

基于遗传模拟退火算法的布局优化研究

周家智, 尹 令, 张素敏

(华南农业大学数学与信息学院, 广东 广州 510642)

摘 要: 为提高矩形件排样算法的利用率与时间效率, 提出将遗传算法和模拟退火算法融合优化的矩形排样算法。采用带符号的十进制编码, 依据矩形件长宽比和面积而生成基因序列用于建立初始种群, 以随机产生若干排样顺序与排样尺寸不一的个体, 并以利用率为适应度函数, 修改后的最低水平线搜索算法作为排样策略, 保证较优个体得以保留, 减少闲置区域的产生。采用 10 组随机产生的矩形数据将本算法与现有文献提出的 GA 算法进行对比实验, 实验结果显示: 该算法有效地提升了排样结果的利用率与时间效率。

关 键 词: 矩形件排样; 遗传算法; 模拟退火算法; 最低水平线改进算法

中图分类号: TP 301.6

DOI: 10.11996/JGj.2095-302X.2018030567

文献标识码: A

文章编号: 2095-302X(2018)03-0567-06

On Layout Optimization Based on Genetic Simulated Annealing Algorithm

ZHOU Jiazhi, YIN Ling, ZHANG Sumin

(School of Mathematics and Informatics, South China Agricultural University, Guangdong Guangzhou 510642, China)

Abstract: Based on the integration of the genetic algorithm (GA) and the simulated annealing algorithm, an improved lowest horizontal line (ILHL) algorithm is presented in order to improve utilization and stability of the rectangular packing algorithm. In this algorithm, a signed decimal encoding is utilized to generate the gene sequence in accordance with the length-width ratio and the area of the rectangle, which is employed to establish the initial population. The improved lowest horizontal line algorithm adopts the best individuals from a number of random sequences with different nesting orders and layout sizes, uses utilization rate as the fitness function and reduces the idle area. In this paper, a contrast experiment is operated to compare ten groups of rectangular data randomly generated by ILHL with those generated by GA proposed in the current literature. The experiment results show that our algorithm (ILHL) can effectively improve the utilization rate and time efficiency of the packing results.

Keywords: rectangular packing; genetic algorithm; simulated annealing algorithm; improved lowest horizontal line

矩形件排样问题即给定某单一尺寸的库存板材和一组毛坯需求, 要求从板材中切割出毛坯, 并满足所有毛坯的尺寸及数量需求, 使消耗的板材数量或板材价值最小。矩形件排样问题广泛存在于布匹裁剪、金属锻造、木材切割等加工业领域, 具有一定的计算复杂性, 属于 NP 问题。对矩形件排样

问题的算法优化具有一定的理论价值与现实价值。对矩形件排样问题的研究通常建立在特定的前提下: 无限原材料或有限原材料。

矩形件排样问题作为经典的 NP 问题, 与生产需求存在密切联系。对于矩形件排样的研究多数分为两个方面: 排样策略的研究与排样顺序的研究。

排样策略通过设计矩形件排样过程所遵循的准则规范,以达到增加板材利用率的目的,如CUI等^[1]提出的顺序启发式算法以及SILVA等^[2]基于实际工业问题提出的启发式方法与整数规划模型均是从排样策略出发设计或优化提出的;排样顺序地研究证实了矩形件的排放顺序对板材利用率的影响,寻找能达到最优解的排样顺序。在实际的应用研究中,矩形排样问题基于不同的目标有不同的需求,具有一定的个性化,因此至今仍未形成统一的求解方法。近年来,智能优化算法多次用于与原有排样算法组合优化出新算法以满足多样化的现实需求,越来越多研究学者将智能优化算法与改进的排样算法融合优化成新的排样算法,如文献[3]提出控制基因的分组遗传算法(grouping genetic algorithm with controlled gene transmission, GGA-CGT)解决装箱问题。

基于此背景,国内涌现了众多研究成果。如基于三阶段排样方式提出的二维剪切下料算法^[4]通过形成规则形状的剩余原材料,增加可用于二次利用的材料,增加企业效益。以及基于背包算法和线性规划算法提出的均匀条带四块排样算法^[5]。基于最优子段的排样算法针对工业生产中长矩形原材料排样问题提供了解决方案^[6]。上述提到的几种优化算法均从实际的生产需求出发,针对性地提出了有效的求解方法。但另一方面,由于生产需求的多样性,以解决具体生产问题为目标而提出的求解方法存在自身算法不足、可移植性较差地问题。如文献[4]的算法性能偏低,需要进一步改进;文献[6]算法仅适用于满足“一刀切”条件的板材排样;文献[5]的两种算法无法做到时间与利用率同时优化等。

