【电子与信息科学 / Electronics and Information Science】

基于峰均功率比的盖氏圆信源数估计方法

焦亚萌, 武岳, 崔琳

西安工程大学电子信息学院, 陕西西安 710600

摘要: 针对低信噪比下盖氏圆估计(Gerschgorin disk estimator, GDE)方法难以有效估计信号源数目的情况, 通过将峰均功率比(peak-to-average power ratio, PAR)与盖氏圆半径相结合, 提出基于峰均功率比的盖氏圆估计(Gerschgorin disk estimator based on peak-to-average power ratio, GDE-PAR)方法. 从阵元接收数据中提取出特征向量, 再用特征向量加权接收数据, 得到峰均功率比用于修正对应的盖氏圆半径, 用GDE方法判定信号源数目. 在不同信噪比条件下对修正前后的盖氏圆半径进行Matlab仿真, 并使用蒙特卡罗方法对不同信噪比、等强双目标与不等强双目标和等强3目标与不等强3目标情况下, Akaike信息论准则(Akaike information criterion, AIC)、最小描述长度(minimum description length, MDL)准则、PAR方法和GDE-PAR方法进行信号源估计. 结果表明, 在低信噪比及不等强多目标条件下, GDE-PAR方法成功检测到信源的概率均比AIC、MDL准则和PAR方法大.

关键词: 信号检测; 信源数估计; 特征向量; 峰均功率比; 盖氏圆半径; 不等强多目标

中图分类号: TN911.7 **文献标志码:** A **doi:** 10.3724/SP.J.1249.2021.01085

Gerschgorin disk estimator method for source number estimation based on peak-to-average power ratio

JIAO Yameng, WU Yue, and CUI Lin

College of Electronic Information, Xi'an University of Engineering, Xi'an 710600, Shaanxi Province, P. R. China

Abstract: Gerschgorin disk estimator (GDE) method is difficult to detect the number of signal sources effectively under low signal-to-noise ratio (SNR). In view of this situation, we propose GDE method based on peak-to-average power ratio (GDE-PAR) by combining the peak-to-average power ratio (PAR) with the Gerschgorin disk radius. We extract the eigenvectors from the received data and use them as the weights of the data. The PAR is used to modify the corresponding Gerschgorin disk radius, and the number of signal sources is determined by GDE method. This paper adopts Matlab simulation on the Gerschgorin disk radius before and after correction under different SNR conditions. In the case of double target of equal intensity and double target of unequal intensity, three target of equal intensity and three target unequal intensity using Monte Carlo method, we use Akaike information theory criterion (AIC), minimum description length (MDL) criterion, PAR method and GDE-PAR method to estimate the number of signal sources respectively. The results show that under the conditions of low SNR and multi-target of unequal intensity, the probability of successful detection of source by GDE-PAR method is higher than that of AIC, MDL criterion and PAR method.

Key words: signal detection; source number estimation; eigenvector; peak-to-average power ratio; Gerschgorin disk radius; multi-target with unequal intensity

Received: 2019-09-19; **Revised:** 2020-01-03; **Accepted:** 2020-04-23; **Online:** 2020-10-20

Foundation: National Natural Science Foundation of China (61901347); Start-up Fund for Doctoral Research of Xi'an University of Engineering (BS1413)

Corresponding author: Lecture JIAO Yameng. E-mail: jiaoyameng@xpu.edu.cn

Citation: JIAO Yameng, WU Yue, CUI Lin. Gerschgorin disk estimator method for source number estimation based on peak-to-average power ratio [J]. Journal of Shenzhen University Science and Engineering, 2021, 38(1): 85-91. (in Chinese)

