首都体育馆空间网架屋盖设计

北京市建筑設計院

一、概况

首都体育馆是在无产阶级文化大革命中我国工人阶级和技术人员遵照毛主席"自力更生,艰苦奋斗"的教导下建成的。它是目前我国第一座最大的有室内溜冰场的综合性体育馆。这个馆占地约七万平方米,主馆建筑面积四万平方米,长 122.2 米,宽 107 米,高 28.5 米,周围设有四至六层的附属用房;中央为比赛大厅,可容纳两万名观众。大厅屋盖面积为 99 米 × 112.2 米。由于使用和造型等要求,采用了大跨度空间网架结构。由于它空间的作用,受力性能合理,不但刚度、强度好,经济上比单向受力结构可节约钢材30%。施工只需少量的支撑架,较短时间内即可按装就绪。

首都体育馆要求平面是矩形,立面为平顶,并要有足够的抗震性能。选用了斜向正交型的平顶网架,为了便于屋面排水,中央起棋 2.1 米,形成四坡顶屋面,网架高度为 6 米,拼装时用长度为 4.669 米,9.338 米及 14.007 米三种单元桁架,共 544 榀所组成。 节点连接采用了高强螺栓和经喷砂处理的节点板,利用板间形成的摩擦力来传递杆件轴力。

网架周边以双层平面桁架及垂直面上的斜杆组成边梁,置于间距为 6.6 米的 64 个钢筋混凝土柱头上,做成可侧移的简支支座。

首都体育馆的空间网架屋盖经实际使用,情况良好。说明这种结构满足了建筑使用的要求,用钢量及造价比较经济,制作安装比较方便,符合多快好省的要求。

二、內力分析

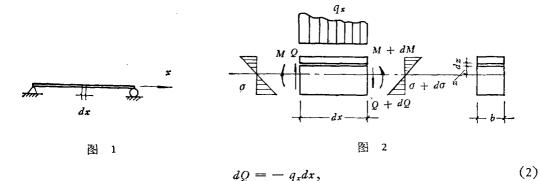
网架是由数量较多的杆系组成的高次静不定空间受力体系。它改变了一般单向受力 桁架的情况。若将桁架按匀质弹性体的梁来考虑,导出以位移为未知函数的微分方程,其 形式与双向板有些类似。将基本微分方程近似地写成差分方程,并以未知位移值组成的 线性方程组来代替。应用差分法分段步长取桁架的节间长度,既符合实际情况,计算步骤 也简单一致,容易掌握。使用电子计算机求解线性方程组,迅速准确。

1. 物理方程的建立

由于桁架上下弦是抗弯矩的,斜杆是承担剪力的杆件,上弦与下弦的内力通过斜杆传

说,这与一般梁的概念非常接近。梁的物理方程通过平面假定和虎克定律的原则,它的平 衡方程是:

$$\int_{z}^{z+dz} \sigma_{x+dx} \cdot b \cdot dz - \int_{z}^{z+dz} \sigma_{x} \cdot b \cdot dz = \int_{x}^{x+dx} \frac{\partial \tau}{\partial z} \cdot dz \cdot b \cdot dx. \tag{1}$$



 $\mathbb{Z} \qquad \varepsilon = z \frac{d^2 w}{dx^2}, \qquad \sigma = E \cdot \varepsilon,$ ПТПП $M = -\int_{0}^{F} \sigma \cdot z dF, \quad Q = \frac{dM}{dx},$ (3)

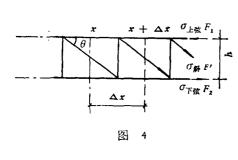
由(2)式得 $EJ\frac{d^4w}{dx^4}=q_x$.