本文在现有的矩形优化排样算法研究成果上,基于遗传算法、模拟退火算法两种智能优化算法,融合设计出针对矩形件排样问题的遗传模拟退火算法,该算法可移植性强,原材料利用率相对于参照算法有显著提高。

1 求解模型构建

1.1 问题描述

矩形件排样问题在无限原材料条件下指把 n 个已知长宽的矩形件 $\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ 排放到宽度为 $MaterialWidth$ 且长度不限的矩形原材料 M 中,在满足一定约束条件下使原材料利用率最高,从而减少材料的使用以降低成本。其中约束条件包括:

- (1) p_i 不能超出 M 的边界, $i = 1, 2, \dots, n$;
- (2) p_i 与 p_j 不互相重叠, $i, j = 1, 2, \dots, n$;
- (3) 排放时 p_i 只有横放或竖放两种排放方式,即长边或短边平行于 X 轴。

1.2 数学模型

设原材料 M 的左下角坐标为 $(0, 0)$, 定义矩形件排放后的最高点纵坐标为该矩形件的水平线高度。具体参数设置如下:

- (1) p_i 为第 i 个待排放矩形件;
- (2) (x_i, y_i) 为矩形件 p_i 的左下角坐标;
- (3) w_i 为矩形件 p_i 的短边;
- (4) l_i 为矩形件 p_i 的长边;
- (5) h_i 为矩形件 p_i 的水平线高度;
- (6) f_i 为矩形件 p_i 的排放方式, $f_i = 1$ 为矩形件横放, 即长边平行于 X 轴; $f_i = -1$ 为矩形件竖放, 即短边平行于 X 轴。

在只存在横放与竖放的情况下,矩形件的水平线长度为其边长之一,根据上述参数可得 p_i 右上角坐标为 $\left(x_i + \frac{(1-f_i)w_i + (1+f_i)l_i}{2}, y_i + \frac{(1+f_i)w_i + (1-f_i)l_i}{2}\right)$,

因此把矩形件 p_i 用六元组表示为

$$p_i = (x_i, y_i, l_i, w_i, h_i, f_i) \quad (1)$$

图1为4个矩形件排放示例图,其中阴影部分为无法利用的闲置区域。在实际工业生产中,更希望余料尽可能地聚集在原材料的顶部,有利于余料的二次利用,因此追求矩形件排样高度尽可能低。

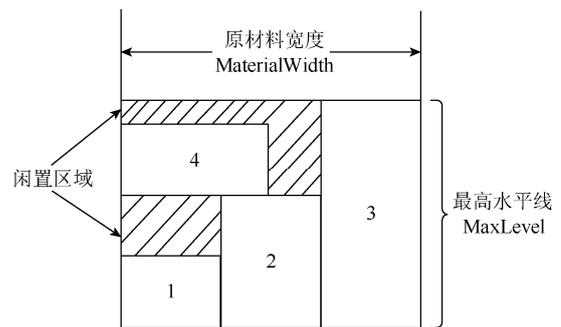


图1 矩形件排放示例图

基于上述需求,设 $H = (h_1, h_2, \dots, h_n)$ 以最高水平线 $MaxLevel$ 为目标函数,即

$$Fitness = \text{Max } H \quad (2)$$

且应满足约束条件

$$\forall p_i : 0 \leq x_i \leq MaterialWidth, y_i \geq 0$$

$$0 \leq x_i + \frac{(1-f_i)w_i + (1+f_i)l_i}{2} \leq MaterialWidth \quad (3)$$

$$\forall p_i, p_j : x_i + \frac{(1-f_i)w_i + (1+f_i)l_i}{2} \leq x_j \parallel y_i + \frac{(1+f_i)w_i + (1-f_i)l_i}{2} \leq y_j \quad (4)$$

式(3)表示 p_i 不超出 M 的边界; 式(4)表示 p_i 与 p_j 不互相重叠; 式(3)、(4)均满足 $i, j = 1, 2, \dots, n$, 且 $i \neq j$ 。

2 基于遗传算法与模拟退火算法的排样算法

上述矩形件排样问题中, 矩形件的排样顺序与排样策略对最终排样结果均有重要影响。为此, 本文引入遗传算法与模拟退火算法最大限度搜寻排样顺序的解空间, 并对现有的矩形件排样算法进行修改, 优化排样策略, 最终融合出进一步提升利用率的排样算法。

