元素代表第 i 个微带线上第 l 个超材料的滤波器系数 $h_{i,l} \in \mathbb{C}$ 。滤波器系数可以表示为 $h_{i,l} = e^{-\rho_{i,l}(\zeta_i + j\nu_i)}$, ζ_i 和 ν_i 分别是第 i 条微带线的衰减系数和波数¹⁾, $\rho_{i,l}$ 表示第 i 个微带线上第 l 个元素的相对位置^[22]。 $\mathbf{Q} \in \mathbb{C}^{N \times N_s}$ 表示一个可配置的HMA权重矩阵,具体为

$$\mathbf{Q} = \text{blkdiag} \{ \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_i, \dots, \mathbf{q}_{N_s} \} \in \mathbb{C}^{N \times N_s} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{q}_i = [q_{i,1}, q_{i,2}, \dots, q_{i,N_e}]^T \in \mathbb{C}^{N_e \times 1}$ 表示第 i 个微

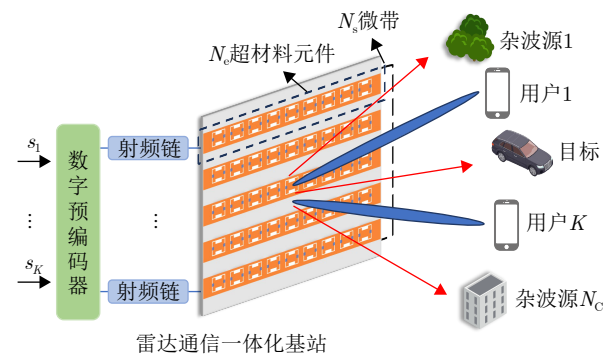


图1 基于全息超表面天线的雷达通信一体化系统

Fig. 1 Dual-Functional Radar-Communication systems based on holographic metasurface antenna

¹⁾ 衰减系数和波数主要取决于微带线的介电常数、磁导率、物理尺寸以及工作频率^[13]。

带的响应特性, $q_{i,l}$ 则表示第*i*个微带上第*l*个超材料元件的频率响应。由于每个超材料元件本质上是一个谐振电路, 其频率响应通常以如下3种约束条件进行建模^[23]:

- (1) 仅幅度约束: 频率响应的幅度范围定义为 $\mathcal{Q} = [a, b]$, 其中 $b > a \geq 0$;
- (2) 二进制幅度约束: 频率响应取值限定为 $\mathcal{Q} = \{0, c\}$, 其中 $c > 0$;
- (3) 洛伦兹相位约束: 频率响应可表示为 $\mathcal{Q} \triangleq \{(j + e^{j\vartheta})/2 \mid \vartheta \in [0, 2\pi]\}$, 其中 ϑ 表示每个超材料元件的可调相位参数。

2.2 通信传输模型

本文假设基站已知完美的信道状态信息。第*k*个用户接收到的信号可以表示为^[22]

$$\begin{aligned} y_k &= \mathbf{g}_k^H \mathbf{x} + n_k \\ &= \mathbf{g}_k^H \mathbf{H} \mathbf{Q} \mathbf{f}_k s_k + \sum_{j \neq k}^K \mathbf{g}_k^H \mathbf{H} \mathbf{Q} \mathbf{f}_j s_j + n_k \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $\mathbf{g}_k \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 表示基站与第*k*个用户之间的信道, $n_k \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_k^2)$ 为独立同分布的复高斯噪声, 方差为 σ_k^2 。基于式(3), 第*k*个用户的信干噪比可以表示为

$$\text{SINR}_k = \frac{|\mathbf{g}_k^H \mathbf{H} \mathbf{Q} \mathbf{f}_k|^2}{\sum_{j \neq k}^K |\mathbf{g}_k^H \mathbf{H} \mathbf{Q} \mathbf{f}_j|^2 + \sigma_k^2} \quad (4)$$

因此, *K*个用户的频谱效率为

$$\text{SE} = \sum_{k=1}^K \ln(1 + \text{SINR}_k) \quad (5)$$

2.3 雷达感知模型

除了向多个用户传输通信信号外, 发射波形还同时承担雷达感知的功能。假设存在 N_c 个静止杂波源作为目标感知的干扰, 发射的符号被感知目标和杂波反射。这些反射信号随后被雷达接收机接收^[24]。因此, 雷达接收机接收到回波信号可以表示为²⁾

$$\mathbf{y}_s = \mathbf{A}_0^H \mathbf{H} \mathbf{Q} \mathbf{F} \mathbf{s} + \sum_{c=1}^{N_c} \mathbf{A}_c^H \mathbf{H} \mathbf{Q} \mathbf{F} \mathbf{s} + \mathbf{n}_s \quad (6)$$

其中, $\mathbf{n}_s \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma_s^2 \mathbf{I}_N)$ 表示雷达链路中的加性高斯白噪声。 $\mathbf{A}_0 = \alpha_0 \mathbf{a}(\phi_0^{\text{azi}}, \phi_0^{\text{ele}}) \mathbf{a}^H(\phi_0^{\text{azi}}, \phi_0^{\text{ele}})$ 和 $\mathbf{A}_c =$

$\alpha_c \mathbf{a}(\phi_c^{\text{azi}}, \phi_c^{\text{ele}}) \mathbf{a}^H(\phi_c^{\text{azi}}, \phi_c^{\text{ele}})$, $\forall c$ 分别表示等效的雷达目标和杂波信道。 α_0 和 α_c 分别表示目标和杂波的雷达截面积(Radar Cross Section, RCS), 服从复高斯分布, 分别为 $\alpha_0 \sim \mathcal{CN}(0, \varsigma_0)$ 和 $\alpha_c \sim \mathcal{CN}(0, \varsigma_c)$, $\forall c$ ^[24]。 $\mathbf{a}(\phi_0^{\text{azi}}, \phi_0^{\text{ele}})$ 和 $\mathbf{a}(\phi_c^{\text{azi}}, \phi_c^{\text{ele}})$ 分别表示基站与目标和杂波*c*之间的阵列响应向量, 其中 ϕ_0^{azi} 和 ϕ_0^{ele} 分别表示感兴趣目标的方位角和俯仰角, 而 ϕ_c^{azi} 和 ϕ_c^{ele} 表示杂波*c*的方位角和俯仰角。在二维平面阵列中, 阵列响应向量 $\mathbf{a}(\phi^{\text{azi}}, \phi^{\text{ele}})$ 可以具体表示为

$$\mathbf{a}(\phi^{\text{azi}}, \phi^{\text{ele}}) = \mathbf{a}_x(\phi^{\text{azi}}, \phi^{\text{ele}}) \otimes \mathbf{a}_y(\phi^{\text{ele}}) \quad (7)$$

其中, $\mathbf{a}_x(\phi^{\text{azi}}, \phi^{\text{ele}})$ 和 $\mathbf{a}_y(\phi^{\text{ele}})$ 分别表示方位和俯仰角的导向矢量, 由式(8)给出:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_x(\phi^{\text{azi}}, \phi^{\text{ele}}) &= \frac{1}{\sqrt{N_e}} \left[1, e^{j \frac{2\pi}{\lambda_c} d_e \sin \phi^{\text{ele}} \sin \phi^{\text{azi}}}, \dots, \right. \\ &\quad \left. e^{j(N_e-1) \frac{2\pi}{\lambda_c} d_e \sin \phi^{\text{ele}} \sin \phi^{\text{azi}}} \right]^T, \\ \mathbf{a}_y(\phi^{\text{ele}}) &= \frac{1}{\sqrt{N_s}} \left[1, e^{j \frac{2\pi}{\lambda_c} d_s \cos \phi^{\text{ele}}}, \dots, \right. \\ &\quad \left. e^{j(N_s-1) \frac{2\pi}{\lambda_c} d_s \cos \phi^{\text{ele}}} \right]^T \end{aligned} \quad (8)$$