信号源参数估计是雷达、声呐和地震学等阵列信号处理领域的重要问题. 其中, 确定信号源数目是信号源参数估计的重要课题, 出现了如信息论方法、最大后验概率方法、平滑秩法、特征值门限法和假设检验法等方法^[1]. 最常见的是信息论方法, 如 Akaike 信息论准则 (Akaike information criterion, AIC) 和最小描述长度 (minimum description length, MDL) 准则等^[2]. NADLER^[3] 和 FISHLER 等^[4] 给出包括 AIC 和 MDL 准则在内的所有基于信息论算法性能的渐进分析: AIC 有不可忽略的高估概率, 而 MDL 准则对信号源的实际分布不敏感. 进一步分析可知, 在低信噪比 (signal to noise ratio, SNR) 时, 因无法很好地区分采样协方差矩阵特征值的大小, 令信号子空间和噪声子空间难以被正确划分, 造成利用信息论方法估计信号源数目时受到特定因素的影响. 比如, AIC 不是信号源数的一致估计, 估计性能并不会随着信噪比的增加而稳步增加; MDL 准则受信噪比影响较大, 在低信噪比时, 估计概率不理想. 针对信息论方法的估计性能受特定因素影响的情况, WU 等^[5] 提出用对数似然函数将盖氏圆半径与 AIC 和 MDL 准则相结合的算法, 显著改善了高斯白噪声环境下的检测性能. 董志等^[6] 将对角加载技术引入 MDL 准则中. 由于对角加载技术具有对角加载过程对较大的特征值产生很小的影响, 且对应于噪声的较小特征值将收敛到接近负载值的特性, 改善了 MDL 准则的性能. HUANG 等^[7] 利用噪声子空间分量的恒等协方差矩阵结构设计了基于线性收缩的最小描述长度 (linear shrinkage based minimum description length, LS-MDL) 准则, 利用线性收缩和观测值的高斯假设, 得到噪声子空间分量协方差矩阵的精确估计量, 使该准则可准确检测信号源数量, 且无明显的额外计算量. GUIMARÃES 等^[8] 提出一种用于改善 MDL 准则的估计器, 该算法基于向量的范数, 其元素是接收信号协方差矩阵的归一化和非线性缩放特征值以及相应的归一化索引, 此规范用于区分最大特征值与其余特征值, 信源数量检测效果更好. 假设检验法的原理是提取出阵列采样协方差矩阵特征值, 然后用特征值构造检验序列, 其检测门限的设定很大程度取决于主观经验值. 特征值门限方法是基于高斯分布原理处理特征值来检测信号源数量, 但在低信噪比情况下, 信号特征值与噪声特征值接近, 难以区分, 可能导致信号源数量被低估.

相比特征值, 特征向量对信噪比和快拍数的变

化不太敏感. 预测描述长度 (predictive description length, PDL) 方法使用相关矩阵的信号子空间和噪声子空间, 能较好地处理相干源和非相干源, 性能优于 MDL 方法^[9]. 通过利用基于特征向量的盲波束形成技术, GU 等^[10] 提出一种基于特征向量的峰均功率比 (peak-to-average power ratio, PAR) 方法, 弥补了其他方法在低信噪比下难以有效检测信号源数的缺陷. 然而, 对于不等强多目标, PAR 方法的检测性能严重下降.

本研究提出一种基于峰均功率比的盖氏圆估计 (Gerschgorin disk estimator based on peak-to-average power ratio, GDE-PAR) 方法. 首先, 用采样协方差矩阵对接收数据进行加权, 通过矩阵运算得到峰均功率比; 然后, 对采样协方差矩阵用标准转换矩阵进行盖氏圆变换, 计算其盖氏圆半径, 用峰均功率比值修正盖氏圆半径; 最后, 将修正后的盖氏圆半径应用于盖氏圆估计方法, 从而估计信号源数目. 仿真结果表明, GDE-PAR 方法在低信噪比下检测性能较好, 对于不等强多目标的恶劣环境也有很好的适应能力.

1 信号模型

假设有一个 M 阵元的均匀线列阵, 阵元间距 d 为半波长 ($\lambda/2$). 在背景噪声 $\mathbf{n}(t)$ 存在的条件下, 设存在波长为 λ 的 p ($p < M$) 个远场窄带信号, 其入射方向分别为 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p$. 均匀线阵如图 1.

图 1 均匀线阵示意图

Fig. 1 Uniform line array diagram

传感器阵列在 t 时刻接收的矢量数据^[11] 为

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{k=1}^p \mathbf{a}(\theta_k) s_k(t) + \mathbf{n}(t) = \mathbf{A} \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

其中, $\mathbf{a}(\theta_k)$ 是 $M \times 1$ 维的导向矢量, $\mathbf{a}(\theta_k) = [1, e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta_k}, \dots, e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda} (M-1) \sin \theta_k}]^T$; $\mathbf{n}(t)$ 是独立同分布、零均值的高斯白噪声, $\mathbf{n}(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_M(t)]^T$; $\mathbf{s}_k(t)$ 是第 k 个空间信号, $k = 1, 2, \dots, p$, $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_p(t)]^T$; $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1),$

$a(\theta_2), \dots, a(\theta_p)]^T$, 是 $M \times p$ 维导向矢量矩阵^[6].

