

基于直线的几何不变性标定摄像机参数

傅 丹^{1),2)} 周 剑²⁾ 邱志强²⁾ 于起峰²⁾

¹⁾ (中国人民解放军第二炮兵驻航天科技集团公司第一研究院型号办公室, 北京 100076)

²⁾ (国防科学技术大学航天与材料工程学院, 长沙 410073)

摘 要 计算机视觉通常采用针孔摄像机模型,但对于存在较大畸变的鱼眼镜头或广角镜头来说,会造成图像中同时存在透视变形和像差畸变。解决此问题的传统方法一般是采用标准网格板来标定摄像机参数,但需要较多的已知信息。为了进行精确的标定,提出了一种新的标定方法,该方法不需要任何空间3维信息,即可用单幅普通图像来标定摄像机的像差系数及内参数,并可将畸变图像校正到相似变换。为了纠正像差畸变和计算消影点,该方法采用了直线的射影不变性,即共线点的投影仍然共线,平行直线束的投影相交于一点的性质;为了纠正透视变形,还采用了直线的相似不变性,即正交直线的夹角在相似变换中仍然保持正交的性质。用该方法标定的摄像机的参数包括像差系数、焦距、主点和纵横比,同时将图像纠正到了相似变换。用实验室图像和室外图像进行了仿真实验都得到了精确、可靠的结果。

关键词 摄像机标定 镜头畸变 直线 几何不变性

中图法分类号: TN942.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2009)06-1058-06

A Method of Camera Calibration Using Geometrical Invariability of Line

FU Dan^{1),2)}, ZHOU Jian²⁾, QIU Zhi-qiang²⁾, YU Qi-fen²⁾

¹⁾ (The Second Artillery Force of the Chinese People's Liberation Army Model Office at the First Academy of China Aerospace Science and Technology Corporation, Beijing 100076)

²⁾ (College of Aerospace and Material Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073)

Abstract Many algorithms in computer vision usually use a pin-hole camera model. An image is caused by both projective transform and the lens distortion as fish-eye lens or wide-angle lens have large distortion. Unlike the traditional methods which need much information of the scene, a novel approach using geometrical invariability of line to perform camera self-calibration from a single image is presented. In order to correct lens distortion and calculate vanishing point from the image, projective invariants are used; collinear points should be in the same line, Parallel line should intersect at one point; metric invariant is used; the included angle of orthogonal straight lines should be rectangular. So camera lens distortion and internal parameters are calibrated. The result of emulation and real images are accurate and reliable with this method.

Keywords camera calibration, lens distortion, straight line, geometrical invariant

1 引 言

摄像机参数总是相对于某种几何成像模型的,这是对光学成像过程的简化,比如最常用的针孔模

型,即中心透视投影成像模型就是一种简化的线性模型。但是大多数时候这种线性模型不能准确地描述摄像机成像的几何关系:例如对于中焦距普通质量的镜头,在图像的边界大概有1~3 pixels大小的畸变误差;而在使用广角镜头时,则图像边界的畸变

基金项目:国家自然科学基金资助项目(10472133)

收稿日期:2007-03-08; **改回日期:**2007-08-23

第一作者简介:傅 丹(1979~),女。2008年获国防科技大学航天与材料工程专业博士学位。主要研究方向为基于图像的精密测量与运动测量。E-mail: fudan_2005@yahoo.com.cn

误差会更大^[1]。此时如果仍然采用针孔模型,则实际成像和中心透视投影成像之间会出现较大偏差,这种偏差是由径向镜头畸变、切向镜头畸变以及其他系统误差参数引起的,通称为像差。由于像差模型是非线性的,因此只有考虑像差畸变,利用校正畸变后的模型进行 3 维重建才能得到较高的图像重建精度。

