

用混合多项式展开 气象要素场的方法及其应用

章基嘉 吴洪宝

提 要

混合多项式展开方法是用切比雪夫(Чебышев)多项式与三角函数乘积的级数展开一个纬带区域上气象要素场的方法。它兼有富里埃(Fourier)级数展开、切比雪夫多项式展开和球函数展开的一些优点。本文用混合多项式展开高度场,讨论了展开的精度,并介绍了这种方法在研究大气环流方面的一些应用。

一、引 言

在研究大气环流的主要特征时常需对环流形势进行定量描述。常用的罗斯贝(Rossby)和布里诺娃(Блинова)环流指数就是一种定量描述方法。但是这些指数只反映了大气环流的个别特征,这对于分析和预报大气过程是不够的。目前人们更经常使用大气环流的各种综合特征,能用较少的几个数集中反映大气环流的大量信息。把气象要素场按某种函数展开,求得展开系数是获得这种数量的较合理的方法。常用的展开方法有切比雪夫多项式展开、自然正交函数展开、富里埃级数展开、球函数展开等等。

混合多项式展开方法是沿经线方向按切比雪夫多项式沿纬圈方向按三角函数展开气象要素场的方法,它的分量场与实际气象要素场的结构比较接近,能用少数几项来拟合气象要素场,比二维切比雪夫展开较为优越。混合多项式展开适用于一个纬带区域,是球函数展开的一个变种,可称为“环函数展开”^{[1][2]}。它把一个纬带区域上各个纬圈的富里埃级数展开联合为一个整体,因此又可称为纬带谐波分析方法,具有分析波动特性和计算物理量输送与转换等功能。且混合多项式展开法中各展开系数互相独立,便于根据精度要求逐个计算展开系数。

二、混合多项式展开方法

用 x 和 λ 表示纬带 $\varphi_1 - \varphi_2$ 间网格点的坐标, x 轴沿 0° 经线从北指向南,用 5 个纬距作为距离单位, x 分别等于 $1, 2, 3, \dots, n$ 。 λ 轴沿纬圈指向东, λ 取值 $0, 1, 2, \dots, m-1$, 共 m 个点把纬圈分成 m 等分, 步长 $\alpha = \frac{2\pi}{m}$ 。一般取 $m=36$, $\alpha = \frac{\pi}{18}$ 。

用混合多项式展开高度场 $H(x, \lambda)$ 时, 展开式取为

$$\hat{H}(x, \lambda) = \sum_k \sum_l \psi_k(x) (A_{kl} \cos al\lambda + B_{kl} \sin al\lambda) \quad (1)$$

其中 $\psi_k(x)$ 为切比雪夫多项式, k 是它的阶数, l 是一个纬圈内正弦或余弦波的波数, k 、 l 可以取值 $0, 1, 2, \dots$, A_{kl} 、 B_{kl} 为展开系数。

伯格罗夫(H·A·Барров)曾利用经过标准化处理后的 $\psi_k(x)$, $\sin al\lambda$ 、 $\cos al\lambda$ 作为展开函数, 用混合多项式展开高度场, 并用求得的展开系数研究了大气环流形式的某些特征^{[1][3]}。

本文采用未经标准化处理的 $\psi_k(x)$, $\sin al\lambda$ 、 $\cos al\lambda$ 作为展开函数, 这样便于利用展开式计算大气环流方面的物理量, 并且其系数公式、误差公式与常用的富里埃级数展开、切比雪夫多项式展开的相应公式在形式上比较一致。

系数 A_{kl} 、 B_{kl} 可以根据使展开的误差平方和达最小的条件求得, 也就是使

$$Q = \sum_{x=1}^n \sum_{\lambda=0}^{m-1} \left\{ H(x, \lambda) - \sum_k \sum_l \psi_k(x) (A_{kl} \cos al\lambda + B_{kl} \sin al\lambda) \right\}^2$$

$$= \min \quad (2)$$

由上式推导得系数公式

$$A_{k0} = \frac{\sum_{x=1}^n \sum_{\lambda=0}^{m-1} H(x, \lambda) \psi_k(x)}{m \sum_{x=1}^n \psi_k^2(x)} \quad (3)$$

$$A_{kl} = \frac{2 \sum_{x=1}^n \sum_{\lambda=0}^{m-1} H(x, \lambda) \psi_k(x) \cos al\lambda}{m \sum_{x=1}^n \psi_k^2(x)} \quad (4)$$

$$B_{k0} = 0 \quad (5)$$

$$B_{kl} = \frac{2 \sum_{x=1}^n \sum_{\lambda=0}^{m-1} H(x, \lambda) \psi_k(x) \sin al\lambda}{m \sum_{x=1}^n \psi_k^2(x)} \quad (6)$$

