中国科学（A 辑）
第 30 卷 第 4 期 SCIENCE IN CHINA (Series A) 2000 年 4 月

近地小行星与地球的交会问题*

季江徽 刘 林
（南京大学天文系，南京 210093）

摘要 小行星是太阳系最重要的一类小天体，而近地小行星的运动又特别引起人们的关注，其焦点之一是与地球的交会问题．研究这类小行星的轨道演化，通过分析比较，给出了合理的力学模型和相应的算法，对已正式编号的近地小行星进行了计算，所获得的与地球交会的最小距离及相应的交会时刻与国际小行星中心（MPC）公布的结果相符．

关键词 近地小行星 轨道演化 交会 最小距离

太阳系中小行星大多分布在火星和木星轨道之间，离太阳 2.1 ~ 3.3AU（AU 为天文单位），称为主带小行星．近地小行星（Near-Earth Asteroids，NEAs），是指轨道半长径与地球轨道半长径相近的小行星，直径超过 1km 的近地小行星特别引起人们的关注，因为它们有可能撞击地球．目前发现的这类小行星已超过 250 颗，基本上分为 3 种类型，即

（1）Aten 型：$a < 1.0$ AU，$Q = a(1+e) > 0.983$ AU，

（2）Apollo 型：$a \geqslant 1.0$ AU，$q = a(1-e) \leqslant 1.017$AU，

（3）Amor 型：$a > 1.0$ AU，$1.017\text{AU} < q < 1.38\text{AU}$，

其中 a 为轨道半长径，q 和 Q 分别为近日距和远日距，1.38AU 为火星轨道的近日距．

对近地小行星轨道演化的研究，有两个重要方面，一是起源问题[1, 2]，另一个即与地球（或其他大行星）的接近或碰撞的可能，此即与地球的交会问题．关于这一问题，我们曾对力学模型和各种算法作过较系统的研究[3,4]，并与有关工作作过比较（见参考文献[3, 4]中的引文），本文在此基础上给出了合理的力学模型和相应的算法，并用计算结果证实了其有效性．

1 力学模型

关于近地小行星轨道演化的定量研究，特别是与地球的交会问题，对力学模型的要求比对定性研究复杂得多．在文献[3, 4]的基础上，进一步探讨得知，下述两种模型宜被采用，即

（1）限制性（11 + 1）体质点引力模型（Model Ⅰ），

（2）限制性（11 + 1）体质点平均引力模型（Model Ⅱ）．

对于 Model Ⅰ，11 个大天体即太阳、9 大行星和月球，大行星和月球的轨道将与近地小行

1999-09-28 收稿
* 国家自然科学基金（批准号：19873020）、紫金山天文台小行星基金会和中国科学院国家天文观测中心资助项目

星轨道同时求解，在日心黄道坐标系中，相应的运动方程可统一写成下列形式：

$$\ddot{\boldsymbol{r}}_i = -(1+\mu_i)\frac{\boldsymbol{r}_i}{r_i^3} - \sum_{j=1,j\neq i}^{11}\mu_j\left(\frac{\boldsymbol{\Delta}_{ji}}{\Delta_{ji}^3}+\frac{\boldsymbol{r}_j}{r_j^3}\right)+(\boldsymbol{A}_{PN})_i, \quad i=1,\cdots,11. \tag{1}$$

这里 $\boldsymbol{r}_i$，$\boldsymbol{r}_j$ 为大行星，月球和小行星的位置矢量，$\boldsymbol{\Delta}_{ji}=\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j$，$\mu_i$ 以及 μ_j 各为相应天体的质量与太阳质量之比，小行星的质量可以忽略不计，即在方程(1)右函数中，对于大行星和月球的运动而言，无小行星的引力项．$(\boldsymbol{A}_{PN})_i$ 为后 Newton 项，源于太阳的引力效应．

对于 Model Ⅱ，与 Model Ⅰ不同的是，大行星和月球的轨道是已知的，由下述平均轨道根数公式确定：

$$\sigma_i(t)=\sigma_i(T_0)+\dot{\sigma}_i(t-T_0)+\ddot{\sigma}_i(t-T_0)^2, \tag{2}$$