因此, 阵列接收矢量数据的协方差矩阵为

$$\mathbf{R} = E\{\mathbf{x}(t)\mathbf{x}(t)^H\} = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \mathbf{R}_N \quad (2)$$

其中, $E\{\cdot\}$ 为数学期望; H 为矩阵的共轭转置操作符; $\mathbf{R}_s$ 为信号协方差矩阵; $\mathbf{R}_N$ 为噪声协方差矩阵.

对 $\mathbf{R}$ 进行特征分解, 可得

$$\mathbf{R} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{U}^H = \mathbf{U}_s\mathbf{\Sigma}_s\mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_N\mathbf{\Sigma}_N\mathbf{U}_N^H \quad (3)$$

其中, $\mathbf{U}$ 为特征矢量矩阵; $\mathbf{\Sigma}$ 为由特征值组成的对角阵; $\mathbf{\Sigma}_s$ 为信号特征值组成的对角阵, $\mathbf{\Sigma}_s = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p)$, $\text{diag}(\cdot)$ 为构造对角矩阵函数, $\mathbf{\Sigma}_s$ 对应的特征向量张成的空间 $\mathbf{U}_s = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_p]$, $\mathbf{u}_i$ 是特征矢量; $\mathbf{\Sigma}_N$ 为噪声特征值组成的对角阵, $\mathbf{\Sigma}_N = \text{diag}(\lambda_{p+1}, \lambda_{p+2}, \dots, \lambda_M)$, 其对应的特征向量 $\mathbf{U}_N = [\mathbf{u}_{p+1}, \mathbf{u}_{p+2}, \dots, \mathbf{u}_M]$.

2 盖氏圆估计方法

常见的信号源估计方法是用特征值估计信号源数, 而盖氏圆估计 (Gerschgorin disk estimator, GDE) 方法^[12-13]利用的是盖氏圆半径.

设 $\mathbf{R} = (r_{ij})$ 为 $M \times M$ 维矩阵, 对矩阵内除第 i 列元素外的第 i 行元素取绝对值再求和, 可得第 i 个盖氏圆的半径为

$$r_i = \sum_{j=1, j \neq i}^M |r_{ij}|, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (4)$$

定义第 i 个圆盘上的点在复平面上的集合 Z 满足

$$|Z - r_{ii}| < r_i \quad (5)$$

其中, r_{ii} 为圆盘的中心.

信号盖氏圆与噪声盖氏圆模型如图 2. 由图 2 可见, 信号盖氏圆半径与噪声盖氏圆半径大小明显不同. 其中, 信号盖氏圆的半径较大, 包含信号源特征值; 噪声盖氏圆的半径较小, 包含噪声特征值^[14]. 为区分开信号盖氏圆与噪声盖氏圆, 需对阵列协方差矩阵进行酉变换.

实际应用中, 阵列接收到的数据并非无限长, 因此, 阵列的采样协方差矩阵的最大似然估计 $\hat{\mathbf{R}}$ 需要由 N 次有限快拍数据得到^[16].

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t) = \hat{\mathbf{U}}\hat{\mathbf{\Sigma}}\hat{\mathbf{U}}^H \quad (6)$$

其中, $\hat{\mathbf{\Sigma}}$ 是 $\hat{\mathbf{R}}$ 的特征值, $\hat{\mathbf{\Sigma}} = \text{diag}(\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \dots, \hat{\lambda}_M)$, $\hat{\lambda}_1 \geq \hat{\lambda}_2 \geq \dots \geq \hat{\lambda}_M$; $\hat{\mathbf{U}}$ 是 $\mathbf{U}$ 的估计值.

对 $\hat{\mathbf{R}}$ 进行分块, 可得^[15]

图2 信号盖氏圆与噪声盖氏圆模型

Fig. 2 Signal Gerschgorin disk and noise Gerschgorin disk model

$$\hat{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} \hat{r}_{11} & \hat{r}_{12} & \cdots & \hat{r}_{1M} \\ \hat{r}_{21} & \hat{r}_{22} & \cdots & \hat{r}_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{r}_{M1} & \hat{r}_{M2} & \cdots & \hat{r}_{MM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{R}}' & \hat{\mathbf{r}} \\ \hat{\mathbf{r}}^H & \hat{r}_{MM} \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中, $\hat{\mathbf{R}}'$ 为最大似然估计 $\hat{\mathbf{R}}$ 的 $M-1$ 维主子矩阵; $\hat{\mathbf{r}}$ 为 $(M-1) \times 1$ 维矢量矩阵; $\hat{\mathbf{r}}^H$ 为 $\hat{\mathbf{r}}$ 的共轭转置.