同样桁架的平衡方程如下:

$$\int \sigma_{\pm ik} dF_1 - \int \sigma_{\mp ik} dF_2 = \int \sigma_{kk} \cos \theta dF', \qquad (4)$$

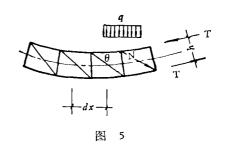
$$d \int_{F}^{F} \sigma_{EF} \sin \theta dF' = q_{x} dx, \quad (dN \sin \theta = q_{x} dx)$$

$$- \int_{F}^{F} \sigma \cdot z \cdot dF = M, \qquad \sigma = E \cdot z \cdot \frac{d^{2} w}{dx^{2}},$$
(5)



图

又

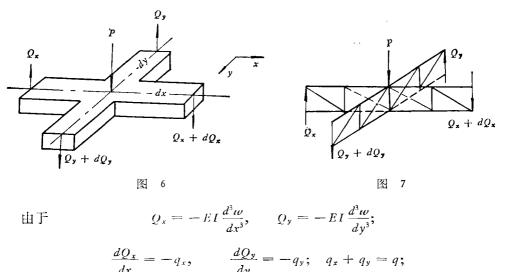


$$M = -EJ \frac{d^2w}{dx^2} = T \cdot h,$$

$$\left(T = \int \sigma \cdot dF\right)$$

$$Q = -EJ \frac{d^3tv}{dx^3} = N \sin \theta$$
,
$$\left(N = \int_{-\sigma_{\text{ph}}}^{F'} \cdot dF'\right)$$
由(5)式得
$$EJ \frac{d^4tv}{dx^4} = q_x \,. \tag{6}$$

由上面这些初步推导可见只要按平面假定与虎克定律的原则,梁与桁架所导出的物理方程是一致的。从而再推展这些原理建立网架的物理方程。



 $\frac{dQ_x}{dx} = -q_x, \qquad \frac{dQ_y}{dy} = -q_y; \quad q_x + q_y = q;$ 则 $\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{EI}.$ (7)

以上方程就是我们建立的最终物理方程,当解得位移w后,则 M_x , M_y , Q_x , Q_y 就可解得,上下弦及腹杆内力即可求得。这个方程亦可用较严格的能量变分原理求得。

应变能
$$I' = \frac{1}{2} \iint D \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dx dy,$$
变分后
$$\delta V = D \iint \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \cdot \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \cdot \frac{\partial^2 \delta w}{\partial y^2} \right] dx dy,$$
化简后
$$\delta V = D \iint \left[\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right] \delta w dx dy,$$
总势能
$$U = V + T ($$
 为功),
$$\delta U = \delta V + \delta T = D \iint \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) \delta w dx dy - \iint q \delta w dx dy,$$

$$\delta U = 0, \qquad D = EI,$$

$$\delta U = 0, \qquad D = EI,$$

2. 物理方程的求解

(1)物理方程的求解可以采用符合边界的级数求解。由于网架系斜向正交布置,若按 n_1, n_2 方向作为座标,由其边界条件来 定域 内

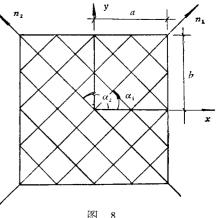
按 n_1 , n_2 万同作为座标,由其边界条件来定域内变量,就不太容易,所以需要将 n_1 , n_2 座标转轴到平行于边界的 x, y 座标上来。 这样我们的方程式也需要变更。

$$\frac{\partial w}{\partial n_1} = \frac{\partial w}{\partial x} \cos \alpha_1 + \frac{\partial w}{\partial y} \sin \alpha_1,$$

$$\frac{\partial w}{\partial n_2} = \frac{\partial w}{\partial x} \cos \alpha_2 + \frac{\partial w}{\partial y} \sin \alpha_2,$$

从而

$$\frac{\partial^4 w}{\partial n_1^4} = \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \cos^4 \alpha_1 + 4 \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_1 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \cos^3 \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \cos^3 \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_1 \cos^3 \alpha_2 + \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \cos^3 \alpha_2 \cos^3 \alpha_1 \cos^3 \alpha_2 \cos^$$



$$+\ 6\ \frac{\partial^4 \imath \nu}{\partial x^2 \partial y^2} \cos^2\!\alpha_1 \sin^2\!\alpha_1 +\ 4\ \frac{\partial^4 \imath \nu}{\partial x \, \partial y^3} \cos\alpha_1 \sin^3\!\alpha_1 + \frac{\partial^4 \imath \nu}{\partial y^4} \, \sin^4\!\alpha_1.$$