通常情况下,摄像机的内部参数指的是摄像机成像的基本参数,如主点(图像中心)、焦距、像差^[2],而摄像机的内参数则是指除像差外的其他参数。检查和校准摄像机的内参数和像差的过程称为摄像机标定,对于日益广泛使用的非量测摄像机来说,标定是从 2 维图像获取 3 维信息必不可少的步骤。随着摄影测量和计算机视觉理论的发展,许多学者对摄像机标定技术进行了深入的研究。其中比较常用标定像差的方法有 Tsai 等人提出的两步标定法^[3]、Weng 等人提出的标定法^[4]和于起峰等人提出的三步法^[1,5]。由于这些方法都是采用网格板作为标定板,需要已知网格点的空间 3 维坐标,然后才能基于网格节点的空间点和对应像点的关系来进行最优迭代求解。本文是采用基于直线的几何不变性理论的方法,由单幅图像来标定像差系数和主点、焦距等摄像机内部参数,由于该方法只需要在单幅图像中提取直线特征即可,其既不需要网格板,也不需要预先知道特征的空间坐标,因此算法简单、易于实现。

2 基本概念介绍

2.1 几何不变性

3 维目标通过投影模型来得到 2 维图像,其在几何学中称为从 3 维到 2 维的变换。通常变换是采用中心透视投影模型,而且是 3 维到 2 维的射影变换。常见的几何变换还有仿射变换、相似变换和欧氏变换。一个几何配置的不变性是指该配置的函数在某种变换下不变。表 1 列出了几种几何变换所包含的不变性^[6]。

表 1 常见几何变换的几何不变性质
Tab.1 Geometric properties invariant to commonly occurring transformation

几何变换	几何不变性
射影变换	共线、共点、交比等
仿射变换	平行、面积比、交比等
相似变换	长度比、夹角等
欧氏变换	长度、面积等

本文所要用到的是射影变换和相似变换的几何不变性,在下文中将详细讲述。

2.2 镜头像差模型

将 3 维空间中的目标投影到图像面上,即可得到有畸变的图像。一般人为假定目标先通过投影发生射影变换来得到透视变形的图像;然后通过镜头畸变来得到实际拍摄的图像,但这对实际成像并无影响。在发生射影变换的过程中,空间 3 维点投影会遵守射影不变性,这样就有可能通过分析射影不变性来纠正镜头畸变,即标定像差。图 1 为一个目标的理想图像、射影变换后图像和镜头畸变后的图像。由图 1 容易看见,经过较大像差系数畸变后的目标物的真实直线投影成了图像上的曲线。不难理解,标定摄像机的像差系数,也就是将图 1(c)恢复成图 1(b)。

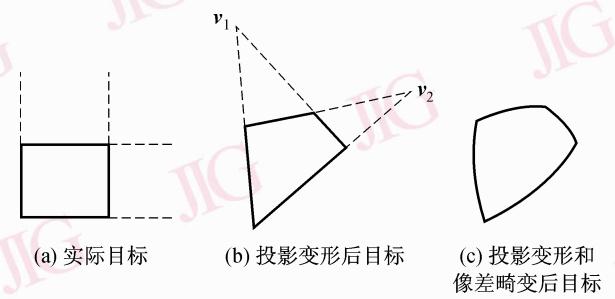


图 1 变形前后的目标
Fig.1 Before and after Distortion

一般认为像差可以分解为径向像差和切向像差。其中径向像差产生的畸变是指从畸变中心到图像点方向的畸变,切向像差产生的畸变与该方向垂直。图像点的像差描述如下:

$$\begin{aligned} x_u &= x_d + \hat{x}_d (K_1 r_d^2 + K_2 r_d^4 + K_3 r_d^6 + \cdots) + \\ &\quad [P_1 (r_d^2 + 2\hat{x}_d^2) + 2P_2 \hat{x}_d \hat{y}_d] [1 + P_3 r_d^2 + \cdots] \\ y_u &= y_d + \hat{y}_d (K_1 r_d^2 + K_2 r_d^4 + K_3 r_d^6 + \cdots) + \\ &\quad [P_2 (r_d^2 + 2\hat{y}_d^2) + 2P_1 \hat{x}_d \hat{y}_d] [1 + P_3 r_d^2 + \cdots] \end{aligned} \quad (1)$$