式中 T_0 为 $J2000.0$(对应儒略日 $JD=2\,451\,545.0$)，σ_i 为6个轨道根数，$\dot{\sigma}_i$ 和 $\ddot{\sigma}_i$ 则为平均根数的变率，其值在中、外天文年历均有刊载．此时对应的小行星运动方程为

$$\ddot{\boldsymbol{r}}=-\frac{\boldsymbol{r}}{r^3}-\sum_{i=1}^{10}\mu_i\left(\frac{\boldsymbol{\Delta}_i}{\Delta_i^3}+\frac{\boldsymbol{r}_i}{r_i^3}\right)+\boldsymbol{A}_{PN}, \tag{3}$$

这里 $\boldsymbol{\Delta}_i=\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_i$，在积分过程中摄动天体(大行星和月球)的位置矢量 $\boldsymbol{r}_i$ 由(2)式给出的轨道根数计算．

在上述两种模型中均未像某些研究中以地月系统(以其质心的运动来体现)代替地球和月球两个天体，即将月球的影响与地球的影响精确地分离，这是因为近地小行星靠近地球时，同样可以接近月球而导致月球对其引力摄动影响增大，如果仅仅处理为地月系对小行星的引力作用，则不能很好地体现交会时小行星轨道的准确变化．

在文献[3]中，我们曾对上述平均模型作过另一种修正，即增加大行星轨道周期变化中较重要的部分，如木星轨道与土星轨道的5/2共振项，但通过计算比较，仅对小行星十分接近地球等大行星才有些影响，而此时其他周期项也有相应的影响．因此，在交会问题中，对平均模型的进一步修正应该取“真实”模型，即 Model Ⅰ．

2 计算方法和相应的计算结果

对于小行星的轨道演化，采用模型Ⅰ与模型Ⅱ时，由于其复杂性，目前只能借助于数值求解的方法来解决．从轨道演化角度来看，能够保持运动整体结构的辛算法[5,6]是比较理想的，我们曾在文献[3, 4]中采用过，只要小行星不十分靠近大行星时，其计算结果是可靠的，且计算效率高．但若小行星和大行星(一个或几个)接近时，则大行星对其引力作用增大而需要频繁地改变积分步长，此时辛算法的优点丧失，其效果不如可自动变步长的非辛算法，如 RKF7(8)积分器[7]．就数值方法而言，尽管 RKF7(8)这类积分器变步长方便，但是考虑到在积分过程中月球运动较快，从而相应的整体积分步长不得不取得较小，这将影响计算效果．在此背景下，必需考虑如何处理月球运动对应的快变部分．

由于月球运动较快，在积分66维方程组(1)时，亦可采用每积分一步后对月球轨道进行修正(即另采用小步长重新对月球部分积分，所需要的大行星位置由内插给出)的方法，但这显然比较麻烦，而另一种解决途径更理想．虽然月球运动较快，但其轨道根数 σ(即常用的瞬时椭圆根数 a, e, i, Ω, ω, M)由大行星摄动引起的变化却较慢，于是在积分方程组(1)时，近地

小行星和大行星的积分变量仍采用 $\boldsymbol{r}_i$ 和 $\dot{\boldsymbol{r}}_i$，而月球运动则采用地心黄道根数 σ，相应的运动方程为

$$\dot{\sigma} = f(\sigma, \boldsymbol{r}_j(t)), \tag{4}$$

其中 $\boldsymbol{r}_j(t)$ 是积分上述方程组(1)时给出的大行星位置矢量，相应的月球日心位置矢量和速度矢量 $\boldsymbol{r}_i$，$\dot{\boldsymbol{r}}_i$ 由下式计算：

$$\begin{cases} \boldsymbol{r}_i = \boldsymbol{r}_m + \boldsymbol{r}_e, \\ \dot{\boldsymbol{r}}_i = \dot{\boldsymbol{r}}_m + \dot{\boldsymbol{r}}_e. \end{cases} \tag{5}$$

这里 $\boldsymbol{r}_e$ 和 $\dot{\boldsymbol{r}}_e$ 即方程组(1)中相应的地球日心黄道位置矢量和速度矢量 r_i，$\dot{r}_i$，而 $\boldsymbol{r}_m$ 和 $\dot{\boldsymbol{r}}_m$ 是月球的地心黄道位置矢量和速度矢量，由方程(4)中的根数 σ 计算，即

$$\boldsymbol{r}_m = \boldsymbol{r}_m(\sigma), \quad \dot{\boldsymbol{r}}_m = \dot{\boldsymbol{r}}_m(\boldsymbol{\sigma}). \tag{6}$$