其中, λ_c 是信号的波长, d_s 表示微带间距, d_e 表示超材料元件的间距。

为抑制干扰信号, 提高目标感知性能, 对回波信号 $\mathbf{y}_s$ 进行滤波。将接收滤波器记为 $\mathbf{w} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$, 则接收滤波器的输出表示为

$$\begin{aligned} y_s &= \mathbf{w}^H \mathbf{y}_s \\ &= \mathbf{w}^H \mathbf{A}_0^H \mathbf{H} \mathbf{Q} \mathbf{F} \mathbf{s} + \sum_{c=1}^{N_c} \mathbf{w}^H \mathbf{A}_c^H \mathbf{H} \mathbf{Q} \mathbf{F} \mathbf{s} + \mathbf{w}^H \mathbf{n}_s \end{aligned} \quad (9)$$

因此, 接收滤波器输出的信号杂波噪声比可以计算为^[25]

$$\text{SCNR} = \frac{\|\mathbf{a}_0^H \mathbf{H} \mathbf{Q} \mathbf{F}\|^2}{\sum_{c=1}^{N_c} \|\mathbf{a}_c^H \mathbf{H} \mathbf{Q} \mathbf{F}\|^2 + \mathbf{w}^H \mathbf{w} \sigma_s^2} \quad (10)$$

其中, $\mathbf{a}_0 = \mathbf{A}_0 \mathbf{w}$ 和 $\mathbf{a}_c = \mathbf{A}_c \mathbf{w}$, $\forall c$ 。本文的目标是在存在杂波的情况下提高目标检测性能, 为此我们采用雷达互信息作为雷达性能指标, 以量化雷达通信一体化基站从接收到的回波中提取有用信息的能力。根据文献^[24], 雷达互信息可以表示为

$$\text{RMI} = \ln(1 + \text{SCNR}) \quad (11)$$

2.4 问题建模

本文旨在通过设计数字预编码器 $\mathbf{F}$ 、HMA权重

²⁾不失为一般性, 我们假设目标缓慢移动或保持静止, 因此多普勒频移可以忽略不计。

矩阵 $\mathbf{Q}$ 和接收滤波器 $\mathbf{w}$ ，以最大化通信频谱效率和雷达互信息的加权和。基于上述目标，构建如下加权优化问题：

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_1 : \max_{\mathbf{F}, \mathbf{Q}, \mathbf{w}} \quad & \varpi \text{SE} + (1 - \varpi) \text{RMI} \\ \text{s.t.} \quad & \mathcal{C}_1 : \|\mathbf{H}\mathbf{Q}\mathbf{F}\|_{\text{F}}^2 \leq P_{\max} \\ & \mathcal{C}_2 : q_{i,l} \in \mathcal{Q}, \forall i, l \end{aligned} \quad (12)$$

其中， $\varpi \in [0, 1]$ 是加权系数，用于权衡通信和雷达之间的性能。 $\mathcal{C}_1$ 表示基站发射功率不超过 $P_{\max}$ ； $\mathcal{C}_2$ 表示每一个HMA元素都受到不同类型的约束。优化问题 $\mathcal{P}_1$ 的求解面临以下3个主要挑战：(1) 目标函数包含分数形式和对数表达式，导致问题具有非凸特性；(2) 数字预编码器与HMA权重矩阵之间存在高度非线性耦合，这使得 $\mathbf{F}$ 和 $\mathbf{Q}$ 的联合优化变得极其困难；(3) HMA权重矩阵具有特殊的块对角结构，且其元素受到3种不同类型约束的限制。特别地，洛伦兹相位约束和二进制幅度约束的引入进一步增加了问题的复杂性。由于该问题具有非凸性，本文提出一种基于分式规划的交替优化算法，通过分步优化变量子集(辅助变量、数字预编码器、HMA权重矩阵与接收滤波器)，来获得局部最优解。

3 基于分式规划的交替优化算法

本节提出一种基于分式规划的交替优化算法来解决所考虑的优化问题 $\mathcal{P}_1$ ，该算法有效地解决了目标函数的非凸性、优化变量的非线性耦合和施加在HMA矩阵上的非凸约束。具体而言，针对目标函数的非凸特性，本文首先应用分式规划技术对其进行转换，并将转换后的问题拆分为多个子问题，从而有效解耦优化变量。对于数字预编码器的设计，采用基于拉格朗日对偶分解方法推导出 $\mathbf{F}$ 的闭式解。通过二维穷举搜索和流形优化等技术，处理非凸约束 $\mathcal{C}_2$ ，针对性地优化HMA权重矩阵从而完成问题的求解。

3.1 目标函数转换

值得注意的是，问题 $\mathcal{P}_1$ 的目标函数由通信频谱效率和雷达互信息的加权和组成，包含多个对数分式项 $\ln(1 + A/B)$ ，这为求解带来了挑战。文献[26]提出的分式规划技术，运用拉格朗日对偶变换和二次转换，能够将原问题转化为更易处理的形式。因此，本文首先引入拉格朗日对偶变换，并通过辅助变量 $\mu^c = [\mu_1^c, \mu_2^c, \dots, \mu_K^c]^T$ 和 μ^s 分别重构通信频谱效率和雷达互信息，具体为

$$\sum_{k=1}^K \ln(1 + \mu_k^c) - \sum_{k=1}^K \mu_k^c + \sum_{k=1}^K \frac{(1 + \mu_k^c) |\mathbf{g}_k^H \mathbf{H} \mathbf{Q} \mathbf{f}_k|^2}{\sum_{j=1}^K |\mathbf{g}_k^H \mathbf{H} \mathbf{Q} \mathbf{f}_j|^2 + \sigma_k^2} \quad (13)$$

$$\ln(1 + \mu^s) - \mu^s + \frac{(1 + \mu^s) \|\mathbf{a}_0^H \mathbf{H} \mathbf{Q} \mathbf{F}\|^2}{\sum_{c=1}^{N_c} \|\mathbf{a}_c^H \mathbf{H} \mathbf{Q} \mathbf{F}\|^2 + \|\mathbf{a}_0^H \mathbf{H} \mathbf{Q} \mathbf{F}\|^2 + \mathbf{w}^H \mathbf{w} \sigma_s^2} \quad (14)$$

通过式(13)和式(14)的变换，优化变量从 $\ln(\cdot)$ 中提取并整合到分式项中。为进一步简化问题，本文引入新的辅助变量 $\xi^c = [\xi_1^c, \xi_2^c, \dots, \xi_K^c]^T$ 和 $\xi^s = [\xi_1^s, \xi_2^s, \dots, \xi_K^s]^T$ ，分别对式(13)和式(14)中的分式项进行二次转换，具体为[26]

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_c = & \sum_{k=1}^K \ln(1 + \mu_k^c) - \sum_{k=1}^K \mu_k^c + \sum_{k=1}^K 2\sqrt{1 + \mu_k^c} \\ & \cdot \Re\{\xi_k^{c*} \mathbf{g}_k^H \mathbf{H} \mathbf{Q} \mathbf{f}_k\} - \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^K |\xi_k^c|^2 |\mathbf{g}_k^H \mathbf{H} \mathbf{Q} \mathbf{f}_j|^2 \\ & - \sum_{k=1}^K |\xi_k^c|^2 \sigma_k^2 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_s = & \ln(1 + \mu^s) - \mu^s + \sum_{k=1}^K 2\sqrt{1 + \mu^c} \Re\{\xi_k^{s*} \mathbf{a}_0^H \mathbf{H} \mathbf{Q} \mathbf{f}_k\} \\ & - \|\xi^s\|^2 \left(\sum_{c=1}^{N_c} \|\mathbf{a}_c^H \mathbf{H} \mathbf{Q} \mathbf{F}\|^2 + \|\mathbf{a}_0^H \mathbf{H} \mathbf{Q} \mathbf{F}\|^2 \right. \\ & \left. + \mathbf{w}^H \mathbf{w} \sigma_s^2 \right) \end{aligned} \quad (16)$$