其中, (x_u, y_u) 为针孔模型成像条件下的图像点的理想坐标, (x_d, y_d) 为图像点的实际坐标,在像差模型中,通常采用归一化的图像坐标^[7]。在计算像差系数时,不失一般性,设焦距为 1,若采用 $\hat{x}_d = x_d - x_c$, $\hat{y}_d = y_d - y_c$,则有 $r_d^2 = \hat{x}_d^2 + \hat{y}_d^2$,其中 r_d 为图像点到主点的距离。 (x_c, y_c) 为镜头中心坐标, α 为图像像素纵横比。由此可以看出, x 和 y 方向上的畸变值和图像点的位置有关。 K_i 及 $P_i (i = 1, 2, 3, \cdots)$ 为摄像机的像差系数。

求解像差系数的模型很多, Tsia 认为, 由于摄像机镜头的畸变误差中起主导作用的是径向轴对称误差, 因此可以仅取轴对称误差模型, 即计算 $K_1^{[3]}$; 文献[7]指出, 高次项的畸变还可以通过变换畸变中心及图像的纵横比来等效实现。这样既可以满足精度要求, 又可大大简化计算模型。本文选取的像差模型为

$$\begin{cases} x_u = x_d + \hat{x}_d(K_1 r_d^2) \\ y_u = y_d + \hat{y}_d(K_1 r_d^2) \end{cases} \quad (2)$$

2.3 内参数模型

当不考虑镜头畸变时, 则摄像机模型采用针孔模型, 即中心透视投影成像模型。此时摄像机的内参数模型为

$$K = \begin{bmatrix} f & s & x_c \\ 0 & \alpha f & y_c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中, (x_c, y_c) 为镜头中心坐标, f 为焦距, α 为图像像素的纵横比, s 为扭曲因子。这就是摄像机内参数的五参数模型。当考虑 $s = 0$, 则式(3)简化为摄像机内参数的四参数模型; 当考虑 $\alpha = 1$, 即将图像中心 (u_0, v_0) 作为镜头中心时, 则内参数模型可进一步简化。本文摄像机校正模型采用摄像机内参数的四参数模型, (x_c, y_c) 、 f 、 α 未知, $s = 0$, 即镜头畸变中心与图像中心不重合, 图像像素的纵横比 α 亦并不为 1。对实际的摄像机镜头来说, 这既简化了运算, 又符合实际情况。

3 维目标可通过中心透视投影模型来得到 2 维图像, 由于目标与图像中存在一个射影变换, 因而会产生透视变形。本文采用摄像机模型由图像重建得到的目标结构与实际目标的关系是相差一个比例因子的, 且两者存在一个相似变换。用透视变形的图像重建实际目标, 在没有比例因子先验知识时, 一般重建到相似变换即可^[6], 称为度量重建 (metric reconstruction)。由于绝对二次曲线的图像是二次曲线

$$\omega = (KK^T)^{-1} = K^{-T}K^{-1} \quad (4)$$

其只与摄像机的内参数 P 有关, 而与摄像机的位置、方位无关^[6], 因此在校正了镜头畸变后, 就消除了图像中的透视变形, 并使得图像的相似性质可以被测量, 这样先计算出 ω , 再以此得到摄像机的内参数, 即可将图 1(b) 恢复成图 1(a)。

3 直线的几何不变性

3.1 射影不变性

常用的射影不变性有共线点的投影仍然共线, 平行直线的投影平行或相交于一点, 直线段投影的交比不变等^[8]。

3.1.1 共线点仍然共线计算像差

本文算法适用于任意直线, 且不需要其他先验知识, 这样以共线点的投影仍然共线为条件, 按照式(1)的像差模型建立约束方程, 就能解算出像差系数。

如图 1(b) 所示, 原来位于同一条直线的点应该仍然共线。那么用共线的点对实际得到的曲线进行拟合, 即可以得到直线^[9]。如图 2 所示, 实线表示发生畸变后的曲线。