不难看出, 以上系数公式具有富里埃级数展开和切比雪夫多项式展开求系数公式的混合结构。因此, 类似于谐波分析的表达式, (1)式又可写成

$$\hat{H}(x, \lambda) = \sum_k A_{k0} \psi_k(x) + \sum_k \sum_{l>0} \psi_k(x) (A_{kl} \cos al\lambda + B_{kl} \sin al\lambda) \quad (7)$$

上式右边前一部分是沿纬圈的平均量, 只与 x 有关, 后一部分是扰动量。

当展开的纬带缩小到仅是一个纬圈时, $x = 1$, $n = 1$, 切比雪夫多项式只有一个即 $\psi_0(x)$, k 只能取 0, 因为 $\psi_0(x) = 1$, 这时展开式(1)和(7)、系数公式(3)、(4)、(5)、(6)就与沿一个纬圈的富里埃级数展开的相应公式完全一致。

系数 A_{kl} 、 B_{kl} 本身都有一定意义, 当被展开的场是等压面的高度场时, A_{kl} 、 B_{kl} 就反映具有一定天气意义的环流形式的强度。其中 A_{00} 给出了整个纬带的平均高度, A_{10} 表示整个纬带平均的纬向环流强度, A_{20} , A_{30} , ……反映各纬圈间纬向环流的差别, $l > 0$ 的系数都反映沿纬圈的波动特征。

三、展开的精度

本文的目的是利用 500 毫巴高度场的展开式计算大气环流中一些物理量的输送与转换, 为此, 必须首先讨论高度场展开的精度, 以便确定展开式必需取的项数。

场上各点的展开误差平方和为

$$Q = \sum_{x=1}^n \sum_{\lambda=0}^{m-1} \left\{ H(x, \lambda) - \hat{H}(x, \lambda) \right\}^2 \quad (8)$$

把展开式代入上式, 利用 $\psi_k(x)$ 正交性, 三角函数正交性的关系式和系数公式(3)、(4)、(5)、(6), 即得到用展开系数表示的 Q 的表达式

$$Q = \sum_{x=1}^n \sum_{\lambda=0}^{m-1} H^2(x, \lambda) - \sum_{k=0}^K m \sum_{x=1}^n \psi_k^2(x) A_{k0}^2 - \\ - \sum_{k=0}^K \sum_{l=1}^L \frac{m}{2} \sum_{x=1}^n \psi_k^2(x) (A_{kl}^2 + B_{kl}^2) \quad (9)$$

这里 K , L 分别是展开时所取的切比雪夫多项式的最高阶数和沿纬圈的最大波数。

用(9)式计算逼近误差比用直接定义的(8)式方便得多, 同时还可看出, 若展开中所取的项越多, Q 将越小。

由(9)式可以求出均方根误差

$$\delta = \sqrt{\frac{Q}{m \times n}} \quad (10)$$

另外, 可以定义一个展开质量指标 R_2

$$R_2 = \frac{\sum_{x=1}^n \sum_{\lambda=0}^{m-1} \left\{ H(x, \lambda) - \hat{H}(x, \lambda) \right\}^2}{\sum_{x=1}^n \sum_{\lambda=0}^{m-1} \left\{ H(x, \lambda) - \bar{H} \right\}^2} \quad (11)$$