经过上述拉格朗日对偶变换和二次转换，问题 $\mathcal{P}_1$ 被重新表述如下优化问题

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_2 : \max_{\Theta} \quad & \varpi \mathcal{G}_c + (1 - \varpi) \mathcal{G}_s \\ \text{s.t.} \quad & \mathcal{C}_1 : \|\mathbf{H}\mathbf{Q}\mathbf{F}\|_{\text{F}}^2 \leq P_{\max} \\ & \mathcal{C}_2 : q_{i,l} \in \mathcal{Q}, \forall i, l \end{aligned} \quad (17)$$

其中， $\Theta = \{\mathbf{Q}, \mathbf{F}, \mu^c, \mu^s, \xi^c, \xi^s, \mathbf{w}\}$ 定义为优化变量集合。

考虑到 Θ 中各优化变量之间存在复杂的耦合关系，以及施加在HMA权重矩阵上的非凸约束 $\mathcal{C}_2$ ，接下来提出交替优化算法来迭代优化 Θ 中的变量，以解决问题 $\mathcal{P}_2$ 。

3.2 辅助变量的优化

在3.1节中，通过引入辅助变量 μ^c 、 μ^s 、 ξ^c 和 ξ^s 将目标函数进行转换。本节在接收滤波器、数字预编码器和HMA权重矩阵固定的前提下，通过求解方程 $\partial \mathcal{G}_s / \partial \mu^s = 0$ 和 $\partial \mathcal{G}_s / \partial \xi_k^s = 0$ ，得到 μ^s 和 ξ_k^s 的最优解，具体为

$$\mu^{s*} = \frac{\|a_0^H H Q F\|^2}{\sum_{c=1}^{N_C} \|a_c^H H Q F\|^2 + w^H w \sigma_s^2} \quad (18)$$

$$\xi_k^{s*} = \frac{\sqrt{1 + \mu^s} a_0^H H Q f_k}{\|a_0^H H Q F\|^2 + \sum_{c=1}^{N_C} \|a_c^H H Q F\|^2 + w^H w \sigma_s^2}, \forall k \quad (19)$$

采用类似的推导方法, 求解方程 $\partial \mathcal{G}_c / \partial \mu_k^c = 0$ 和 $\partial \mathcal{G}_c / \partial \xi_k^c = 0$, 可得辅助变量 μ_k^{c*} 和 ξ_k^{c*} 的最优解如下:

$$\mu_k^{c*} = \frac{|g_k^H H Q f_k|^2}{\sum_{j \neq k}^K |g_k^H H Q f_j|^2 + \sigma_k^2}, \forall k \quad (20)$$

$$\xi_k^{c*} = \frac{\sqrt{1 + \mu_k^c} g_k^H H Q f_k}{\sum_{j=1}^K |g_k^H H Q f_j|^2 + \sigma_k^2}, \forall k \quad (21)$$

3.3 数字预编码器设计

在辅助变量、接收滤波器和HMA权重矩阵固定的条件下, 本节考虑数字预编码器 F 的设计。

通过从 $\mathcal{P}_2$ 的目标函数中提取与 F 相关的项, 可以更简洁地重新表述问题 $\mathcal{P}_2$, 即

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_3 : \min_{\{f_k\}} & \sum_{k=1}^K (f_k^H \Lambda f_k - 2\Re\{f_k^H \zeta_k\}) \\ \text{s.t.} & \mathcal{C}_1 : \sum_{k=1}^K \|H Q f_k\|^2 \leq P_{\max} \end{aligned} \quad (22)$$

其中

$$\begin{aligned} \Lambda &= \varpi \sum_{j=1}^K |\xi_j^c|^2 \tilde{g}_j \tilde{g}_j^H + (1 - \varpi) \|\xi^s\|^2 \\ &\cdot \left(\tilde{a}_0 \tilde{a}_0^H + \sum_{c=1}^{N_C} \tilde{a}_c \tilde{a}_c^H \right) \end{aligned} \quad (23)$$

$$\zeta_k = \varpi \sqrt{1 + \mu_k^c} \tilde{g}_k \xi_k^c + (1 - \varpi) \sqrt{1 + \mu^s} \tilde{a}_0 \xi_k^s, \forall k \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \tilde{a}_0 &= Q^H H^H a_0, \tilde{a}_c = Q^H H^H a_c, \forall c, \\ \tilde{g}_k &= Q^H H^H g_k, \forall k \end{aligned} \quad (25)$$

由于 Λ 为正定矩阵, 问题 $\mathcal{P}_3$ 构成关于 f_k 的凸优化问题, 其最优解可通过拉格朗日乘子法求得。在目标函数中引入功率约束的拉格朗日乘子 $\lambda \geq 0$ 后, 可基于拉格朗日对偶分解方法推导出 f_k 的闭式解。相应的拉格朗日函数可表示为

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\lambda &= \sum_{k=1}^K (f_k^H \Lambda f_k - 2\Re\{f_k^H \zeta_k\}) \\ &+ \lambda \left(\sum_{k=1}^K \|H Q f_k\|^2 - P_{\max} \right) \end{aligned} \quad (26)$$

采用(Karush-Kuhn-Tucker, KKT)条件求解该对偶问题, 其必要条件如下:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}_\lambda}{\partial f_k} = 0, \forall k, \\ \sum_{k=1}^K \|H Q f_k\|^2 - P_{\max} \leq 0, \\ \lambda \geq 0, \\ \lambda \left(\sum_{k=1}^K \|H Q f_k\|^2 - P_{\max} \right) = 0 \end{cases} \quad (27)$$

对拉格朗日函数求关于 f_k 的偏导数并令其等于零, 即 $\partial \mathcal{L}_\lambda / \partial f_k = 0$, 可得 f_k 的闭式解为

$$f_k^* = (\Lambda + \lambda^* I)^\dagger \zeta_k, \forall k \quad (28)$$

其中, λ^* 表示最优拉格朗日乘子, 可通过二分法搜索获得, 具体步骤如算法1所示。当 λ^* 满足KKT条件中的互补松弛条件时, 即可确定其最优值。

3.4 HMA权重矩阵的优化

在保持辅助变量、接收滤波器和数字预编码器的固定下, 本节考虑HMA权重矩阵 Q 的优化。由于矩阵 Q 具有块对角结构特性, 优化问题难以直接求解。为解决该问题, 可将矩阵 Q 中的HMA元素提取并重组为向量 $q = [q_1^T, q_2^T, \dots, q_{N_s}^T]^T$ 。引入全1块对角矩阵 $B \in \mathbb{C}^{N \times N_s}$, 原始优化问题可重新表述为如下紧凑形式:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_4 : \min_q & q^H V q - 2\Re\{q^H \tau\} \\ \text{s.t.} & \mathcal{C}_1 : [q]_n \in \mathcal{Q}, n = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (29)$$

其中

算法1 搜索对偶变量 λ 的二分法

Alg. 1 Bisection method for searching dual variable λ

输入: 初始化上下界 $\lambda_{\max}$, $\lambda_{\min}$ 和容差 ε 。

输出: 最优对偶变量 λ^* 。

步骤:

1: 设置 $\lambda = (\lambda_{\max} + \lambda_{\min})/2$ 。

2: 如果 $\sum_{k=1}^K \|H Q f_k\|^2 \leq P_{\max}$, 则 $\lambda_{\max} = \lambda$; 否则, $\lambda_{\min} = \lambda$ 。