为计算方便, 取方阵 $\hat{\mathbf{R}}'$ 的特征空间构造酉变换矩阵

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{U}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中, $\hat{\mathbf{U}}$ 为特征矢量矩阵估计值, 且 $\hat{\mathbf{U}}\hat{\mathbf{U}}^H = \mathbf{I}$, $\mathbf{I}$ 为单位矩阵; $\mathbf{0}$ 为元素全为 0 的 $M-1$ 维列向量.

矩阵 $\hat{\mathbf{R}}'$ 经过酉变换可得

$$\hat{\mathbf{R}}_T = \mathbf{T}^H \mathbf{R} \mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma} & \hat{\mathbf{U}}^H \hat{\mathbf{r}} \\ \hat{\mathbf{r}}^H \hat{\mathbf{U}} & \hat{r}_{MM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\lambda}_1 & 0 & \cdots & 0 & \rho_1 \\ 0 & \hat{\lambda}_2 & \cdots & 0 & \rho_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \hat{\lambda}_{M-1} & \rho_{M-1} \\ \rho_1^* & \rho_2^* & \cdots & \rho_{M-1}^* & \hat{r}_{MM} \end{bmatrix} \quad (9)$$

其中, $\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \dots, \hat{\lambda}_{M-1}$ 为矩阵特征值的估计值; ρ_c^* 为 ρ_c 的共轭,

$$\rho_c = \hat{\mathbf{u}}_c^H \hat{\mathbf{r}} = \hat{\mathbf{u}}_c^H \mathbf{A} \hat{\mathbf{R}}_s \mathbf{d}_M^*, \quad c = 1, 2, \dots, M-1 \quad (10)$$

其中, $\mathbf{A}$ 为阵元的阵列流型; $\hat{\mathbf{R}}_s$ 为信号的协方差矩阵; $\mathbf{d}_M^*$ 为 $\mathbf{d}_M$ 的共轭, $\mathbf{d}_M$ 为阵列导向矩阵, 且 $\mathbf{d}_M = [e^{j(c-1)\beta_1}, e^{j(c-1)\beta_2}, \dots, e^{j(c-1)\beta_p}]^T$, $\beta_k = \frac{2\pi d \sin \theta_k}{\lambda}$,

$k = 1, 2, \dots, p$.

因此, 第 i 个盖氏圆半径满足

$$r_i = |\rho_i| = |\hat{\mathbf{u}}_i^H \mathbf{A} \hat{\mathbf{R}}_S \mathbf{d}_M^*| \leq |\hat{\mathbf{u}}_i^H \mathbf{A}| |\hat{\mathbf{R}}_S \mathbf{d}_M^*| = k_v |\hat{\mathbf{u}}_i^H \mathbf{A}| \quad (11)$$

其中, $i = 1, 2, \dots, M-1$; $k_v = |\hat{\mathbf{R}}_S \mathbf{d}_M^*|$, 可见 k_v 与 i 无关. 因此, $|\hat{\mathbf{u}}_i^H \mathbf{A}|$ 决定了盖氏圆半径的大小, 且信号盖氏圆半径大于 0, 噪声盖氏圆半径接近零, 则 GDE 方法可概括为

$$\text{GDE}(l) = r_l - \frac{D(L)}{M-1} \sum_{i=1}^{M-1} r_i > 0 \quad (12)$$

其中, 调节因子 $D(L) \in [0, 1]$; 当 $l = 1, 2, \dots, M-2$ 时, 若使得 $\text{GDE}(l)$ 第 1 次小于零时的数为 l_0 , 则信号源数为 $\hat{N} = l_0 - 1$.