2.1 编码方式设计

为降低算法复杂性, 采用十进制编码方式, 设有 n 个待排放矩形件, 则矩形件编号为 $1, 2, \dots, n$ 。在十进制编码中使用正负符号表示矩形件排放方式, 负数表示矩形件竖排, 正数表示矩形件横排。综上, $P=(r_1, r_2, \dots, r_n)$ 为个体中 n 个矩形件的其中一个排样序列。对于排样序列 $P=(r_1, r_2, \dots, r_n)$, 按照 r_1, r_2, \dots, r_n 的顺序依次排放, 并根据编号的正负决定该编号矩形件的排放方式。

如图 2 所示为 $P = (-1, 2, -3, 4, -5)$ 的基因序列, 一共 5 个矩形件按编号升序排样, 其中矩形件 1、3、5 竖排, 2、4 横排。

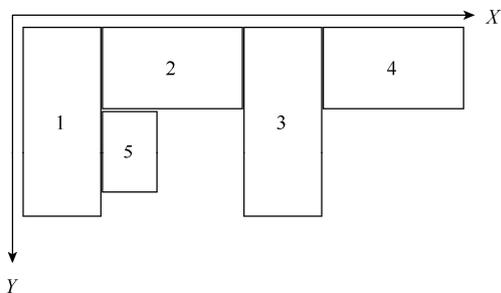


图 2 矩形排放示意图

2.2 适应度函数设计

本文算法的目标在于提高原材料的利用率, 因

此采用式(2)的利用率公式作为适应度函数, 即

$$f(P_k) = \text{Max } H \quad (5)$$

其中, P_k 为种群中某一个体, 代表唯一的矩形件排样顺序。因此 $f(P_k)$ 即为排样序列 P_k 的原材料利用率, $f(P_k)$ 值越大, 表明个体排样方案更佳。

2.3 选择操作

为了把父代种群中较优个体得以保留, 使用轮盘赌选择法将较优个体保留到子代种群中。具体操作方法为:

步骤 1. 根据式(5)计算种群每一个体被选中的概率 $F_i = f(P_i) / \sum_1^n f(P_j)$ 。

步骤 2. 产生一个随机数 $Rd \in [0, 1]$, 若 $\sum_1^{i-1} F_j \leq Rd < \sum_1^i F_j$, 则选择个体 P_i 到下一代种群。

步骤 3. 重复步骤 2 直到达到下一代种群规模。

2.4 交叉变异操作

使用单点交叉操作, 从种群中选取两条互不相同的个体 C_1 与 C_2 , 随机选取一个交叉位置 I , 将个体 C_1 与 C_2 在 I 以前的基因序列分别复制到新个体 C_3 与 C_4 中; 再将存在于 C_1 且不存在于 C_4 的基因复制到 C_4 上, 对 C_2 与 C_4 执行同样的操作。

变异操作所采用的变异方式一共 4 种: 位置变异、插入变异、反转变异和交换变异。位置变异在选中个体的长度范围内随机选取两个不同的基因位置, 并互换基因位置。插入变异在选中个体的长度范围内随机选取前后两个不同的基因位置, 将较后处基因插入到较前处基因的后一个位置, 两个基因位之间的基因则往后移动。反转变异在选中个体的长度范围内随机选取两个不同的基因位置, 将两个基因位置间的基因序列逆序以代替原基因序列。交换变异在选中个体的长度范围内随机选取一个基因位置, 将选中位置的基因与后一位基因互换, 若选中的基因为末位基因, 则与首位基因交换。

2.5 模拟退火操作

为了解决遗传算法种群早熟的问题, 本文融入模拟退火操作。判断当前温度 T 是否高于阈值温度 T_{\min} , 若 $T > T_{\min}$ 则对经过选择、交叉、变异后的种群个体进行基本变换: 转置整条基因序列或交换前后两半基因序列, 并基于 Metropolis 的接受准则计算新个体被接受的概率, 其接受准则为^[7]

$$P_a = \begin{cases} 1, & F_i(T) < F_j(T) \\ \exp\left[\frac{F_i(T) - F_j(T)}{T}\right], & F_i(T) \geq F_j(T) \end{cases} \quad (6)$$