3: 计算 $\text{res} = |\lambda_{\max} - \lambda_{\min}|$ 。

4: 如果 $\text{res} > \varepsilon$, 则返回步骤1; 否则, $\lambda^* = \lambda$ 。

$$V = \varpi \sum_{k=1}^K |\xi_k^c|^2 \sum_{j=1}^K \hat{g}_{k,j}^* \hat{g}_{k,j}^T + (1 - \varpi) \|\xi^s\|^2 \cdot \left(\hat{A}_0^* \hat{A}_0^T + \sum_{c=1}^{N_c} \hat{A}_c^* \hat{A}_c^T \right) \quad (30)$$

$$\tau = \varpi \sum_{k=1}^K \hat{g}_{k,k}^* \xi_k^c + (1 - \varpi) \sqrt{1 + \mu^s} \hat{A}_0^* \xi^s \quad (31)$$

$$\hat{A}_c = \text{diag}\{\mathbf{a}_c^H\} \mathbf{H} \mathbf{B} \mathbf{F}, \forall c, \hat{A}_0 = \text{diag}\{\mathbf{a}_0^H\} \mathbf{H} \mathbf{B} \mathbf{F}, \hat{g}_{k,j} = \text{diag}\{\mathbf{g}_k^H\} \mathbf{H} \mathbf{B} \mathbf{f}_k, \forall k, j \quad (32)$$

回顾2.1节，超材料元件的频率响应可分为3类：仅幅度响应、二进制幅度响应和洛伦兹相位约束响应。针对这3种不同情况，下面将分别进行HMA权重矩阵的定制优化。

3.4.1 仅幅度响应

当超材料元件接近谐振状态时，通过调整阻尼因子可调控其响应幅度。这一特性使基于HMA的阵列能够在仅幅度调节模式下运行。据此，问题 $\mathcal{P}_4$ 可表述为

$$\mathcal{P}_{4.1} \min_{\mathbf{q}} \mathbf{q}^H \mathbf{V} \mathbf{q} - 2\Re\{\mathbf{q}^H \tau\} \quad \text{s.t.} \quad \mathcal{C}_1 : [\mathbf{q}]_n \in [a, b], b > a \geq 0, \forall n \quad (33)$$

由于约束 $\mathcal{C}_1$ 具有线性特性，问题 $\mathcal{P}_{4.1}$ 构成凸二次规划二次约束问题，可通过MATLAB的CVX工具箱对其进行高效求解。

3.4.2 二进制幅度响应

一种实用的超表面调控方法是在“开”和“关”两种状态间切换。此时，每个元件的幅度被限制为“关”(0)和“开”(c)状态，即 $[\mathbf{q}]_n \in \{0, c\}$ 。基于此，问题 $\mathcal{P}_4$ 可表述为二进制幅度优化问题：

$$\mathcal{P}_{4.2} : \min_{\mathbf{q}} \mathcal{G}_b = \mathbf{q}^H \mathbf{V} \mathbf{q} - 2\Re\{\mathbf{q}^H \tau\} \quad \text{s.t.} \quad \mathcal{C}_1 : [\mathbf{q}]_n \in \{0, c\}, \forall n \quad (34)$$

本文提出一种低复杂度二维穷举搜索方法以确定 $\mathbf{q}$ 的配置。具体而言，在固定其他元素的条件下，依次更新每个元素 $[\mathbf{q}]_n$ 。据此，定义：

$$\mathbf{q} = \underbrace{[[\mathbf{q}]_1, [\mathbf{q}]_2, \dots, [\mathbf{q}]_{n-1}]}_{\text{fixed}}, \underbrace{[\mathbf{q}]_n}_{\text{updated}}, \underbrace{[\mathbf{q}]_{n+1}, \dots, [\mathbf{q}]_N}_{\text{fixed}}^T \quad (35)$$

对于向量 $\mathbf{q}$ 中第 n 个元素的优化，可将其表述为如下子问题：

$$[\mathbf{q}]_n^* = \arg \min_{[\mathbf{q}]_n \in \{0, c\}} \mathcal{G}_b \quad (36)$$

其中， $[\mathbf{q}]_n$ 仅取值0或 c ，采用穷举搜索方法求解的计算复杂度为 $O(2N)$ 。

3.4.3 洛伦兹相位约束响应

由于洛伦兹共振特性，超材料元件通常呈现幅度和相位间的耦合关系，这赋予HMA阵列在波束成形方面更强的灵活性。考虑洛伦兹相位约束时，问题 $\mathcal{P}_4$ 可表述为

$$\mathcal{P}_{4.3} : \min_{\mathbf{q}} \mathbf{q}^H \mathbf{V} \mathbf{q} - 2\Re\{\mathbf{q}^H \tau\} \quad \text{s.t.} \quad \mathcal{C}_1 : [\mathbf{q}]_n \in \left\{ \frac{j + e^{j\vartheta_n}}{2} \mid \vartheta_n \in [0, 2\pi] \right\}, \forall n \quad (37)$$

在洛伦兹相位约束条件下，每个 $[\mathbf{q}]_n$ 可分解为两部分：虚数单位项 j 和包含可调相位的指数项 $e^{j\vartheta_n}$ 。分离出需优化的指数项 $\boldsymbol{\theta} = 2\mathbf{q} - j$ ，其中 j 表示分量均为虚数单位的向量。据此，上述问题可转化为关于 $\boldsymbol{\theta}$ 的优化问题：

$$\mathcal{P}_{4.4} : \min_{\boldsymbol{\theta}} f(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{4} \boldsymbol{\theta}^H \mathbf{V} \boldsymbol{\theta} - \Re\left\{ \boldsymbol{\theta}^H \left(\tau - \frac{1}{2} \mathbf{V} j \right) \right\} \quad \text{s.t.} \quad \mathcal{C}_1 : |[\boldsymbol{\theta}]_n| = 1, \forall n \quad (38)$$

求解问题 $\mathcal{P}_{4.4}$ 的关键难点在于单位模约束 $|[\boldsymbol{\theta}]_n| = 1$ 。基于黎曼流形上的优化自动满足单位模约束^[27]，故可采用流形优化(Manifold Optimization, MO)算法求取问题 $\mathcal{P}_{4.4}$ 的局部最优解。具体而言，每次迭代包含3个主要步骤。

第1步，计算黎曼梯度，即 $f(\boldsymbol{\theta})$ 梯度在切线空间上的正交投影，具体表达式如下：

$$\text{grad}_{\boldsymbol{\theta}_t} f = \nabla_{\boldsymbol{\theta}_t} f - \Re\{\nabla_{\boldsymbol{\theta}_t} f \circ \boldsymbol{\theta}_t^*\} \circ \boldsymbol{\theta}_t \quad (39)$$

其中，“ $\circ$ ”表示两个矩阵之间的Hadamard积，下标 t 表示流形优化的第 t 次迭代， $\nabla_{\boldsymbol{\theta}_t} f$ 表示欧几里得共轭梯度，具体表示如下：

$$\nabla_{\boldsymbol{\theta}_t} f = \frac{1}{2} \mathbf{V} \boldsymbol{\theta}_t - \tau + \frac{1}{2} \mathbf{V} j \quad (40)$$

第2步，通过如下更新规则在黎曼空间中找到共轭梯度方向：

$$\mathbf{d}_{t+1} = -\text{grad}_{\boldsymbol{\theta}_t} f + \kappa_t \mathcal{T}(\mathbf{d}_t) \quad (41)$$

其中， κ_t 被选为Polak-Ribiere参数，以实现快速收敛^[28]。 $\mathcal{T}(\cdot)$ 表示为

$$\mathcal{T}(\mathbf{d}_t) = \mathbf{d}_t - \Re\{\mathbf{d}_t \circ \boldsymbol{\theta}_{t+1}^*\} \circ \boldsymbol{\theta}_{t+1} \quad (42)$$