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 45^{\circ}, \quad \alpha_2 &= 90^{\circ} + 45^{\circ} = 135^{\circ}, \\ \frac{\partial^4 w}{\partial n_1^4} &= \frac{1}{4} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 4 \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + 6 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + 4 \frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right), \\ \frac{\partial^4 w}{\partial n_2^4} &= \frac{1}{4} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - 4 \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + 6 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} - 4 \frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right). \end{aligned}$$

对于
$$\frac{\partial^4 w}{\partial n_1^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial n_2^4} = \frac{q}{EI}$$
 经转轴后得:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 6 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{2q}{EI}.$$
 (8)

对(8)式用纳维尔法求解,根据简支边界条件设:

$$w = \sum_{m=1,3,5\cdots n=1,3,5\cdots}^{\infty} A_{mn} \cos \frac{m\pi x}{2a} \cos \frac{n\pi y}{2b},$$

荷重用富利埃级数展开

$$q = \sum_{m=1,3,5,\dots,n=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{16}{n^2} \frac{q}{mn} \left(-1\right)^{\frac{m+n-2}{2}} \cos \frac{m\pi x}{2a} \cos \frac{n\pi y}{2b},$$

将 ω , q 代人(8)式解得: $\left(\partial \lambda = \frac{a}{b} \right)$

$$A_{mn} = \frac{512}{\pi^6} \frac{q}{mn} \frac{(-1)^{\frac{m+n-2}{2}}}{EI} \frac{a^4}{(m^4 + 6m^2n^2\lambda^2 + n^4\lambda^4)},$$

$$w = \frac{512qa^4}{\pi^6 EI} \sum_{m=1,3,5,\dots,n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{m+n-2}{2}}}{mn} \frac{\cos \frac{m\pi x}{2a} \cos \frac{n\pi y}{2b}}{(m^4 + 6m^2n^2\lambda^2 + n^4\lambda^4)},$$

跨中挠度 (x = 0, y = 0)

$$\omega_{\max} = \frac{512qa^4}{\pi^6 EI} \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{s,m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{m+n-2}{2}}}{m \cdot n(m^4 + 6m^2n^2\lambda^2 + n^4\lambda^4)}.$$

$$\frac{M_{n1}}{S} = m_{n1} = -\frac{EI}{2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \quad \begin{pmatrix} S \text{ 为网架间距} \\ M \text{ 为网架弯矩} \end{pmatrix}$$

$$m_{n1} = \frac{64qa^2}{\pi^4} \sum_{m=1,3,5\cdots n=1,3,5\cdots}^{\infty} \sum_{n=1,3,5\cdots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{m+n-2}{2}}}{mn} \left[\frac{m^2 + \lambda^2 n^2}{(m^4 + 6m^2 n^2 \lambda^2 + n^4 \lambda^4)} \cos \frac{m\pi x}{2a} \cos \frac{n\pi y}{2b} - \frac{2mn\lambda}{(m^4 + 6m^2 n^2 \lambda^2 + n^4 \lambda^4)} \sin \frac{m\pi x}{2a} \sin \frac{n\pi y}{2b} \right],$$

$$m_{n2} = \frac{64qa^2}{\pi^4} \sum_{m=1,3,5\cdots n=1,3,5\cdots}^{\infty} \sum_{n=1,3,5\cdots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{m+n-2}{2}}}{mn} \left[\frac{m^2 + \lambda n^2}{(m^4 + 6m^2 n^2 \lambda^2 + n^4 \lambda^4)} \cos \frac{m\pi x}{2a} \cos \frac{n\pi y}{2b} + \frac{2mn\lambda}{(m^4 + 6m^2 n^2 \lambda^2 + n^4 \lambda^4)} \sin \frac{m\pi x}{2a} \sin \frac{n\pi y}{2b} \right].$$