其中, $F_i(T)$ 为个体基本变换前适应度; $F_j(T)$ 为个体基本变换后适应度; T 为当前温度。 $F_i(T)$ 与 $F_j(T)$ 由式(5)计算得出, 式(6)计算出的 P_a 值即变换后个体的接受概率, 通过随机数生成函数产生一个随机数 $Rd \in [0, 1]$, 若 $Rd < P_a$, 则接受新个体。依据式(7)更新当前温度 T , 即

$$T = T \times \lambda \quad (7)$$

其中, λ 为温度衰减参数, 参数值手动输入, 用于控制退火的速度, 且满足 $\lambda \in [0.2, 0.95]$ 。

2.6 构造初始种群

初始种群的个体一半通过优先级函数产生, 一半通过随机数作为优先级产生, 优先级函数公式为

$$P_i = \left(\frac{l_i}{w_i} \times p_r + l_i \times w_i \times p_a \right) \times R_i \quad (8)$$

其中, P_i 为第 i 个矩形基因优先级; l_i 和 w_i 分别为第 i 个矩形的长和宽; P_r 为该矩形长宽比值所占权重; P_a 为矩形面积所占权重; 函数生成的随机数 $R_i \in (0, 1)$, 其中长宽比值权重与面积权重之和为 1, 即 $P_r + P_a = 1$ 。

2.7 基于最低水平线算法的修改

最低水平线算法是围绕水平线而展开的算法, 在进行矩形件排样时, 找出当前高度最低, 且位于最左的低水平线进行排放, 若无法满足当前矩形件的排放, 则将该水平线与相邻水平线合并, 直至能够满足当前矩形件的排放条件。

为了进一步优化, 最低水平线搜索算法在最低水平线算法上添加了水平线的搜索机制, 当最低最左水平线无法满足当前矩形件排样条件时, 则向后搜索适合排放的矩形件进行排放, 若不存在适合的矩形件, 再进行水平线合并操作。

最低水平线搜索算法避免了可能因更新水平线而造成浪费的闲置区域出现。然而, 在所选取水平线无法排放当前矩形件时, 最低水平线搜索算法只往后搜索到一个满足排放条件的矩形件返回, 忽略了存在边长与水平线长度更接近的矩形件的可能性, 没有充分利用水平线所提供的排放空间。

针对上述不足, 本文基于同类文献的思路进行了修改:

(1) 引入矩形件旋转机制, 若当前矩形件按照原

有排放方式无法排放, 则变换排放方式进行排放。

(2) 若当前矩形件无法排放, 则向后搜索满足排放条件且边长与水平线最接近的矩形件进行排放。

修改后算法步骤如下:

步骤 1. 把矩形原材料宽度放入队列, 作为初始水平线, 记为 $p_0 = (0, 0, 0, 0, \text{MaterialWidth}, 1)$;

步骤 2. 选取高度最低且最左边的水平线对应的矩形 $p_m = (x_m, y_m, w_m, l_m, h_m, f_m)$;

步骤 3. 对于待排放矩形件 $p_i = (x_i, y_i, w_i, l_i, h_i, f_i)$, 若 $h_m \geq \frac{(1-f_i)w_i + (1+f_i)l_i}{2}$, 则令 $x_i = x_m, y_i =$

$$y_m + \frac{(1+f_m)w_m + (1-f_m)l_m}{2}, h_m = h_m - \frac{(1-f_i)w_i + (1+f_i)l_i}{2},$$

进入步骤 8, 否则进入下一步骤;

步骤 4. 若 $h_m \geq \frac{(1+f_i)w_i + (1-f_i)l_i}{2}$, 则令 $f_i =$

$$-f_i, x_i = x_m, y_i = y_m + \frac{(1-f_m)w_m + (1+f_m)l_m}{2},$$

进入步骤 8, 否则进入下一步骤;

步骤 5. 向后寻找满足排放条件的所有矩形件;

步骤 6. 如果记录中存在矩形件数据, 则将记录中边长最长的矩形件 p_j 与待排放矩形件 p_i 位置互换, 进行排放。进入步骤 8, 否则进入下一步骤;

步骤 7. 设 h_{m-1} 所处高度为 $h'_{m-1} = y_{m-1} + \frac{(1-f_{m-1})w_{m-1} + (1+f_{m-1})l_{m-1}}{2}$, h_{m+1} 所处高度为 h'_{m+1}

$$= y_{m+1} + \frac{(1-f_{m+1})w_{m+1} + (1+f_{m+1})l_{m+1}}{2};$$

若 $h'_{m-1} \geq h'_{m+1}$, 则令 $h_{m+1} = 0$ 且 $h_m = h_m + h_{m+1}$; 否则令 $h_{m-1} = 0$ 且 $h_m = h_m + h_{m-1}$ 。跳转到步骤 2;