第3步是执行回缩操作，这是将点从切空间映射回复圆流形的过程。应用以下更新规则：

$$\mathbf{d}_t \leftarrow \text{vec} \left\{ \frac{\boldsymbol{\theta}_t + \delta_t \mathbf{d}_t}{|\boldsymbol{\theta}_t + \delta_t \mathbf{d}_t|} \right\} \quad (43)$$

其中， δ_t 为Armijo步长^[28]。根据文献^[29]中的定理4.3.1，该算法能够保证收敛到目标函数梯度为零的临界点。**算法2**总结了基于流形优化算法求解

算法2 基于流形优化算法求解问题 $\mathcal{P}_{4.4}$ Alg. 2 Solving problem $\mathcal{P}_{4.4}$ based on MO algorithm输入: V, τ, θ_0 和 $t = 0$ 。输出: θ 。

步骤:

- 1: $t = t + 1$ 。
- 2: 选择Armijo步长 δ_t 。
- 3: 根据式(43)找到下一个点 θ_t 。
- 4: 根据式(39)计算 $\text{grad}_{\theta_t} f$ 。
- 5: 更新Polak-Ribiere参数 κ_t 。
- 6: 如果目标函数梯度为零的临界点, 则输出 θ ; 否则, 返回步骤1。

问题 $\mathcal{P}_{4.4}$ 的算法。求得 θ 的解后, 可通过重塑 $Q = \text{diag}\{\theta + j\}B/2$ 来配置HMA的权重矩阵。

3.5 接收滤波器的优化

在完成辅助变量、数字预编码器和HMA权重矩阵的更新后, 本节考虑接收滤波器的优化。与3.2节中辅助变量的优化类似, 对接收滤波器 w 的优化同样可以转化为一个无约束凸优化问题。通过求解导数方程 $\partial \mathcal{G}^s / \partial w = 0$, 即可获得 w 的最优解:

$$w^* = \frac{\sqrt{1 + \mu^s} \sum_{k=1}^K \xi_k^s f_k^H Q^H H^H A_0^H}{\|\xi^s\|^2 \left(B_0 B_0^H + \sum_{c=1}^{N_c} B_c B_c^H + \sigma_s^2 I \right)} \quad (44)$$

其中, $B_0 = A_0^H H Q F$ 和 $B_c = A_c^H H Q F, \forall c$ 。

算法3总结了基于分式规划的交替优化算法。该算法包含4个阶段: 步骤1更新辅助变量 μ^c, ξ^s, μ^s 和 ξ^c ; 步骤2通过拉格朗日对偶分解方法更新数字预编码器 F ; 步骤3—步骤7根据不同频率响应条件(幅度约束、二进制幅度约束和洛伦兹相位约束)更新HMA权重矩阵 Q ; 步骤8更新接收滤波器 w 。如果两次迭代中目标函数的差值小于阈值 $\varepsilon = 10^{-3}$, 则判定算法已经收敛, 此时输出 Q, F 和 w ; 否则, 继续执行步骤1—步骤8。

3.6 收敛性和复杂性分析

收敛性分析: 本文提出的基于分式规划的交替优化算法(算法3)旨在解决非凸优化问题 $\mathcal{P}_1$ 。具体而言, 定义 $\Upsilon^{(t)}, F^{(t)}, Q^{(t)}$ 和 $w^{(t)}$ 分别为辅助变量集合 $\Upsilon = \{\mu^c, \xi^s, \mu^s, \xi^c\}$ 、数字预编码器、HMA权重矩阵和接收滤波器在第 t 次迭代中的解。在交替优化过程中, 每次迭代的最优解被用作下一次迭代的初始值, 从而确保目标函数值在迭代过程中单调不减, 即

$$\begin{aligned} f(\Upsilon^{(t)}, F^{(t)}, Q^{(t)}, w^{(t)}) \\ \leq f(\Upsilon^{(t+1)}, F^{(t)}, Q^{(t)}, w^{(t)}) \\ \leq \dots \leq f(\Upsilon^{(t+1)}, F^{(t+1)}, Q^{(t+1)}, w^{(t+1)}) \end{aligned} \quad (45)$$

其中, $f(\Upsilon^{(t)}, F^{(t)}, Q^{(t)}, w^{(t)})$ 表示问题 $\mathcal{P}_1$ 的目标函数。不等式表明, 每次子问题的优化(如更新 $\Upsilon^{(t)}$ 到 $\Upsilon^{(t+1)}$)都不会使目标函数值下降, 且后续变量的更新进一步维持或提升了这一趋势。由此可见, 每次迭代更新后的变量都能保证目标函数值不低于更新前的值。鉴于目标函数值存在上限, 算法3最终将收敛至局部最优值。

复杂度分析: 如算法3所示, 算法的主要计算复杂度集中在数字预编码器、HMA权重矩阵和接收滤波器的更新。数字预编码器的计算复杂度为 $O(KN_s^3 I_1)$, 其中 I_1 是二分法的迭代次数。对于HMA权重矩阵的更新, 仅幅度响应的复杂度为 $O(N^{3.5})$, 二进制幅度响应为 $O(2N)$ 。通过流行优化算法优化HMA权重矩阵, 复杂性主要来自梯度计算, 因此洛伦兹相位约束响应的计算复杂度为 $O(N^2)$ 。接收滤波器 w 的计算复杂度约为 $O(N^3)$ 。因此, 算法针对3种HMA权重的总体计算复杂度分别为 $O((N_s^3 + N^{3.5} + N^3)I_2)$, $O((N_s^3 + 2N + N^3)I_2)$ 和 $O((N_s^3 + N^2 + N^3)I_2)$, 其中 I_2 表示外迭代次数。

4 仿真结果

考虑一个基于全息超表面天线的雷达通信一体化系统, 其工作载波频率为 $f_c = 28 \text{ GHz}$ (波长 $\lambda_c = 1.07 \text{ cm}$)。相邻超材料元件之间的间距设置为 $\lambda_c/5$, 而相邻微带之间的距离固定为 $\lambda_c/2$ 。HMA中每个微带的衰减系数和波数分别设置为

算法3 基于分式规划的交替优化算法

Alg. 3 Alternating optimization algorithm based on fractional programming

输入: $g_k, \forall k, H, A_0$ 和 $A_c, \forall c$ 。随机初始化 $Q, F, \mu^c, \mu^s, \xi^c, \xi^s$ 和 w 。输出: Q, F 和 w 。

步骤:

- 1: 根据式(18)—式(21)更新辅助变量 μ^c, ξ^s, μ^s 和 ξ^c 。
- 2: 根据式(28)更新数字预编码器 $F = [f_1, f_2, \dots, f_K]$ 。
- 3: HMA权重矩阵 Q 的优化:
- 4: 若为仅幅度响应约束, 则根据式(33)更新 q 。
- 5: 若为二进制幅度响应约束, 则根据式(36)更新 q 。
- 6: 若为洛伦兹相位约束响应约束, 则根据式(37)更新 q 。
- 7: 重塑 $Q = \text{diag}\{q\}B$ 。
- 8: 根据式(44)更新接收滤波器 w 。
- 9: 如果目标函数(12)收敛, 则输出 Q, F 和 w ; 否则, 重复步骤1—步骤8。