3 GDE-PAR 方法

由于协方差矩阵的信号子空间与入射信号的导向矢量张成的空间是同一个空间, 因此, 存在满秩矩阵 $\mathbf{Q}$ 使得信号子空间 $\mathbf{U}_S$ 满足

$$\mathbf{U}_S = \mathbf{A}\mathbf{Q} \quad (13)$$

通过矩阵变换可得

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}_S \mathbf{Q}^{-1} \triangleq \mathbf{U}_S \mathbf{B} \quad (14)$$

其中, $\mathbf{B}$ 是满秩矩阵. 所以, 噪声子空间 $\mathbf{U}_N$ 和导向矢量是正交的, 即

$$\mathbf{u}_h^H \mathbf{a}(\theta_b) = 0 \quad (15)$$

其中, $h = p+1, p+2, \dots, M$; $b = 1, 2, \dots, p$.

用噪声特征向量对接收数据进行加权, 可得第 h 个阵元的阵列输出数据为

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_h(t) &= \mathbf{u}_h^H \mathbf{x}(t) = \mathbf{u}_h^H (\mathbf{a}(\theta_1) s_1(t) + \dots + \\ &\quad \mathbf{a}(\theta_p) s_p(t) + \mathbf{n}(t)) = \\ &\quad \mathbf{u}_h^H \mathbf{n}(t) = \mathbf{w}_{Nh}(t) \end{aligned} \quad (16)$$

其中, $h = p+1, p+2, \dots, M$.

可见, 用噪声特征向量加权接收数据, 得到的阵列输出数据中不包含任何信号分量. 用信号特征向量对接收数据加权, 得到阵列输出数据为

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_h(t) &= \mathbf{u}_h^H \mathbf{x}(t) = \mathbf{u}_h^H [\mathbf{a}(\theta_1) s_1(t) + \mathbf{a}(\theta_2) s_2(t) + \dots + \mathbf{a}(\theta_p) s_p(t) + \mathbf{n}(t)] = \\ &\quad \mathbf{u}_h^H \left[\sum_{k=1}^p \mathbf{u}_k b_{k1} s_1(t) + \sum_{k=1}^p \mathbf{u}_k b_{k2} s_2(t) + \dots + \sum_{k=1}^p \mathbf{u}_k b_{kp} s_p(t) \right] + \mathbf{u}_h^H \mathbf{n}(t) = \\ &\quad [|b_{h1}| s_1(t) \exp(j\varphi_{h1}) + |b_{h2}| s_2(t) \exp(j\varphi_{h2}) + \dots + |b_{hp}| s_p(t) \exp(j\varphi_{hp})] + \omega_{Nh}(t) \end{aligned} \quad (17)$$

其中, $\sum_{k=1}^p |b_{hk}|^2 = M$, $b_{hk} = |b_{hk}| \exp(j\varphi_{hk})$; $h = 1, 2, \dots, p$; $\omega_{Nh}(t)$ 是独立同分布的零均值复高斯向量, 协方差为 σ_n^2 .

可见, 用信号特征向量加权接收数据, 得到的阵列输出数据中含有噪声分量与信号分量, 且其信噪比可能是单个阵元输出信噪比的 M 倍.

峰均功率比定义为

$$f_i = \max_w (P_i(w)) / E\{P_i(w)\}, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (18)$$

其中, w 为功率, $P_i(w)$ 是 $\hat{\mathbf{y}}_h(t)$ 的功率谱.

由以上分析可见, 在区分信号与噪声方面, 峰均功率比与特征值具有一致性. 基于此性质, 文献[10]提出 PAR 方法估计信号源数目的准则

$$\text{PAR}(l) = f_l - \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^{M-1} f_i \quad (19)$$

其中, $l = 1, 2, \dots, M-1$. 当使 $\text{PAR}(l)$ 第 1 次小于 0 时的数为 l_0 , 信号源数目为 $\hat{N} = l_0 - 1$.

由文献[10]可知, 对于等强多目标 (同时有多个强度相同的信号入射到接收阵列, 在建立接收信号模型时, 通过给这些信号设定相同的入射信噪比

来模拟阵列接收回波信号模型) 时, PAR 方法的检测性能优于 MDL 和 PDL 方法; 而对于不等强多目标 (同时有多个强度不相同的信号入射到接收阵列, 在建立接收信号模型时, 通过给这些信号设定不相同的入射信噪比来模拟阵列接收回波信号模型) 时, PAR 算法的检测性能较差.