步骤 8. 反复执行步骤 2, 直到不存在未排放的部件。

为了直观体现修改后算法的有效性, 设在宽度为 MaterialWidth 的无限长矩形原材料中排放序列为 $\{1, -2, 3, 4, -5, -6\}$ 的一组矩形件, 分别使用修改前后的算法进行排样, 排样效果比较如图 3 所示。

从图 3 可以看出, 引入了旋转机制的最低水平线搜索算法的排样高度明显低于修改前算法, 显著减少板材闲置区域的出现。

显然, 与修改前算法相比, 排样算法修改后减少原材料消耗的同时也增加了可用原材料的面积。

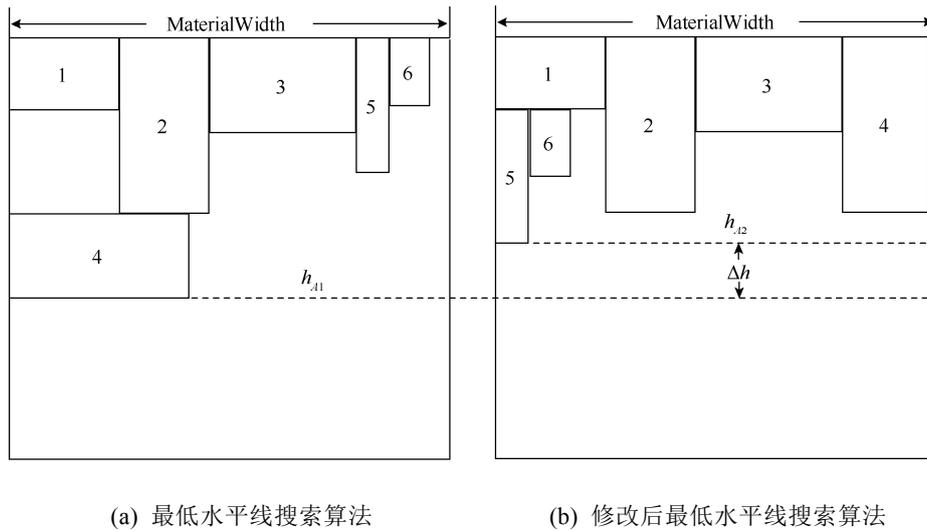


图 3 两种算法的排样效果比较图

2.8 遗传模拟退火算法的流程图

综合上述步骤, 遗传模拟退火算法流程如图 4 所示。

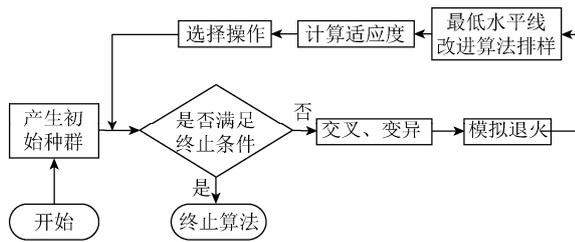


图 4 遗传模拟退火算法流程图

3 算法评估

为测试遗传模拟退火算法性能, 将本文算法与

文献[8]算法进行横向比较, 以文献[8]提供的矩形件样例和其随机产生的矩形样例作为测试数据。

实验平台: 联想 Y510P 笔记本, Intel i5 2.50 GHz 处理器, 8.0 GB RAM, 使用 Visual Studio C# 2015 编程实现该算法。

算法参数: 算法初始参数均人为设置。种群大小为 100; 遗传迭代次数为 20; 种群交叉概率 p_c 为 0.5; 种群变异概率 p_m 为 0.3; 矩形长宽比值权重 p_r 为 0.7; 矩形面积权重 p_a 为 0.3, 初始温度 T 为 3 000; 阈值温度 T_{min} 为 1 000; 温度衰减参数 λ 为 0.9; 当温度低于阈值温度 T_{min} , 算法终止运行。

本文采用文献[8]的矩形件数据, 见表 1。将本文算法运行表 1 矩形件数据后的结果与文献[8]进行对比, 对比结果见表 2。

表 1 矩形件数据

参数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
长度	25	18	79	121	29	64	36	48	11	46	55	87	39	31	41	78	19	63	10	50
宽度	36	24	84	30	48	98	21	59	17	121	22	41	72	25	65	24	11	36	30	61
数量	4	5	3	4	11	2	2	3	2	2	1	2	2	2	2	3	2	2	3	2