在积分方程组(1)时，将月球部分改用方程(4)～(6)进行，不仅可以采用同一积分步长，而且方程的表达亦很简单，方程(4)和(6)的具体形式已在文献[8]中给出，这里不再重复．采用这种改进方法，计算效果得到明显改善，而且比采用上述每积分一步后再用小步长改进快变量(即月球轨道)的方法简单，且效果更好．

为了表明力学模型和计算方法的可靠性，我们对已正式编号的近地小行星中的 114 颗进行了计算，关于 21 世纪(2001～2100 年)与地球的交会情况和国际小行星中心(MPC)公布的有关结果作了比较．在表 1 中列出了与地球交会时最小距离小于 0.05AU 的那些小行星的状况，对每颗小行星而言，其中第 1 行是 MPC 在因特网上公布的结果，第 2 行为本文的计算结果，并给出了两者交会时刻之差和最小距离之差．尽管我们的资料不全，小行星的初始根数是引用俄国历表(Ephemerides of Minor Planets for 1998)给出的 1999 年 8 月 10 日的预报值，只有 7 位有效数字[10]，不如 MPC 的基本数据精确(MPC 汇集了全球的观测资料)，但上述结果仍是相符的，除个别小行星外，两者之差很小，例如积分步长一般为 1～2 d，交会时刻相差不到 0.5 d 显然是合理的．这表明我们采用的力学模型和相应的计算方法(特别是在积分过程中对快变部分的月球轨道变化的处理)是合理而可靠的．

3　近地小行星轨道的长期演化

从某种角度来看，近地小行星与地球十分靠近甚至发生“碰撞”的可能性是完全存在的，特别是轨道倾角较小的(即与地球几乎在同一轨道面内运行的小行星)，但由于各大行星摄动影响的存在，轨道变化比较复杂，很难给出这种交会的准确时刻．除力学模型和计算方法外，小行星的轨道初值的提供就会受到测量精度的制约，不可能获得比测量精度更高的轨道，那么这一初值误差就会影响预报的精度．尽管如此，进行长期跟踪计算，还是能够从定性的角度来了解小行星轨道演化特征的．为此，我们对上述与地球接近可能性较大或轨道变化有一定特征的 14 颗小行星进行了计算，从而可以得知它们在 10^4～10^5 a 内的轨道演化的情况．计算结果列于表 2．

表中列出的是轨道半长径 a，偏心率 e 和倾角 i 的变化范围以及与地球交会的最小距离 $R_{\min}$ 和相应的交会时刻 t．从表中可以看出，1999 年为美国 NASA 发射的太空探测器所观测的小行星 # 433(Eros)在100 ka内不会与 Q 地球太接近．另外，Amor型小行星 # 3552，按平运动