本研究设计一种既拥有 PAR 方法对等强多目标检测性能的优良性, 又能有效避免 PAR 方法难以准确检测不等强多目标的缺点的方法. 将峰均功率比与盖氏圆半径按比例相加, 得到第 i 个修正的盖氏圆半径为

$$r'_i = r_i + \alpha |f_i|, \quad i = 1, 2, \dots, M-1 \quad (20)$$

其中, r_i 为盖氏圆半径; f_i 为峰均功率比值; α 为比例系数, 反映峰均功率比值信息对盖氏圆半径的影响程度, α 值过小无法对盖氏圆半径进行修正, 过大则会导致盖氏圆半径信息丢失, 因此, 需将其控制在一定范围内, 本研究取 $\alpha \in [50, 100]$.

式(20)相当于把 r_i 放大了 $1 + \alpha |f_i|/r_i$ 倍, 且信号盖氏圆半径的放大倍数大于噪声盖氏圆半径的放大倍数. 由于修正后的盖氏圆半径中, 噪声盖氏圆半径要远小于信号盖氏圆半径, 因此提高了检测性能.

改进后的 GDE-PAR 方法为

$$\text{GDE-PAR}(l) = r'_l - \frac{D(L)}{M-1} \sum_{i=1}^{M-1} r'_i > 0 \quad (21)$$

其中, $D(L) \in [0, 1]$ 是一个与快拍数有关的调节因子; $l = 1, 2, \dots, M-2$, 当 l 从小到大时, 假设 PGD-PAR(l) 首次出现负值时 $l = l_0$, 则信号源数为 $\hat{N} = l_0 - 1$. 算法具体步骤为: ① 根据式(6)计算阵列的采样协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}}$, 再由式(11)和式(18)计算盖世圆半径 r_i 和峰均功率比 f_i ; ② 根据式(20)计算修正的盖氏圆半径 r'_i ; ③ 取 $l = 0$; ④ l 更新为 $l+1$; ⑤ 将新的 l 值代入式(21), 若 $\text{GDE-PAR}(l) > 0$, 令 $l_0 = l$, 则得到信源数 $\hat{N} = l_0 - 1$, 否则转至④.

4 仿真及性能分析

假设有一个阵元数 $M = 8$, 阵元间距为半波长的均匀线性阵列, 信号采样频率为 50 kHz, 快拍数为 1 000, 采用蒙特卡罗方法分别进行不同条件下 PDE-PAR 方法的性能对比, 每次实验重复 1 000 次.

4.1 算法性能分析

实验 1 不同信噪比条件下修正的盖氏圆半径与特征值对比. 假设有两个方位角分别为 6° 和 -6° 的远场窄带信号入射到阵列上, 实验结果如图 3. 图 3 (a) 和图 3 (c) 为等强双目标特征值与修正的盖氏圆半径随信噪比变化情况; 图 3 (b) 和图 3 (d) 为固定首个信号的信噪比为 -11 dB, 第 2 个信号信噪比从 -30 dB 增至 20 dB 时, 两目标特征值与修正的盖氏圆半径随信噪比变化情况.

由图 3 (a) 和 (c) 可见, 对于等强双目标, 在 $\text{SNR} < -10$ dB 时, 难以有效区分信号特征值与噪声特征值; 而修正后的盖氏圆半径在 $\text{SNR} > -15$ dB 时能与噪声盖氏圆半径明显区分. 从图 3 (b) 和图 3 (d) 可见, 对于不等强双目标, 在 $\text{SNR} > -5$ dB 时, 仅有 1 个信号特征值能与噪声特征值区分, 另一个信号特征值与噪声特征值混在一起难以区分; 修正盖氏圆半径后, 尽管在 $\text{SNR} > -10$ dB 时, 两信号修正后的盖氏圆半径逐渐离散, 但仍能与噪声盖氏圆半径明显区分. 可见, 在等强双目标与不等强双目标情形下, 修正后的盖氏圆半径在区分信号与噪声方面对比特征值更具优势.

实验 2 等强双目标与不等强双目标检测性能对比. 针对 AIC、MDL、PAR 和 GDE-PAR 四种算法, 分别仿真其对于等强双目标与不等强双目标的

(a) 等强双目标特征值随信噪比变化情况

(b) 不等强双目标特征值随信噪比变化情况

(c) 等强双目标修正后的盖氏圆半径随信噪比变化情况

(d) 不等强双目标修正后的盖氏圆半径随信噪比变化情况

图 3 不同条件下特征值与修正的盖氏圆半径对比
Fig. 3 Comparison of modified Gerschgorin disk radius and eigenvalue under different conditions

检测性能. 假设有两个方位角分别为 $+6^\circ$ 和 -6° 的远场窄带信号入射到阵列上, 不等强双目标为固定第 1 个信号源 $\text{SNR} = 5 \text{ dB}$, 第 2 个信号源的 SNR 值从 -20 dB 增至 20 dB , 仿真结果如图 4. 由图 4 可见, 对于等强双目标, GDE-PAR 算法正确检测到信号源数目的性能优于传统的 AIC 和 MDL 算法, 近似于 PAR 方法; 对于不等强双目标, GDE-PAR 算法检测信号源数目的性能在 4 种算法中最优.