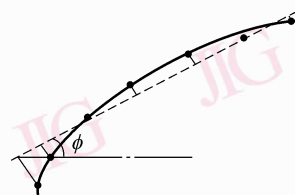


图 2 直线的变形

Fig. 2 The distorted line

中心投影得到的无畸变直线方程为

$$ax_u + by_u + c = 0 \quad (5)$$

将式(2)代入式(5)即可以得到

$$f(x_d, y_d) = ax_u(x_d, y_d) + by_u(x_d, y_d) = 0 \quad (6)$$

对 x_d, y_d 分别求微分, 得到的直线斜率为

$$s(x_d, y_d) = \frac{\frac{\partial y_u}{\partial x_d} + \frac{\partial y_u}{\partial y_d} \cdot \frac{\partial y_d}{\partial x_d}}{\frac{\partial x_u}{\partial x_d} + \frac{\partial x_u}{\partial y_d} \cdot \frac{\partial y_d}{\partial x_d}} \quad (7)$$

如果在同一曲线上取畸变点, 采用式(7)计算斜率, 由于这些点在理想情况下是共直线的, 因此每个 $s(x_i^d, y_i^d)$ 是相等的, 那么即可以此为约束, 给定曲线上一组点 (x_i^d, y_i^d) , $i = 1, \dots, N$, 再由如下公式通过最小化误差 $E^{[10]}$ 来计算 K_1 。

$$E = \sum_{i=2}^N (s(x_i^d, y_i^d) - s(x_{i-1}^d, y_{i-1}^d))^2 \quad (8)$$

3.1.2 通过平行直线相交来计算消影点

利用中心透视投影模型得到的目标图像, 由于透视变形, 从而导致真实场景中的平行直线不再平

行,并且会聚到一个有限点,即消影点^[6]。为了标定摄像机的内参数,需要先计算消影点。由于存在测量噪声,因此图像上的平行线一般不交于唯一的点,此时,可采用消影点和线段的最大似然估计(MLE)来确定这一点,并通过最小化从测量直线的两端点到直线集合的垂直距离的平方和来实现。该最小化可采用 Levenberg-Marquardt 算法^[11]来计算(如图3所示)。

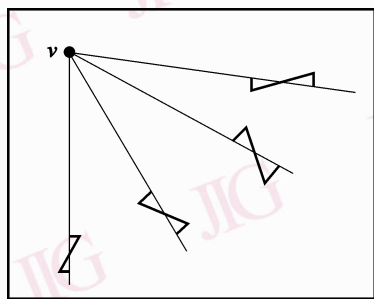


图3 消影点的 ML 估计

Fig. 3 ML estimation of a vanishing point from imaged parallel scene lines

3.2 相似不变性

常用的相似不变性有直线的长度比不变和两直线的夹角不变^[8]。

对于现实场景而言,正交直线比较常见,如墙面与地面等。本文以正交直线的夹角在相似变换中仍然保持正交为约束条件,通过将图像从射影变换恢复到相似变换,以确定摄像机的焦距 f 。

图像中的一个点 $\mathbf{x}$ 的反向投影是由该点 $\mathbf{x}$ 和摄像机中心确定的一条射线。设射线上的点为 $\mathbf{X} = \lambda \mathbf{d}$,则图像点为

$$\mathbf{x} = \mathbf{K}[\mathbf{I} \ 0](\lambda \mathbf{d}^T \ 1)^T = \mathbf{K} \mathbf{d} \quad (9)$$

令两条射线的方向 $\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2$ 分别与图像点 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$ 对应,那么它们之间的夹角就可以由以下余弦公式得到^[6]:

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{\mathbf{d}_1^T \mathbf{d}_2}{\sqrt{\mathbf{d}_1^T \mathbf{d}_1} \sqrt{\mathbf{d}_2^T \mathbf{d}_2}} \\ &= \frac{\mathbf{x}_1^T (\mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1}) \mathbf{x}_2}{\sqrt{\mathbf{x}_1^T (\mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1}) \mathbf{x}_1} \sqrt{\mathbf{x}_2^T (\mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1}) \mathbf{x}_2}} \quad (10) \end{aligned}$$

若将一条直线的消影点反向投影成平行于该直线的射线,并令 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ 为一幅图像中两条直线的消影点,那么式(10)就可以转换为

$$\cos \theta = \frac{\mathbf{v}_1^T \boldsymbol{\omega} \mathbf{v}_2}{\sqrt{\mathbf{v}_1^T \boldsymbol{\omega} \mathbf{v}_1} \sqrt{\mathbf{v}_2^T \boldsymbol{\omega} \mathbf{v}_2}} \quad (11)$$

如果已知空间两直线的夹角,则由式(11)即可以计算出 $\boldsymbol{\omega}$,进而可计算出内参数 $\mathbf{K}$,并可以通过求解式(3)来得到焦距 f 。在实际求解中常可以找到正交直线,若具有垂直方向的直线的消影点满足

$$\mathbf{v}_1^T \boldsymbol{\omega} \mathbf{v}_2 = 0 \quad (12)$$

则很容易计算得到焦距 f 。

4 算法流程

根据以上原理介绍,基于直线的几何不变性来标定摄像机内部参数的具体步骤如下:

(1)由像差模型(式(2))可知,图像点的畸变情况与图像点到主点的距离 r 有关,若距离 r 越大,畸变越大,则直线的弯曲程度越大。为了得到较精确的解,可在图像上选取10条(或更多)畸变后的曲线参与求像差系数,并使曲线尽可能地分布在图像四周,同时在曲线上提取若干点。

(2)将图像中心作为畸变中心的初值, α 的初值取为1,由式(8)首先计算像差系数 K_1 ;然后以此作为初值,通过复形调优优化算法^[12]来优化像差系数 K_1 ,并计算 (x_c, y_c) 、 α 。这样图像的像差畸变就被校正,使图像成为理想的透视图像。

(3)在校正好畸变的透视变形图像上寻找原目标上相互正交的平行直线组,先采用最大似然估计计算直线的消影点,再由式(12)计算出 $\boldsymbol{\omega}$,然后采用Cholesky分解法计算出摄像机的内参数 $\mathbf{K}$,同时由式(3)得到焦距 f 。最终透视变形图像就被校正到相似变换。

5 本文算法的优点

(1)本文算法首先基于直线的透视不变性(直线保线)来标定摄像机的像差系数和主点、纵横比,将畸变图像恢复到理想透视变换图像;然后基于直线的透视不变性(平行线相交)和相似不变性(正交直线保持正交)来标定摄像机的焦距。本文算法以场景中直线的几何不变性为约束,通过对待求的摄像机参数的求解步骤分离来简化标定摄像机参数所需要的条件。

(2)本文算法基于场景的直线几何不变性,用单幅图像来标定摄像机的内部参数,既不需要精密的标定板,又不需要任何的空间3维信息,因此相对传统算法而言,具有较好的工程实用性。

本文算法标定摄像机像差系数时,只需要选取尽可能分布在图像四周的曲线,其目的是为了提高标定像差系数的精度,而对曲线的原有“直线”没有任何特殊要求;标定摄像机的焦距时,只需要在场景中寻找相互正交的一组平行线,在人造环境中这个要求是比较容易实现的,比如建筑物的门窗和表面、工业检测中工业零件的方形面等。用单幅图像标定摄像机的内部参数,对于后续的 3 维重建等需要处理多帧图像的工作而言,由于不需要焦距不变,也给图像拍摄带来了很大的简便,从而扩大了实际应用的范围。