表1 21世纪与地球交会的最小距离在0.05 AU内的近地小行星

近地小行星 编号	名称	交会时刻 (年.月.日)	时间差 (d)	最小距离/AU	距离差/AU
		Aten Type			
2340	Hathor	2086 Oct. 21.67		0.005 9	
		2086 Oct. 21.71	0.04	0.005 9	0.000 0
3362	Khufu	2045 Aug. 22.07		0.021 2	
		2045 Aug. 22.28	0.21	0.021 2	0.000 0
5604	1992 FE	2017 Feb. 24.42		0.033 6	
		2017 Feb. 24.68	0.26	0.033 6	0.000 0
		Apollo Type			
1566	Icarus	2090 June 14.72		0.035 7	
		2090 June 14.32	-0.40	0.043 5	0.007 8
1620	Geographos	2051 Aug. 23.15		0.047 9	
		2051 Aug. 22.78	-0.37	0.047 9	0.000 0
1862	Apollo	2082 May 12.44		0.033 4	
		2082 May 12.49	0.05	0.033 6	0.000 2
2101	Adonis	2036 Feb. 7.26		0.035 7	
		2036 Feb. 7.48	0.22	0.035 8	0.000 1
2102	Tantalus	2038 Dec. 27.34		0.044 3	
		2038 Dec. 27.46	0.12	0.044 4	0.000 1
3200	Phaethon	2093 Dec. 14.47		0.019 4	
		2093 Dec. 14.54	0.07	0.019 9	0.000 5
3361	Orpheus	2091 Apr. 18.95		0.021 1	
		2091 Apr. 18.77	-0.18	0.021 2	0.000 1
3671	Dionysius	2085 June 18.35		0.028 0	
		2085 June 18.00	-0.35	0.028 1	0.000 1
4179	Toutatis	2004 Sept.29.57		0.010 4	
		2004 Sept.29.61	0.04	0.010 4	0.000 0
4450	Pan	2060 Feb. 17.84		0.036 9	
		2060 Feb. 17.76	-0.08	0.037 0	0.000 1
4581	Asclepius	2051 Mar. 24.34		0.012 2	
		2051 Mar. 24.39	0.05	0.012 2	0.000 0
4660	Nereus	2060 Feb. 14.32		0.008 0	
		2060 Feb. 14.33	0.01	0.008 0	0.000 0
4769	Castalis	2046 Aug. 26.82		0.025 1	
		2046 Aug. 27.10	0.28	0.025 2	0.000 1
4953	1990 MU	2058 June 5.45		0.022 9	
		2058 June 5.23	-0.22	0.023 1	0.000 2
6037	1988 EG	2041 Feb. 27.90		0.024 4	
		2041 Feb. 27.96	0.06	0.024 3	-0.000 1
7335	1989 JA	2022 May 27.60		0.026 9	
		2022 May 27.33	-0.27	0.027 0	0.000 1
7482	1994 PC1	2022 Jan. 18.91		0.013 2	
		2022 Jan. 19.04	0.13	0.013 3	0.000 1
7822	1991 CS	2065 Aug. 31.16		0.025 0	
		2065 Aug. 31.42	0.26	0.025 0	0.000 0
8014	1990 MF	2080 Sept.12.45		0.039 3	
		2080 Sept.12.49	0.04	0.039 3	0.000 0
		Amor Type			
3122	Florence	2017 Sept. 1.50		0.047 2	
		2017 Sept. 1.78	0.28	0.047 2	0.000 0
3757	1982 XB	2074 Dec. 18.32		0.037 9	
		2074 Dec. 17.87	-0.45	0.038 0	0.000 1

表 2　近地小行星轨道演化的特征[a)]

编号	a/ AU	e	i/(°)	最小距离/AU	t/a
		Aten Type			
3362	0.981 7 ~ 1.003 7	0.461 5 ~ 0.469 8	9.91 ~ 12.35	0.003 6	514.0
1566	1.076 3 ~ 1.078 3	0.803 2 ~ 0.843 2	13.32 ~ 26.54	0.013 0	7 593.2
		Apollo Type			
1620	1.239 1 ~ 1.256 3	0.331 7 ~ 0.336 5	13.09 ~ 13.64	0.002 3	1 048.1
1981	1.775 1 ~ 1.799 5	0.388 2 ~ 0.651 2	39.76 ~ 49.64	0.005 6	1 309.1
2201	2.140 1 ~ 2.285 7	0.657 8 ~ 0.790 1	0.13 ~ 4.40	0.006 5	15 219.4
4015	2.606 1 ~ 2.756 7	0.478 8 ~ 0.643 3	2.08 ~ 10.62	0.011 5	26 778.9
4179	2.446 8 ~ 2.562 5	0.578 8 ~ 0.754 9	0.45 ~ 1.52	0.005 9	5 506.5
4581	1.004 7 ~ 1.026 3	0.354 9 ~ 0.360 3	3.92 ~ 5.73	0.007 7	3 402.1
4660	1.414 8 ~ 1.769 3	0.328 4 ~ 0.447 5	0.04 ~ 3.34	0.000 5	12 067.6
7753	1.346 9 ~ 1.468 5	0.467 4 ~ 0.482 9	0.32 ~ 3.12	0.001 6	13 521.2
		Amor Type			
433	1.457 5 ~ 1.458 6	0.203 4 ~ 0.278 6	10.14 ~ 15.22	0.092 9	92 308.3
887	2.410 9 ~ 2.571 9	0.537 9 ~ 0.768 8	2.39 ~ 13.35	0.008 4	6 971.6
3552	2.908 0 ~ 4.383 1	0.082 9 ~ 0.910 0	8.79 ~ 61.77	0.011 8	7 157.0

a) $t - t_0 = 10^4 \sim 10^5$ a, $t_0 = 1999.8.10.0$ (TDT)