R_2 即展开的误差平方和与场的总方差之比, 由(9)式及方差的计算公式, 得

$$R_2 = \frac{\sum_{x=1}^n \sum_{\lambda=0}^{m-1} H^2(x, \lambda) - \sum_{k=0}^K m \sum_{x=1}^n \psi_k^2(x) A_{k0}^2}{\sum_{x=1}^n \sum_{\lambda=0}^{m-1} H^2(x, \lambda) - n \times m \bar{H}^2} - \frac{\sum_{k=0}^K \sum_{l=1}^L \frac{m}{2} \sum_{x=1}^n \psi_k^2(x) (A_{kl}^2 + B_{kl}^2)}{\sum_{x=1}^n \sum_{\lambda=0}^{m-1} H^2(x, \lambda) - n \times m \bar{H}^2} \quad (12)$$

因为 $\sum_{x=1}^n \psi_0^2(x) = n$, $A_{00} = \bar{H}$, 所以, 由上式可知, 当 $K = 0$, $L = 0$, 即仅取 A_{00} 一项逼近高度场时 $R_2 = 1$ 。再取其它项时 $R_2 < 1$, 取项越多, R_2 越小。

取 $20^\circ N - 70^\circ N$ 作为展开纬带进行试算, 这时 $n = 11$, $m = 36$, 我们展开了 1 月份月平均 500 毫巴高度场, 求得展开系数后, 计算了取不同项数的情况下展开的均方根误差 δ 和质量指标 R_2 (见表 1、2)。

表 1 1962 年 1 月 500 毫巴月平均高度场取不同项数情况下展开的均方根误差
单位: 位势什米

$K \backslash L$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	27.2	27.1	26.7	26.4	26.4	26.3	26.3	26.3	26.3	26.3	26.3
1	10.3	9.7	7.6	6.0	5.9	5.7	5.6	5.6	5.6	5.6	5.6
2	10.3	9.5	7.0	4.7	4.6	4.3	4.2	4.2	4.2	4.2	4.2
3	10.2	9.0	6.1	3.1	3.0	2.4	2.3	2.2	2.2	2.2	2.2
4	10.2	9.0	6.0	2.9	2.7	1.9	1.8	1.7	1.7	1.7	1.6
5	10.2	8.8	5.9	2.5	2.3	1.4	1.2	1.0	1.0	0.9	0.9

另外还计算了 6 年, 计算结果与此相仿。由表 1、2 可见, 展开所取的项越多, 均方根误差越小, 展开质量越好。但切比雪夫多项式不同阶数和沿纬圈不同波数的项在展开中的作用并不一样。首先, 当 $K \neq 0$ 并取定的情况下, 波数在 0—6 之间的项每增加一项, 对减小均方根误差和改善展开质量作用较显著, 而再增加波数为 7—10 的项时, 均方根误差几乎不再减小, 而误差平方和与总方差之比仅减小 0.01—0.03%, 这说明波数大于 6 的波在 1 月份 500 毫巴月平均高度场中所占的比重已很小。其次分析不同阶数切比雪夫多项式的作用。当 K 取 0 时, 即使 L 取 10, 均方根误差仍维持在 20 多位势什米, 误差平方和与总方差之比仍在 90% 以上, 而 K 取 1 (即展开中 k 取 0, 1) 时, 对减小均方根误差和改善质量作用很显著。当 K 继续增大时作用又不明显。这是因为不同阶次的

表2 1962年1月500毫巴月平均高度场取不同项数情况下展开的质量指标 R_2

$K \backslash L$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1.0000	0.9856	0.9635	0.9379	0.9375	0.9341	0.9337	0.9333	0.9333	0.9332	0.9332
1	0.1445	0.1282	0.0775	0.0480	0.0471	0.0434	0.0429	0.0424	0.0423	0.0423	0.0422
2	0.1442	0.1218	0.0663	0.0302	0.0290	0.0247	0.0241	0.0235	0.0235	0.0235	0.0233
3	0.1411	0.1084	0.0507	0.0134	0.0120	0.0077	0.0071	0.0066	0.0065	0.0065	0.0063
4	0.1410	0.1070	0.0491	0.0110	0.0096	0.0051	0.0045	0.0039	0.0038	0.0038	0.0036
5	0.1410	0.1053	0.0472	0.0086	0.0072	0.0026	0.0020	0.0013	0.0013	0.0012	0.0010