从以上这些解可见 m_{n1} , m_{n2} 在四角处 $(x = \pm a, y = b)$ 不为零,仅在四边中央 $(x = \pm a, y = 0)$ 及 $(x = \pm a, y = 0)$ 为零。周边其余各点均不为零,但大小相等方向相反,这说明 m_x , m_y 在周边为零,但 m_{n1} , m_{n2} 不是零。因此要求网架和边梁都承担一些弯矩,如果我们假定边界上 m_{n1} , m_{n2} 亦均为零,边梁不承担弯矩则这个结果会有误差,不过此法可以直接求出各点的弯矩值,在初步估计网架断面时可以应用。

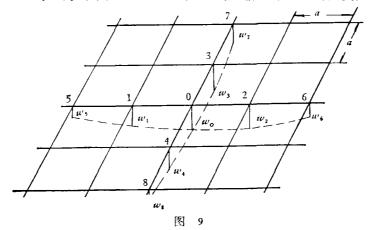
公式推导中的符号说明:

q荷载(公斤/米²)	J截面惯性矩	T 外功
b梁宽	F截面面积	z 纤维应力σ距中和轴距离
ε应变	D抗弯刚度	q_x 线荷载(公斤/米)
E弹性模量	U总势能	m单位宽度内的弯矩
I单位宽度内折算惯	V 应变能	C_l , $C_w C_E$ 为长度, 挠度, 弹性
性矩		模量的模拟系数
	b 梁宽ε 应变E 弹性模量I 单位宽度内折算惯	b 梁宽 F 截面面积 ε 应变 D 抗弯刚度 E 弹性模量 U 总势能 I 单位宽度内折算惯 V 应变能

(2) 有限差分法求解是一种数值解法,是以直线代替曲线近似求解微分方程的方法。 近年来随着电子计算技术在国内迅速发展和普及。从过去不易求解的高次线性方程获得 迅速求解的可能。网架的物理方程可写成差分方程如下:

$$12w_0 - 4(w_1 + w_2 + w_3 + w_4) + (w_5 + w_6 + w_7 + w_3) = \frac{qa^3}{EJ}, \tag{9}$$

(式中a 为网架间距, q 为均布荷载公斤/ \Re^2 , EJ 为一榀桁架的抗弯刚度)



在施工拼装过程中常产生悬挑边界,有如下两种情况。

$$M_{4} = 0, \qquad M_{0} = \frac{1}{2} q a^{3},$$

$$w_{0} + w_{8} - 2w_{4} = 0,$$

$$w_{8} = 2w_{4} - w_{0},$$

$$w_{4} = 2w_{0} - w_{2} + \frac{q a^{5}}{2EJ}.$$

将 w₈, w₄代入(9)式,得

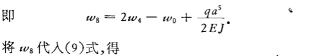
$$7w_{0} - 4w_{1} - 2w_{2} - 4w_{3} + w_{5} + w_{6} + w_{7} = \frac{2qa^{5}}{EJ}. (10)$$

$$M_{4} = \frac{1}{2} qa^{3},$$

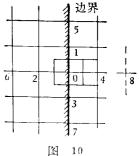
$$w_{0} - 2w_{4} + w_{8} = \frac{qa^{5}}{2EJ},$$

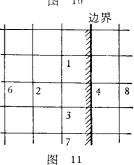
$$w_{0} = 2w_{1} - w_{2} + \frac{qa^{5}}{2EJ},$$

即

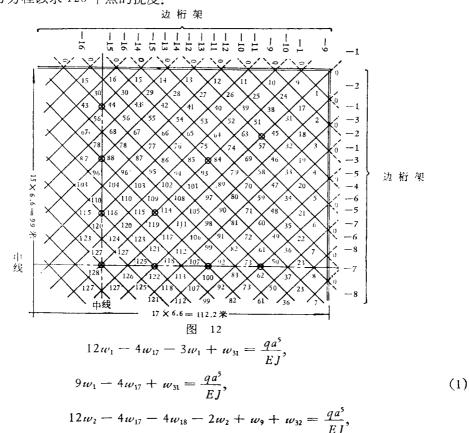


 $11w_0 - 4w_1 - 4w_2 - 4w_3 - 2w_4 + w_5 + w_6 + w_7 = \frac{qa^5}{2EI}.$ (11)