实验 3 等强 3 目标与不等强 3 目标性能检测对比. 针对 AIC、MDL、PAR 和 GDE-PAR 四种算法, 分别仿真分析其对于等强 3 目标与不等强 3 目标的检测性能. 假设有 3 个方位角分别为 0° 、 10° 和 20° 的远场窄带信号入射到阵列上, 各方法检测性能如图 5. 其中, 图 5 (a) 为等强 3 目标检测新能随信噪比变化情况; 图 5 (b) 为固定第 1 个目标 $\text{SNR} = 6 \text{ dB}$, 其他两个目标 SNR 值从 -10 dB 增至 20 dB 时, 各方法检测性能的变化情况. 对比可见, 对于等强 3 目标和不等强 3 目标, GDE-PAR 方法的检测性能比其他方法都更具优势.

(a) 等强双目标检测性能

(b) 不等强双目标检测性能

图 4 等强双目标与不等强双目标性能检测结果

Fig. 4 (Color online) Performance detection comparison of equal and unequal intensity dual targets

4.2 计算复杂度分析

与 PAR 方法相比, GDE-PAR 方法因使用了修正的盖氏圆半径, 所以计算复杂度发生了变化. 假设计算协方差矩阵的复杂度为 $O(1)$, 由协方差矩阵计算峰均功率比 f_i 的复杂度为 $O_1(M)$, 计算盖氏圆半径 r_i 的复杂度为 $O_2(1)$. 修正的盖氏圆半径 r'_i 是将 f_i 与 r_i 按一定比例叠加, 因此, 其计算复杂度可记为 $O_3(M)$. 为评估 $O_1(M)$ 、 $O_2(1)$ 与 $O_3(M)$ 的大小, 通过仿真实验比较不同信噪比条件下计算 1 次峰均功率比 f_i 、盖氏圆半径 r_i 和修正的盖氏圆半径 r'_i 的时间, 结果如表 1. 参数设置与实验 3 相同, 使用同一台电脑, 处理器为 i5-6300HQ, 主频 2.30 GHz , RAM 是 8 Gbyte .

分析表 1 可知, 由于增加了盖氏圆半径的计算, 在不同信噪比条件下, 修正的盖氏圆半径计算时间比峰均功率比的略有增加, 即 $O_3(M)$ 略大于 $O_2(1)$. 因此, GDE-PAR 方法在没有大幅增加计算量的同时, 提高了算法在低信噪比时的检测性能, 尤其在不等强多目标环境的检测能力优于其他算法.

(a) 等强3目标检测性能

(b) 不等强3目标检测性能

图 5 等强三目标与不等强三目标性能检测结果

Fig. 5 (Color online) Performance detection comparison between equal-intensity three-target and unequal-intensity three-target

表1 不同信噪比下 f_i 、 r_i 与 r'_i 的计算时间Table 1 Calculation time of f_i , r_i and r'_i

under different SNRs

ms

SNR/dB	f_i	r_i	r'_i
-10	7.32	3.90	11.57
-5	7.54	3.84	11.74
0	7.44	4.24	11.56
5	7.59	3.71	12.12
10	7.38	3.88	11.68

结 语

通过对峰均功率比与盖氏圆半径的分析,提出一种基于峰均功率比的盖氏圆估计 GDE-PAR 方法,引入 PAR 方法在低信噪比条件下检测等强目标的优势,结合 GDE 方法在检测不等强目标的优良特性,使 GDE-PAR 方法更具广泛的适用性. 仿真结果表明,对于等强双目标, GDE-PAR 方法的信源检测性能与 PAR 方法基本一致,对于不等强双目标该方法的信源检测性能最优;对于等强3目标与不等强3目标, GDE-PAR 方法的信源检测性能比 AIC、MDL 和 PAR 方法都更具优势. 可见, GDE-PAR 方法是一种适用范围广、检测性能好的多目标检测方法.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61901347);西安工程大学博士科研启动基金资助项目(BS1413)

作者简介:焦亚萌(1981—),西安工程大学讲师、博士.研究方向:阵列信号处理、麦克风信号处理.
E-mail: jiaoyameng@xpu.edu.cn

引 文:焦亚萌,武 岳,崔 琳.基于峰均功率比的盖氏圆信源数估计方法[J].深圳大学学报理工版,2021,38(1):85-91.