6 仿真及实际图像实验

6.1 仿真图像实验

如图 4(a)所示,实验时首先绘制一个网格;然后用待标定的镜头对其成像,并在图像上加上方差为 0.1 pixel 的高斯噪声,即得到同时存在透视变形和像差畸变的图像(如图 4(b)所示);接着用本文的方法进行处理来消除像差畸变,即得到图 4(c);最后消除透视变形即得到图 4(d),并标定得到摄像机的参数。为比较不同方法的处理效果,先由图 4(a)来获得网格点的空间坐标和由图 4(b)来获得网格点的图像坐标,然后采用于起峰等人提出的三

步法^[5]标定摄像机的像差系数,并与本方法进行比较,对比结果如表 2 所示。于起峰等人提出的三步法^[5]的标定效果之所以较本文算法好,是因为该算法已知条件多、自然精度高的缘故,但是本文方法的处理效果也比较好的,而且还能标定焦距。从所恢复的图像(图 4(d))和表 2 的数据可以看出,本文的方法实用、有效。

表 2 仿真系统标定的参数

Tab. 2 Parameters of the emulational calibration system

参数	理论值	文献[5]算法 标定数据	本文算法 标定数据
K_1	0.5×10^{-6}	0.5001×10^{-6}	0.5023×10^{-6}
α	1	1.0001	1.0012
x_c (pixel)	346.5	346.4878	346.4098
y_c (pixel)	387	387.1501	387.4584
f (pixel)	286	—	280.5535

6.2 实际图像实验

实际图像为采用鱼眼镜头对某大楼平面进行拍摄得到的同时存在透视变形和像差畸变的图像(如图 5(a)所示)。由图 5(b)可见,本方法能较好地校正像差畸变,并能消除射影变形,可将大楼平面恢复到相似变换。从图 5(c)可以看出,大楼平面的每个