(3) 满载情况下的平衡方程。图 12 为网架平面图,在轴对称荷载情况下需要建立 128 个差分方程以求 128 个点的挠度:



即

即

$$10w_2 - 4w_{17} - 4w_{18} + w_9 + w_{32} = \frac{qa^5}{EJ}.$$
 (2)

同样

$$10\omega_3 - 4\omega_{18} - 4\omega_{19} + \omega_{31} + \omega_{33} = \frac{qa^5}{EJ}, \tag{3}$$

$$10_{t\nu_4} - 4_{t\nu_{19}} - 4_{t\nu_{20}} + w_{32} + w_{34} = \frac{qa^5}{EJ}, \tag{4}$$

$$10w_5 - 4w_{20} - 4w_{21} + w_{33} + w_{35} = \frac{qa^5}{EI},$$
 (5)

$$10w_8 - 8w_{23} + 2w_{36} = \frac{qa^5}{EI}.$$
 (8)

$$12w_{17} - 4w_1 - 4w_2 - 4w_9 - 4w_{31} + w_{45} = \frac{ga^5}{EI}, \tag{17}$$

$$12w_{37} - 8w_{23} - 8w_{50} + 2w_7 + 2w_{61} = \frac{ga^5}{EI},$$
 (37)

$$13w_{127} - 4w_{123} - 4w_{124} - 4w_{16} - 4w_{128} + w_{119} + w_{120} + w_{125} = \frac{qa^5}{EI},$$
(127)

$$12w_{128} - 16w_{127} + 4w_{123} = \frac{qu^5}{EI}. (128)$$

同样弯矩式可写成差分式 $M_0 = -(w_1 + w_2 - 2w_0) - \frac{EJ}{a^2}$, 沿 x, y 两个方向列出 M_x , M, 256 个弯矩式,如:

$$M_{x1} = (2w_1 - 0 - 0) \frac{EJ}{a^2} = 2EJw_1/a^2,$$

 $M_{y1} = (2w_1 - w_{17})EJ/a^2,$

$$M_{r17} = (2w_{17} - w_2 - w_3)EJ/a^2$$

$$M_{y17} = (2w_{17} - w_1 - w_{31})EJ/a^2,$$

$$M_{x_{128}} = (2w_{128} - 2w_{127})EJ/a^2,$$

$$M_{y_{128}} = (2w_{128} - 2w_{127})EJ/a^2$$
.