参考文献 / References:

- [1] 鄢社锋. 优化阵列信号处理(上册):波束优化理论与方法[M]. 北京:科学出版社,2018:1-5.
YAN Shefeng. Optimal array signal processing: beamformer design theory and methods [M]. Beijing: Science Press, 2018: 1-5. (in Chinese)
- [2] KRIM H, VIBERG M. Two decades of array signal processing research: the parametric approach [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 1996, 13(4): 67-94.
- [3] NADLER B. Nonparametric detection of signals by information theoretic criteria: performance analysis and an improved estimator [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(5): 2746-2756.
- [4] FISHLER E, GROSMANN M, MESSER H. Detection of signals by information theoretic criteria: general asymptotic performance analysis [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50(5): 1027-1036.
- [5] WU H T, YANG J F, CHEN F K. Source number estimators using transformed Gerschgorin radii [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43(6): 1325-1333.

- [6] 董 志,胡君朋,黄芝平.单通道信源数估计的改进方法[J].测试技术学报,2017,31(3):227-234.
DONG Zhi, HU Junpeng, HUANG Zhiping. Improvement of source number estimate method for single channel signal [J]. Journal of Test and Measurement Technology, 2017, 31(3): 227-234. (in Chinese)
- [7] HUANG Lei, SO H C. Source enumeration via MDL criterion based on linear shrinkage estimation of noise subspace covariance matrix [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(19): 4806-4821.
- [8] GUIMARÃES D A, De SOUZA R A A. Simple and efficient algorithm for improving the mdl estimator of the number of sources [J]. Sensors, 2014, 14(10): 19477-19492.
- [9] JIANG Jiakai, DU Yanshen, WEI Ping. Detection of the number of sources based on power estimation [C]// International Conference on Communications. Chengdu, China: IEEE, 2013: 278-282.
- [10] GU Jianfeng, WEI P, TAI H M. Detection of the number of sources at low signal-to-noise ratio [J]. IET Signal Processing, 2007, 1(1): 2-8.
- [11] 陈明建,胡振彪,陈 林,等.非均匀噪声背景下混合信号 DOA 估计算法[J].信号处理,2019,35(2):168-175.
CHEN Mingjian, HU Zhenbiao, CHEN Lin, et al. The algorithm for direction-of-arrival for uncorrelated and coherent signals estimation in the presence of unknown nonuniform noise fields [J]. Journal of Signal Processing, 2019, 35(2): 168-175. (in Chinese)
- [12] 蔡 进,刘春生,陈明建,等.总体最小二乘拟合的盖氏圆盘信源数估计法[J].信号处理,2017,33(10):1332-1337.
CAI Jin, LIU Chunsheng, CHEN Mingjian, et al. Gerschgorin disks based on total least squares for source number estimation [J]. Journal of Signal Processing, 2017, 33(10): 1332-1337. (in Chinese)
- [13] WU H T, YANG J F, CHEN F K, et al. Source number estimator using Gerschgorin disks [C]// International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Washington D C: IEEE, 1994, 4: 261-264.
- [14] WANG Jing, JI Fei, CHEN Fangjiong, et al. Correlated source number estimation with Gerschgorin radii of partitioned matrices products [J]. Wireless Personal Communications, 2019, 107(3): 1077-1091.
- [15] DONG Shumin, ZHUANG Xiaodong, YU Jun, et al. The design and analysis of adjustment factor in Gerschgorin criterion for source number estimation [C]// The 2nd International Conference on Image Vision and Computing. Chengdu, China: IEEE, 2017: 823-827.
- [16] WU Xiaohuan, ZHU Weiping, YAN Jun. A toeplitz covariance matrix reconstruction approach for direction-of-arrival estimation [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2017, 66(9): 8223-8237.

【中文责编:英 子;英文责编:木 柯】

<http://journal.szu.edu.cn>