角速度 n，它应属主带外边缘(接近 $n/n_J \approx 4/3$ 的轨道共振带，n_J 为木星的平运动角速度)，由于木星的引力作用以及长期共振效应导致其轨道半长径、偏心率以及倾角的变化都很大，在 100 ka 内除了与地球接近外，还与火星、木星分别接近，相应的最小距离各为 0.035 5 AU 和 0.039 9 AU，从而导致其轨道有更大的变化．相应的 e 和 i 的变化情况见图 1 和 2.

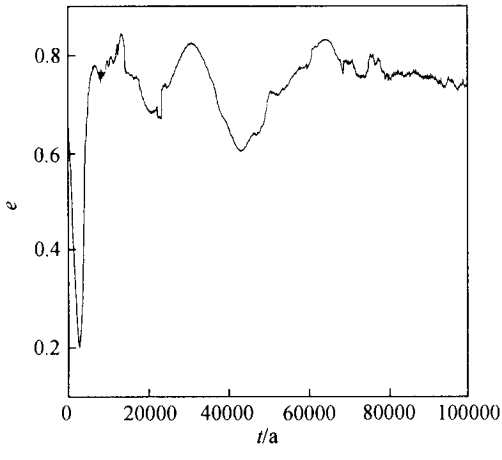

图 1　小行星 # 3552 轨道偏心率 e 的变化状态

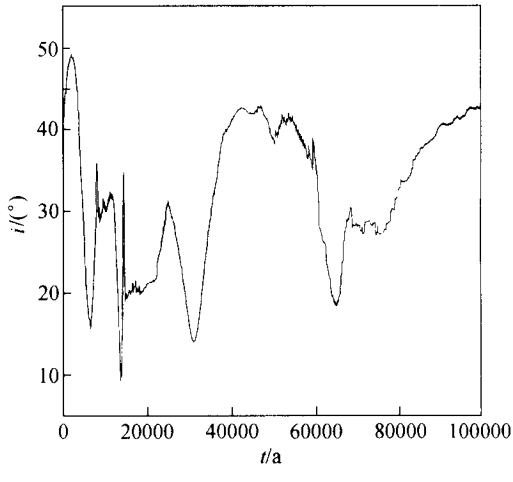

图 2　小行星 # 3552 轨道倾角 i 的变化状况

研究近地小行星轨道的长期演化行为，更多的是关心它们的轨道演化特征，从而进一步对揭示近地小行星的起源提供丰富的信息，同时也反映了小行星轨道演化的总趋势．至于近地小行星和主带小行星之间的演化关系正是我们下面即将开展的研究工作．

参 考 文 献

1 Nesvorny D, Morbidell A. Three-body mean motion resonances and the chaotic structure of the asteroid belt. A J, 1998, 116: 3 029

2 Mickel P, Froeschle C, Farinella P. Dynamical evolution of two Near-Earth asteroids to be explored by spacecraft: (433) eros and (4660) nereus. A & A, 1996, 313(3): 993

3 刘 林,季江徽. 关于近地小行星轨道演化的初步探索. 天文学报, 1997, 38(4): 337

4 刘 林,季江徽,廖新浩. 近地小行星轨道演化的数值研究与辛算法有效性的探讨. 天文学报, 1998, 39(2): 141

5 Feng K. On difference schemes and sympletic geometry. In: Feng K, ed. Proc 1984 Beijing Symposium on Differential Geometry and Differential Equations. Beijing: Science Press, 1985, 42

6 Feng K. Difference schemes for Hamiltonian formalism and symplectic algorithm. J Comp Math, 1986(4): 279

7 Fehlberg E. Classical Fifth-, Sixth, Seventh-and Eight-order Runge-Kutta formulas with stepsize control. NASA TR R-287, 1968

8 刘 林,张 强. 人卫精密定轨中的算法问题. 中国科学, A 辑, 1998, 28(9): 848 ~ 856