 $Q_{0-1} = \frac{M_0 - M_1}{n}$,亦可列出 256 个剪力式。 剪力式的差分式为

$$Q_{x0-1} = \frac{M_{x1}}{a}$$
,

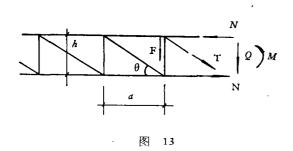
$$Q_{y_1=0}=\frac{M_{y_1}}{a},$$

$$Q_{x17-2} = (M_{x2} - M_{x17})/a,$$

$$Q_{y_{17-1}} = (M_{y_{17}} - M_{y_1})/a,$$

$$Q_{x_{128-127}} = (M_{x_{128}} - M_{x_{127}})/a,$$

 $Q_{y_{128-127}} = (M_{y_{128}} - M_{y_{127}})/a.$



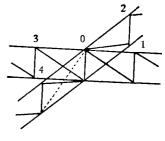


图 14

表 1

节点号	挠 度 w (厘米)	节点号	挠 度 w (厘米)	节点号	挠 度 w (厘米)	节点号	
1	0.35	33	8.04	65	17.31	97	23.88
2	1.33	34	9.53	66	18.72	98	26.60
3	2.13	35	10.60	67	19.54	99	28.25
4	2.19	36	11,24	68	19.84	100	28.80
5	3.30	37	11.46	69	13.19	101	26.97
	3.67	38	6.17	70	16.33	102	29.51
6 _. 7	3.88	39	8.11	70	18.71	102	30.13
					l l		30.13
8	3.96	40	9.71	72	20.31	104	27.14
9	1.33	41	10.94	73	21.11	105	
10	2.14	42	11.82	74	16.45	106	29.48
11	2.81	43	12.34	75	19.07	107	30.66
12	3.36	44	12.52	76	21.04	108	29.96
13	3.78	45	6.60	77	22.35	109	31.84
14	4.08	46	9.30	78	23.10	110	32.79
15	4.26	47	11.51	79	16.78	111	30.06
16	4.32	48	13.18	80	19.92	112	31.92
17	1.75	49	14.30	81	22.18	113	32.55
18	3.44	50	14.86	82	23.54	114	32.53
19	4.87	51	9.34	83	24.00	115	34.01
20	6.02	52	11.65	84	20.11	116	34.51
21	6.88	53	13.49	85	22.70	117	32.56
22	7.46	54	14.88	86	24.55	118	33.86
23	7.75	55	15.80	87	25.66	119	34.61
24	3.44	56	16.25	88	26.03	120	35.63
25	4.99	57	9.74	89	20.39	121	34.55
26	6.10	58	12.74	90	23.38	122	35.23
27	7.06	59	15.11	91	25.39	123	36.13
28	7.77	60	16.82	92	26.40	124	36.66
29	8.25	61	17.85	93	22.65	125	36.00
30	8.48	62	18.10	94	26.10	126	36.84
31	3.88	63	12.82	95	27.74	127	37.07
32	6.15	64	15.35	96	28.56	128	37.38

桁架各杆轴力按下式计算:

$$N=\frac{M}{h}$$

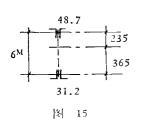
斜杆

$$T = \frac{Q}{\sin \theta} = Q \, \frac{\sqrt{h^2 + a^2}}{h},$$

竖杆

$$F = Q_{0-2} + Q_{0-1}$$
 (当斜杆变向时再加 Q_{0-4}).

设计数据



标准荷载 $q^b = 180 公厅/米^2$, 计算荷载 q=220 公斤/米². $EJ = 1.44 \times 10^{13}$ 公斤厘米², $a = 6.6 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 4.67 \text{ }\%,$

上弦为 2 ~ 125 × 10, 截面积为 48.7 厘米², 下弦为 2∠100×8, 截面积为31.2厘米²。

用电子机算机解一系列方程组,网架在满载下各点挠度值见表 1。

三、静力試驗

1. 模型 试验

为了校核网架的挠度及受力情况,做了1/50的模型试验,根据相似理论进行模型设 计。

设:

$$C_1 = \frac{1}{50}$$
 (即所有线长度尺寸,包括长度、跨度、挠度),

$$C_w=C_1=\frac{1}{50},$$

$$C_E = 1$$
, $C_J = C_I^4 = \frac{1}{5^4} \times 10^{-4}$.

实际网架 J=6,840,000 厘米⁴,模型 $J=\frac{684}{5^4}=1.07$ 厘米⁴,采用 2 毫米 × 40 毫米 的实腹断面。

模型长度为 $112 \times \frac{1}{50} = 2.24 \, \text{米}$, 宽度为 $99 \times \frac{1}{50} = 1.98 \, \text{米}$ 。

共测 14 个挠度点, 44 个应力测定点。

挠度由千分表测定,应力由电阻应变仪测定。

$$\varepsilon = -z \frac{d^2 w}{dx^2},$$

$$\sigma = \varepsilon \cdot E,$$

由于
$$\varepsilon = -z \frac{d^2 w}{dx^2}$$
, $\sigma = \varepsilon \cdot E$, $C_{\sigma} = C_{l} \frac{C_{l}}{C_{l}^2} C_{E} = 1$,

iiii

$$EJ\frac{d^4w}{dx^4}=q\cdot a, \qquad \therefore \quad C_q=C_E\cdot C_J\cdot \frac{C_I}{C_I^4}\cdot \frac{1}{C_I}=1.$$