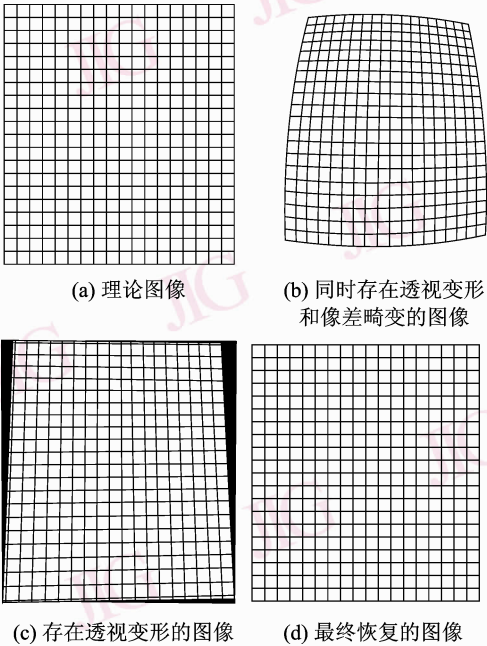


图 4 仿真图像实验结果
Fig. 4 Emulational experiment image

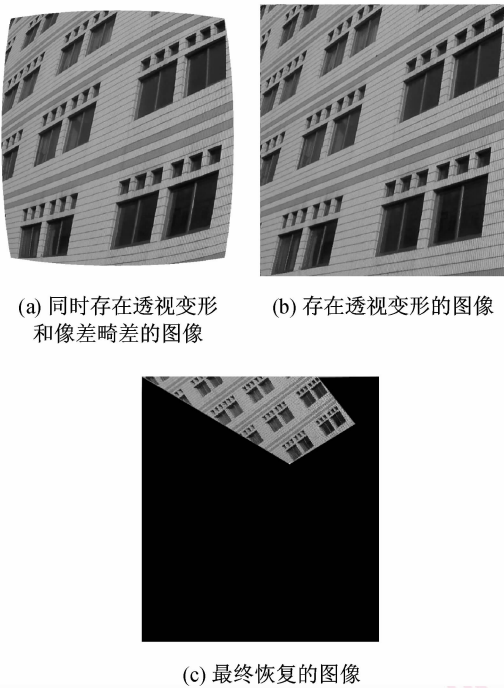


图 5 实际图像实验结果
Fig. 5 Real experiment

窗户都大小相等,不仅欧氏空间中的平行边恢复到平行和垂直边恢复到垂直,而且只需要引入比例因子即可完全恢复到实际平面。

7 结 论

本文对既有投影变形又有鱼眼畸变的图像,先用直线的射影不变性纠正了鱼眼畸变;然后用直线的相似不变性纠正了透视变形,使得到的图像只含有相似变形,从而标定了摄像机的内部参数(包括像差系数、焦距、主点和纵横比)。从实验结果可看出,本方法速度快、精度高,能通用于处理鱼眼镜头或存在畸变的其他摄像镜头拍摄的图像。当然在实际应用中还有其他一些问题需要解决:(1)如采用更精确的球形畸变模型,而不采用多项式畸变模型;(2)对于某些场景,如果包含的直线较少,没有分配到全场,则平行、垂直的直线难以得到,本方法将不太适合。这是下一步的研究方向。

参考文献 (References)

1 Yu Qi-feng, Lu Hong-wei, Liu Xiao-lin. Image Based Precise Measurement and Motion Measurement [M]. Beijing: Science Press,2002. [于起峰,陆宏伟,刘肖琳. 基于图像的精密测量和运动测量[M]. 北京:科学出版社,2002.]

2 Qiu Mao-ling, Ma Song-de, Li yi. Overview of camera calibration for computer vision[J]. Acta Automatica Sinica, 2001,26(1):43-55. [邱茂林,马颂德,李毅. 计算机视觉中摄像机定标综述[J]. 自动化学报,2001,26(1):43-55.]

3 Tsai R Y. A versatile camera calibration technique for high-accuracy

3D machine vision metrology using off the shelf TV cameras and lenses[J]. IEEE Journal of Robotics and Automation,1987,RA-3(4): 323-344.

4 Weng J Y, Cohen P, Herniou M. Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992, 14(10): 965-980.

5 Qiu Zhi-qiang, Yu Qi-feng. A high accuracy camera calibration method [J]. Journal of Engineering Graphics, 2001,22(Supp 1): 1-5. [邱志强,于起峰. 一种高精度摄像机标定法[J]. 工程图学学报,2001,22(增刊): 1-5.]

6 Hartley R,Zisserman A. Multiple View Geometry in Computer Vision [M]. London, UK: Cambridge University Press,2000.

7 Ma Song-de, Zhang Zheng-you. Computer Vision[M]. Beijing: Science Press,1998. [马颂德,张正友著. 计算机视觉-计算理论与算法基础[M]. 北京:科学出版社,1998.]

8 Mei Xiang-ming, Liu Zeng-xiang. Higher Geometry [M]. Beijing: Higher Education Press, 1998. [梅向明,刘增贤等著. 高等几何[M]. 北京:高等教育出版社,1998.]

9 Qiu Zhi-qiang, Lu Hong-wei, Yu Qi-feng. A fish-eye lens correction method using projective Invariant[J]. Yournal of Applied Optics, 2003, 24(5):36-38. [邱志强,陆宏伟,于起峰. 用射影不变性纠正鱼眼镜头畸变[J]. 应用光学,2003,24(5):36-38.]

10 Moumen Ahmed, Aly Farag. Nonmetric calibration of camera lens distortion; differential methods and robust estimation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, 14(8):1215-1230.

11 Liebowitz D, Zisserman A. Metric rectification for perspective images of planes[A]. In: Proceedings of IEEE Computer Vision and Pattern Recognition[C], Santa Barbara, CA, USA, 1998,482-488.

12 Xu Shi-liang. The Common Programming in C [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004. [徐士良著. C 常用算法程序集[M]. 北京:清华大学出版社. 2004.]