$\zeta_i = 0.6 \text{ m}^{-1}$ 和 $v_i = 827.67 \text{ m}^{-1}$ [22]。在不失一般性的情况下, 设置如下3种情况: (1) 仅幅度情况: $\mathcal{Q} = [0, 1]$; (2) 洛伦兹相位约束情况: $\mathcal{Q} = \{(j + e^{j\vartheta})/2 \mid \vartheta \in [0, 2\pi]\}$; (3) 二进制幅度情况: $\mathcal{Q} = \{0, 1\}$ [23]。除非另有说明, 系统配置为 $N_s = 6$ 条微带, 每条微带包含 $N_e = 15$ 个超材料元件。在雷达模型中, 目标位于方位角俯仰角位于 $(0^\circ, 0^\circ)$ 处, 同时存在2个固定杂波源, 其方位角和俯仰角坐标分别位于 $(60^\circ, -60^\circ)$ 和 $(-60^\circ, 60^\circ)$ 。目标的RCS设置为 $\zeta_0 = 20 \text{ dB}$, 各杂波源的RCS为 $\zeta_c = 30 \text{ dB}$ 。雷达系统的噪声功率设为 $\sigma_s^2 = 0 \text{ dB}$ [24]。通信系统采用S-V毫米波信道模型, 所有用户的噪声功率统一设置为 $\sigma_k^2 = -80 \text{ dBm}$ 。用户的方位角和俯仰角均匀分布在区间 $[-\pi/2, \pi/2]$ 。路径损耗可表示为 $-30 - 35 \lg(d) \text{ dB}$, 其中 d 为基站与用户间的距离, 取值范围为 $100 \sim 300 \text{ m}$ [15]。

图2展示了本文所提算法在不同频率响应条件下的收敛性能曲线。在仿真中, 系统传输功率设置为 $P_{\max} = 30 \text{ dBm}$, 用户数量为 $K = 4$, 每个微带中嵌入了 $N_e = 15$ 个超材料元件。从图2中可以观察到, 在3种不同频率响应条件下, 所提算法均产生了单调非递减的目标函数值序列, 并且能够在30次迭代内实现稳定收敛。由于洛伦兹相位约束具有可重构的连续相位特性, 与幅度约束和二进制幅度约束的情况相比, 洛伦兹相位约束频率响应能够获得更优的收敛目标函数值。

在加权系数 $\varpi = 0.6$, 洛伦兹相位约束的条件下, 图3展示了所提算法的三维波束图样。从图3中可以清晰地观察到, 本文提出的波束形成方案不仅能在杂波方向形成尖锐的零陷, 还可以将能量有效聚焦于目标方向。这表明提出的算法在保证通信质量的同时在目标方向上实现高雷达互信息。

图4展示了在发射功率 $P_{\max} = 30 \text{ dBm}$ 、用户数

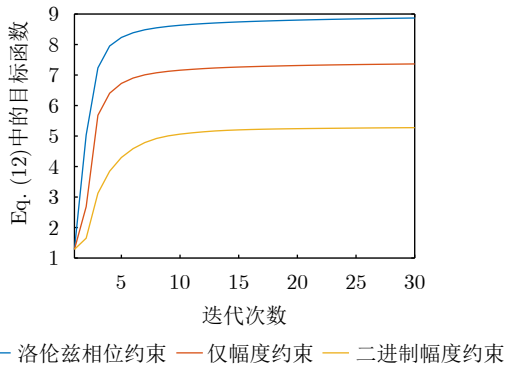


图2 Eq. (12)中的目标函数随迭代次数的收敛曲线图

Fig. 2 Convergence behavior of the objective function in Eq. (12)

量 $K = 4$ 的条件下, 通过调节加权系数 ϖ (从0到1) 所呈现的雷达与通信性能的权衡关系。当加权系数 $\varpi = 0$ 时, 雷达通信一体化系统退化为纯雷达模式, 此时3种类型的频率响应条件均能达到最优雷达互信息。随着加权系数 ϖ 的增大, 系统设计重心逐渐向通信功能倾斜, 3种频率响应条件下的雷达互信息降低, 这一趋势与理论预期相符。值得注意的是, 相比于其他两种频率响应方案, 采用洛伦兹相位约束的频率响应展现出更为优越的可实现性能区域。这一优势源于洛伦兹相位约束能够实现幅度和相位的调制, 从而获得更为出色的波束成形性能。

图5展示了在用户数量 $K = 4$ 时, 本文所提算法在不同频率响应条件和加权系数 ϖ 下的雷达互信息随发射功率的变化曲线。从图中可以观察到两个主要趋势: 首先, 随着发射功率的增加, 3种频率响应条件下的雷达互信息均呈现上升趋势; 其次, 随着加权系数 ϖ 的增大, 雷达互信息逐渐降低。这种降低趋势源于系统在较大加权系数下更加偏重通信功能, 导致发射功率主要分配给通信任务, 而用于雷达功能的能量相应减少, 从而使得雷达互信息相对降低。

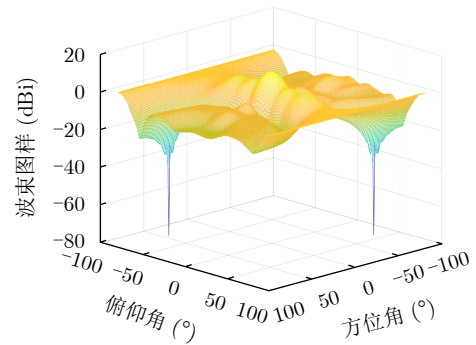


图3 三维波束图样

Fig. 3 Three-dimensional beam pattern

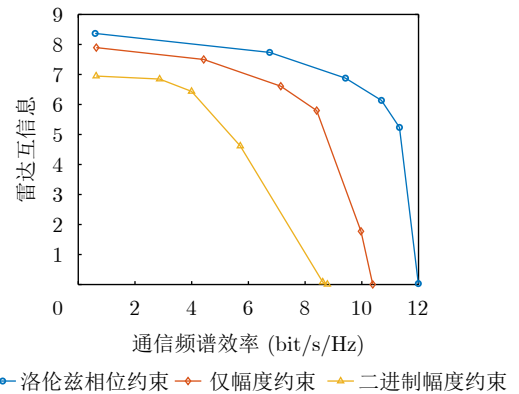


图4 雷达互信息和通信频谱效率之间的权衡

Fig. 4 Trade-off between radar mutual information and communication spectral efficiency

图6给出了不同频率响应条件下雷达互信息与单条微带嵌入超材料数量的关系曲线,其中发射功率 $P_{\max} = 30$ dBm、用户数量 $K = 4$,加权系数分别取 $\varpi = 0.2$ 和 0.6 。在保持其他参数为默认值的前提下,将单条微带的嵌入超材料数量从5个逐步增加至30个。结果表明,随着超材料数量的增加,3种频率响应条件下的雷达互信息均呈现上升趋势,这主要归因于发射天线数量的增加带来了更高的雷达自由度。特别值得注意的是,当加权系数 $\varpi = 0.6$ 时,雷达互信息随超材料数量的增加表现出更为显著的提升效果。

图7分析了当 $\varpi = 0.6$, $N_e = 15$ 和 $P_{\max} = 30$ dBm时,不同用户数下的雷达互信息随射频链数变化的曲线。我们注意到,随着用户数量的增加,雷达互信息的性能下降,这是因为,随着用户数量的增加,系统需要为更多的用户分配资源,进而影响雷达互信息的性能。此外,我们还可以看到,增加射频链的数量有助于提升雷达互信息的性能。这是由

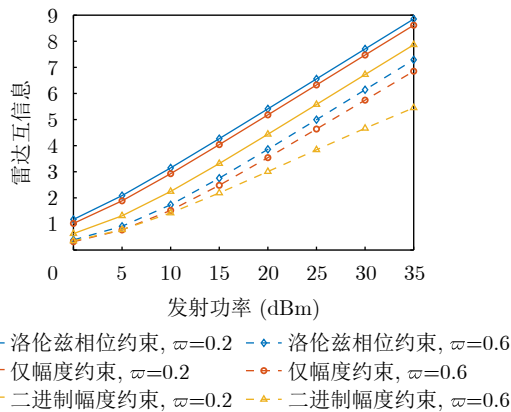


图5 不同加权系数下的雷达互信息随发射功率变化的曲线

Fig. 5 Radar mutual information versus transmit power under different weighting coefficients