这说明模型的应力值与荷载值与实物是一样的。

何
$$M = -\frac{J}{z}\sigma$$
, $C_{\frac{J}{z}} = \frac{C_{1}^{4}}{C_{1}} = C_{1}^{3} = \left(\frac{1}{50}\right)^{3}$,

$$C_w = \frac{1}{50}.$$

说明测得的挠度 δ_0 放大 50 倍,就是实际网架的挠度,测得的应力后用 $\frac{\sigma J}{y}$ 放大(50)³ 倍,就是实际弯矩值。

即

$$\omega = 50\delta_0,$$

$$M = (50)^3 \frac{\sigma J}{\gamma}.$$

荷载分别由 0 至 150 公斤/米²,再由 150 公斤/米²至 220 公斤/米²。从测定结果看与计算比较符合,不但定性一致,而定量也比较接近,如中央最大挠度计算为 37.38 厘米,模型为 38.5 厘米 (508₀),仅差 3%;跨中弯矩计算为 414 吨米,而模型为 441 吨米,仅差 7%。

2. 网 架 实 测

为了检验网架的质量,对建成后的情况进行测定。

- (1) 网架周边支承于钢筋混凝土柱上, 其轴线在 112.2 米长度中, 柱中心施工误差 +9 毫米至 4 毫米之内,柱顶标高差最大为 + 5 毫米至 5 毫米,一般为 1 ~ 2 毫米。
- (2) 网架在按装完成后,在水平面内位移及挠度实测。 屋脊 62 个测点安装 偏差: $10 \sim 24$ 毫米的 16 点, $1 \sim 9$ 毫米的 42 点; 网架 64 个支座横向位移 $10 \sim 15$ 毫米有 6 点,其余均在9毫米之内,施工质量较好。

在挠度测定中,当屋脊标高在拆除支承后,屋盖中心挠度为 163 毫米,小于计算值(满载为 373.8 毫米,安装后为 180 毫米),实测与计算误差不大。

3. 节 点 试 验

本工程中网架是由 544 榀单元桁架用 Ø22 高强螺栓拼接而成,在拼接点一个方向的桁架是连续的,而另一方向的桁架则是拼接的。为了检验整个节点的综合强度及螺栓抗剪强度,进行了 11 个实物节点试验。在设计中高强度螺栓的强度,当螺杆受 19 吨的轴力下,其摩擦滑动每个剪力面按 8 吨计算,则试件中 16 个剪力面的总抗力为 8 × 16 = 128 吨,而破坏抗力可达 11 × 16 = 176 吨。节点角钢断面为 $2-\angle$ 125 × 10,计算抗力为 140 吨(实际轴力为 99 吨)。先试验综合强度,当试压至 150 吨时角钢略有变形,至 165 吨螺栓群局部开始滑动 $1 \sim 2$ 毫米,至 170 吨全部滑动,至 175 吨时节点承压端压屈,整个节点弯曲破坏。盖板的刚度与螺栓群的滑动抗力基本协调,均大于杆件本身的破坏抗力。

再试验螺栓的摩擦力,将节点螺栓减少一半,即两个双面摩擦面,四个单面摩擦面。使构件的强度大于螺栓群的抗力。试验结果: 88 吨滑移,平均每个摩擦面抗力为11 吨。

螺栓安全度
$$K_1 = \frac{88}{4 \times 8 + 2 \times 12} \times \frac{220 (设计荷重)}{180 (标准荷重)} = 1.97$$
,

(设计时单剪按8吨,双剪按12吨计算)

节点总安全度
$$K_2 = \frac{170}{99} \times \frac{220}{180} = 2.1$$
,

通过实物试验,验证了本工程中采用的这种双向受力节点是安全的。