表 2 排样结果数据(I)

算法	$U_{avg}(\%)$	$U_{best}(\%)$	$T_{avg}(s)$
文献[8]	85.51	87.75	26.3
本文	89.66	91.15	49.33

表 2 结果显示, 本文所提出算法相对于文献[8]算法求解利用率有进一步提高, 但算法运行时间高

于文献[8]算法。

以矩形件种类与总数作为标准, 生成 10 组长度与宽度随机的若干矩形件, 进一步测试本文算法性能。以产生的矩形件作为测试数据, 测试中算法的参数与板材宽度不变, 使用本文算法求解并与文献[8]结果进行对比, 结果见表 3。

表3 排样结果数据(II)

编号	矩形件信息		文献[8]算法			本文算法		
	种类	总数	U_{avg} (%)	U_{best} (%)	T_{avg} (s)	U_{avg} (%)	U_{best} (%)	T_{avg} (s)
1	13	80	85.36	86.99	37.50	91.58	93.30	54.92
2	14	78	85.59	87.57	36.30	91.25	91.58	54.02
3	15	79	84.94	85.76	38.60	90.70	91.55	54.66
4	15	98	85.54	87.71	45.90	89.61	90.58	60.91
5	16	76	84.94	87.11	35.70	90.55	91.53	53.82
6	16	92	84.44	85.72	42.10	91.92	93.59	58.45
7	18	113	83.08	84.12	53.40	92.35	92.74	67.27
8	20	112	84.19	84.96	51.40	92.44	93.09	68.02
9	21	99	85.29	86.70	42.50	92.62	93.30	62.56
10	29	142	85.82	88.01	62.70	92.87	93.53	79.53
标准差	-	-	0.82	1.28	8.81	1.05	1.07	8.28

根据表3的数据分析得出,在矩形件种类与总数不断变换的条件下,本文算法的 U_{avg} 以及 U_{best} 仍然高于文献[8]算法,而且即使矩形件不断变换,本文算法的利用率仍然保持在一定水平,具有一定的稳定性。在 T_{avg} 比,无论是排样的利用率还是算法的运行时间,本文算法均优于文献[8]算法。

4 结束语

本文综合已有文献的研究成果对最低水平线搜索算法做出了排样策略的修改,使用自适应的规则灵活调整矩形件排放顺序,减少了排样过程中闲置区域的产生,提高了板材的利用率。采用优先级函数构造初始种群,并引入模拟退火机制避免了遗传算法种群早熟现象,提高算法性能,并将修改后的最低水平线算法与遗传算法和模拟退火算法结合,用于解决矩形件排样问题。经过实验数据测试,本文提出的算法能进一步提升板材利用率,能有效应用于实际生产。

参考文献

- [1] CUI Y P, CUI Y D, TANG T B. Sequential heuristic for the two-dimensional bin-packing problem [J]. *European Journal of Operational Research*, 2015, 240(1): 43-53.
- [2] SILVA E, ALVELOS F, DE CARVALHO J M V. Integrating two-dimensional cutting stock and lot-sizing problems [J]. *Journal of the Operational Research Society*. 2014, 65(1): 108-123.
- [3] QUIROZ-CASTELLANOS M, CRUZ-REYES L, TORRES-JIMENEZ J, et al. A grouping genetic algorithm with controlled gene transmission for the bin packing problem [J]. *Computers & Operations Research*, 2015, 55(C): 52-64.
- [4] 陈秋莲, 宋仁坤, 崔耀东. 考虑余料价值的三阶段二维剪切下料算法[J]. *图学学报*, 2017, 38(1): 10-14.
- [5] 曾兆敏, 王继红, 管卫利. 二维板材切割下料问题的一种确定性算法[J]. *图学学报*, 2016, 37(4): 471-475.
- [6] 姜永亮, 周俊. 基于最优子段的矩形优化排样[J]. *图学学报*, 2016, 37(2): 280-284.
- [7] 杨卫波. 基于遗传模拟退火算法的矩形件优化排样[J]. *计算机工程与应用*, 2016, 52(7): 259-263.
- [8] LIU H M, ZHOU J, WU X S, et al. Optimization algorithm for rectangle packing problem based on varied-factor genetic algorithm and lowest front-line strategy [C]// 2014 IEEE Congress on Evolutionary Computation. New York: IEEE Press, 2014: 352-357.