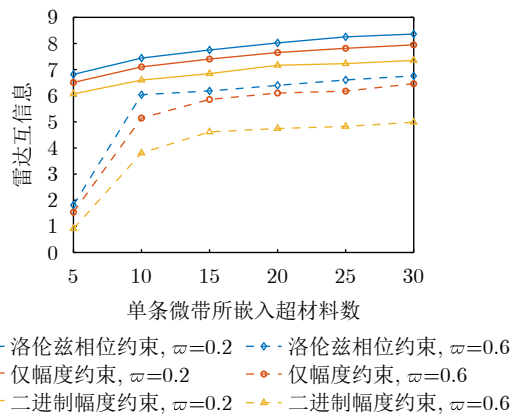


图6 不同加权系数下的雷达互信息随单条微带所嵌入超材料数变化的曲线

Fig. 6 Radar mutual information versus number of metamaterials per microstrip under different weighting coefficients

于射频链增加了波束成形的自由度,使系统能够更有效地协调通信与雷达功能的权衡。

接下来,将所提算法与以下基准方案(洛伦兹相位约束下)进行比较,以证明所提算法的有效性。

基准方案1:将 Q 的约束松弛至复数域,随后利用投影方法将其重构至洛伦兹相位约束可行集。数字预编码器和接收滤波器采用本工作中的方法进行设计^[20]。

基准方案2:在洛伦兹相位约束下,通过固定其他元素并逐元素搜索优化 Q 的每个元素^[22]。

图8展示了在发射功率 $P_{\max} = 30$ dBm、用户数量 $K = 4$ 的条件下,所提算法与现有国内外方法的比较。从图中可以看出,所提算法在不同的 ϖ 值下,都能够取得较好的性能表现。这说明所提算法在通信频谱效率和雷达互信息之间能够取得较好的权衡。此外,所提算法的性能始终优于基准方案。这主要因为基准方案1采用了松弛和重构技术,不可避免地导致性能下降。此外,基准方案2利用一维搜索技术优化每个HMA单元的权重,使其对初始值高度敏感,容易陷入局部最优。

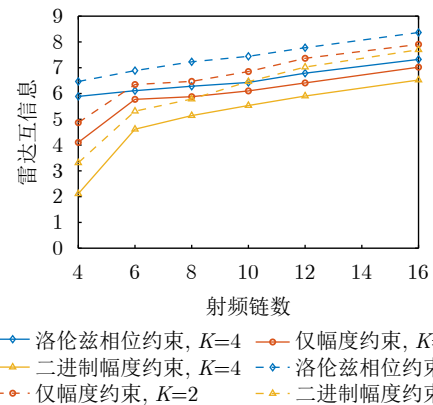


图7 不同用户数下的雷达互信息随射频链数变化的曲线

Fig. 7 Radar mutual information versus number of RF chains for different user numbers

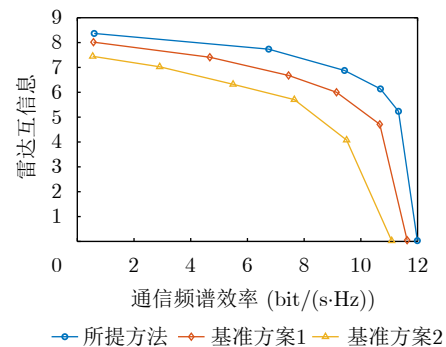


图8 所提算法与现有国内外方法的比较

Fig. 8 Performance comparison between the proposed algorithm and existing state-of-the-art methods

最后,对基于全息超表面天线架构、全数字阵列架构以及部分子连接混合模拟/数字阵列架构的雷达互信息性能进行了系统比较。为保证比较的公平性,设定3种架构具有相同的物理孔径尺寸,并将全数字阵列架构和混合模拟/数字阵列架构的天线间距均设置为 $\lambda_c/2$ 。本文所提的基于拉格朗日对偶分解方法可以用于求解全数字阵列架构的全数字波束成形和混合模拟/数字阵列架构的数字波束成形。本文所提的基于流形优化算法可以用于混合模拟/数字阵列架构的模拟波束成形。从图9的结果可以看出,基于全息超表面天线架构的雷达互信息接近于全数字阵列架构的性能水平。这一优异表现主要得益于全息超表面天线架构采用了亚波长天线间距设计,从而能够在相同物理空间内容纳更多的超材料元件。与需要大量移相器的传统方案相比,基于全息超表面天线架构的超材料阵列在硬件开销方面具有显著优势。

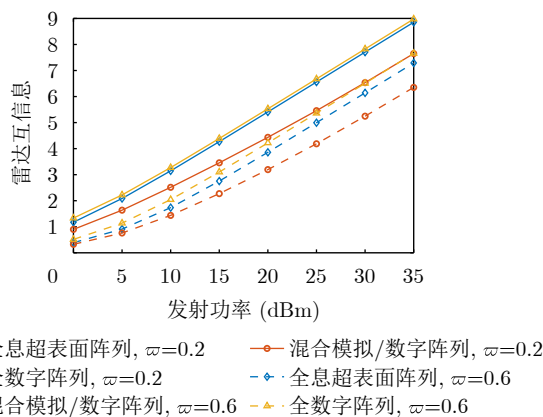


图9 基于HMA的波束成形与两种传统波束成形架构的雷达互信息性能与发射功率的关系

Fig. 9 Radar mutual information performance versus transmit power for HMA-based beamforming compared with two traditional beamforming architectures

5 结语

本文研究了基于全息超表面天线的雷达通信一体化波束成形设计方法。在满足发射功率和HMA频率响应约束的同时,构建了最大化通信频谱效率和雷达互信息的加权问题。为求解该问题,本文通过分式规划技术对非凸目标函数进行转换,将优化问题分解为若干个子问题,并提出一种基于分式规划的交替优化求解算法。该算法采用分式规划将非凸目标函数转换为更易求解的形式,并通过拉格朗日对偶分解和流形优化等方法求解数字预编码器、HMA权重矩阵和接收滤波器。仿真结果验证了基于全息超表面天线的雷达通信一体化波束成形设计在通信频谱效率和雷达互信息性能之间权衡的

有效性,所提出设计的雷达互信息优于具有相同天线孔径的混合模拟/数字阵列波束成形设计,并接近于全数字波束成形设计的性能。

利益冲突 所有作者均声明不存在利益冲突

Conflict of Interests The authors declare that there is no conflict of interests

参考文献

- [1] 刘凡,袁伟杰,原进宏,等. 雷达通信频谱共享及一体化: 综述与展望[J]. 雷达学报, 2021, 10(3): 467–484. doi: [10.12000/JR20113](#).
LIU Fan, YUAN Weijie, YUAN Jinhong, *et al.* Radar-communication spectrum sharing and integration: Overview and prospect[J]. *Journal of Radars*, 2021, 10(3): 467–484. doi: [10.12000/JR20113](#).
- [2] 张若愚,袁伟杰,崔原豪,等. 面向6G的大规模MIMO通信感知一体化: 现状与展望[J]. 移动通信, 2022, 46(6): 17–23. doi: [10.3969/j.issn.1006-1010.2022.06.003](#).
ZHANG Ruoyu, YUAN Weijie, CUI Yuanhao, *et al.* Integrated sensing and communications with massive MIMO for 6G: Status and prospect[J]. *Mobile Communications*, 2022, 46(6): 17–23. doi: [10.3969/j.issn.1006-1010.2022.06.003](#).
- [3] ZHOU Wenxing, ZHANG Ruoyu, CHEN Guangyi, *et al.* Integrated sensing and communication waveform design: A survey[J]. *IEEE Open Journal of the Communications Society*, 2022, 3: 1930–1949. doi: [10.1109/OJCOMS.2022.3215683](#).
- [4] ZHANG Ruoyu, CHENG Lei, WANG Shuai, *et al.* Integrated sensing and communication with massive MIMO: A unified tensor approach for channel and target parameter estimation[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2024, 23(8): 8571–8587. doi: [10.1109/TWC.2024.3351856](#).
- [5] LIU Xiang, HUANG Tianyao, and LIU Yimin. Transmit design for joint MIMO radar and multiuser communications with transmit covariance constraint[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2022, 40(6): 1932–1950. doi: [10.1109/JSAC.2022.3155512](#).
- [6] CHEN Guangyi, ZHANG Ruoyu, REN Hong, *et al.* Hybrid beamforming design with overlapped subarrays for massive MIMO-ISAC systems[C]. 2023 IEEE Global Communications Conference, Kuala Lumpur, Malaysia, 2023: 528–533. doi: [10.1109/GLOBECOM54140.2023.10437590](#).
- [7] LIU Fan, MASOUIROS C, PETROPULU A P, *et al.* Joint radar and communication design: Applications, state-of-the-art, and the road ahead[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2020, 68(6): 3834–3862. doi: [10.1109/](#)

- TCOMM.2020.2973976.
- [8] CHEN Li, WANG Zhiqin, DU Ying, *et al.* Generalized transceiver beamforming for DFRC with MIMO radar and MU-MIMO communication[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2022, 40(6): 1795–1808. doi: [10.1109/JSAC.2022.3155515](#).
 - [9] ZHAO Zongyao, ZHANG Long, JIANG Rui, *et al.* Joint beamforming scheme for ISAC systems via Robust Cramér-Rao bound optimization[J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2024, 13(3): 889–893. doi: [10.1109/LWC.2024.3349488](#).
 - [10] LI Jin, ZHOU Gui, GONG Tantaoyao, *et al.* A framework for mutual information-based MIMO integrated sensing and communication beamforming design[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2024, 73(6): 8352–8366. doi: [10.1109/TVT.2024.3355899](#).
 - [11] QI Chenhao, CI Wei, ZHANG Jinming, *et al.* Hybrid beamforming for millimeter wave MIMO integrated sensing and communications[J]. *IEEE Communications Letters*, 2022, 26(5): 1136–1140. doi: [10.1109/LCOMM.2022.3157751](#).
 - [12] SHLEZINGER N, DICKER O, ELDAR Y C, *et al.* Dynamic metasurface antennas for uplink massive MIMO systems[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2019, 67(10): 6829–6843. doi: [10.1109/TCOMM.2019.2927213](#).
 - [13] SMITH D R, YURDUSEVEN O, MANCERA L P, *et al.* Analysis of a waveguide-fed metasurface antenna[J]. *Physical Review Applied*, 2017, 8(5): 054048. doi: [10.1103/PhysRevApplied.8.054048](#).
 - [14] SHLEZINGER N, ALEXANDROPOULOS G C, IMANI M F, *et al.* Dynamic metasurface antennas for 6G extreme massive MIMO communications[J]. *IEEE Wireless Communications*, 2021, 28(2): 106–113. doi: [10.1109/MWC.001.2000267](#).
 - [15] KIMARYO S F and LEE K. Downlink beamforming for dynamic metasurface antennas[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2023, 22(7): 4745–4755. doi: [10.1109/TWC.2022.3228272](#).
 - [16] CHEN Guangyi, ZHANG Ruoyu, ZHANG Haiyang, *et al.* Energy-efficient beamforming for downlink multi-user systems with dynamic metasurface antennas[J]. *IEEE Communications Letters*, 2025, 29(2): 284–288. doi: [10.1109/LCOMM.2024.3513554](#).
 - [17] YOU Li, XIONG Jiayuan, NG D W K, *et al.* Energy efficiency and spectral efficiency tradeoff in RIS-aided multiuser MIMO uplink transmission[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2021, 69: 1407–1421. doi: [10.1109/TSP.2020.3047474](#).
 - [18] REZVANI M and ADVE R. Channel estimation for dynamic metasurface antennas[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2024, 23(6): 5832–5846. doi: [10.1109/TWC.2023.3328496](#).
 - [19] HUANG Wei, ZHANG Haiyang, SHLEZINGER N, *et al.* Joint microstrip selection and beamforming design for mmWave systems with dynamic metasurface antennas[C]. 2023 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), Rhodes Island, Greece, 2023: 1–5. doi: [10.1109/ICASSP49357.2023.10096260](#).
 - [20] YOU Li, XU Jie, ALEXANDROPOULOS G C, *et al.* Energy efficiency maximization of massive MIMO communications with dynamic metasurface antennas[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2023, 22(1): 393–407. doi: [10.1109/TWC.2022.3194070](#).
 - [21] 高克, 张海洋, 王保云. 基于动态超表面天线的雷达通信一体化设计[J]. *无线电通信技术*, 2023, 49(5): 946–952. doi: [10.3969/j.issn.1003-3114.2023.05.021](#).
GAO Ke, ZHANG Haiyang, and WANG Baoyun. Beamforming design for dual-functional radar-communication systems with dynamic metasurface antennas[J]. *Radio Communications Technology*, 2023, 49(5): 946–952. doi: [10.3969/j.issn.1003-3114.2023.05.021](#).
 - [22] ZHANG Haiyang, SHLEZINGER N, GUIDI F, *et al.* Beam focusing for near-field multiuser MIMO communications[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2022, 21(9): 7476–7490. doi: [10.1109/TWC.2022.3158894](#).
 - [23] LI Yihan, GONG Shiqi, LIU Heng, *et al.* Near-field beamforming optimization for holographic XL-MIMO multiuser systems[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2024, 72(4): 2309–2323. doi: [10.1109/TCOMM.2023.3338737](#).
 - [24] WANG Bowen, LI Hongyu, and CHENG Ziyang. Dynamic hybrid beamforming design for dual-function radar-communication systems[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2024, 73(2): 2842–2847. doi: [10.1109/TVT.2023.3312759](#).
 - [25] 吴文俊, 唐波, 汤俊, 等. 杂波环境中雷达通信一体化系统波形设计算法研究[J]. *雷达学报*, 2022, 11(4): 570–580. doi: [10.12000/JR22105](#).
WU Wenjun, TANG Bo, TANG Jun, *et al.* Waveform design for dual-function radar-communication systems in clutter[J]. *Journal of Radars*, 2022, 11(4): 570–580. doi: [10.12000/JR22105](#).
 - [26] SHEN Kaiming and YU Wei. Fractional programming for communication systems-part I: Power control and beamforming[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(10): 2616–2630. doi: [10.1109/TSP.2018.2812733](#).
 - [27] PONTRYAGIN L S. Smooth manifolds and their applications in homotopy theory[J]. *American Mathematical Society Translations, Ser.*, 1976, 2: 1, 114.
 - [28] BERTSEKAS D P. Nonlinear Programming[M]. 3rd ed.

Belmont, USA: Athena Scientific, 2016: 120–125.

[29] ABSIL P A, MAHONY R, and SEPULCHRE R.

Optimization Algorithms on Matrix Manifolds[M].

Princeton: Princeton University Press, 2008: 105–106.

作者简介

陈光毅，博士生，主要研究方向为雷达通信一体化混合波束成形。

张若愚，副研究员，主要研究方向为MIMO雷达通信一体化。

任红，硕士生，主要研究方向为雷达通信一体化。

马越，副教授，主要研究方向为隐蔽通信。

缪晨，副研究员，主要研究方向为雷达信号处理。

吴文，研究员，主要研究方向为毫米波近程探测理论与技术。

(责任编辑：于青)