切比雪夫多项式是描述高度场的经向分布特征的, $K=0$ 反映的是经向水平的分量场, 仅用这种分量场逼近高度场显然是不够的。当 $K=1$ ($k=0, 1$) 时, 就在经向平均场上附加上了南高北低呈线性变化的分量场, 这样就拟合出了实际高度场经向分布的主要特征。所以当 K 从 0 变到 1 时展开质量改善最显著。更高次的切比雪夫多项式是反映不同纬圈之间高度场的非线性变化的, 与整个场的平均高度及经向南高北低的特征相比, 这种非线性变化在构成实际高度场中的作用又是不显著的, 所以当 K 取 2, 3, 4, 5 时与 K 取 1 时相比, 对提高展开精度的作用已不明显。综合考虑 K 与 L , 当展开取 $K=1$ ($k=0, 1$) 和 $L=6$ ($l=0, 1, 2, \dots, 6$) 时, 展开的误差平方和与总方差之比在 3—7% 之间, 计算了 7 年的一月份平均为 5%。可见, 这些 k, l 所对应的分量场已反映了实际高度场的主要 (占 95%) 特征, 若展开的目的仅是为了分析高度场形式上的特征, 则取 $K=1, L=6$, 计算 $A_{00}, A_{01}, B_{01}, A_{02}, B_{02}, \dots, A_{06}, B_{06}, A_{10}, A_{11}, B_{11}, A_{12}, B_{12}, \dots, A_{16}, B_{16}$ 共 26 个系数就可以了。

但是, 由于展开范围大, 网格点多, 当 $K=1, L=6$ 时, 展开的均方根误差仍在 5 位势什米左右, 相对误差约 1%。当使用这些系数计算大气环流过程中物理量的输送和能量转换时仍会产生较大误差, 况且计算物理量的输送和能量转换时, 尤其需要考虑各个纬圈间物理量的差别, 所以 K 必须取大些。本文在利用展开系数计算物理量输送和能量转换时取 $K=5, L=10$, 这样, 高度场展开的均方根误差约为 1 位势什米, 质量指标约千分之一。

K 与 L 的取值都是有上限的, 上限与展开范围的网格点数有关。由线性代数知道, 当 x 取 $1, 2, \dots, n$ 时, 正交的多项式只有 n 个, 即 $\psi_0(x), \psi_1(x), \dots, \psi_{n-1}(x)$ 已构成了完备的正交系, 故 K 无须也不可能取大于等于 n 的值。即 K 的上限是 $n-1$ 。同样, 因为高度场在纬向仅在 m 个离散点上取值, 故波数取 $0, 1, 2, \dots, m-1$ 共 m 种波时也已构成了完备的正交系, 即 L 的上限是 $m-1$ 。当 $K=n-1, L=m-1$ 时, $Q=0, \delta=0, R_2=0$, 实际计算中 K 与 L 不需取到上限值。

四、展开的应用

如前所述, 混合多项式展开的系数本身具有一定意义。可以用作环流指数或定量描

述极涡中心位置^[3]。展开系数还可作统计预报的因子。

另外，混合多项式展开方法在纬圈方向用不同波数的正弦波和余弦波来逼近气象要素场，所以它又具有谐波分析的功能，展开系数可用于分析场的波动特征和计算一些物理量的输送及能量转换。下面讨论用展开系数计算角动量输送以及扰动动能与平均动能之间的转换的方法*。

用地转风关系可求得水平风分量 u ， v 。

$$u = - \frac{g}{fR} \frac{\partial H}{\partial \varphi}$$

把高度场的展开式代入上式，得

$$u(x, \lambda) = \frac{g}{fR\Delta\varphi} \sum_k A_{k0} (\psi_k(x) - \psi_k(x-1)) + \\ + \frac{g}{fR\Delta\varphi} \sum_k \sum_{l>0} (\psi_k(x) - \psi_k(x-1)) (A_{kl} \cos al\lambda + B_{kl} \sin al\lambda)$$

用【】表示沿纬圈平均的量，*表示纬偏。把上式沿纬圈求平均，得纬圈平均西风

$$【u】(x) = \frac{g}{fR\Delta\varphi} \sum_k A_{k0} (\psi_k(x) - \psi_k(x-1)) \quad (13)$$

因而西风扰动量为

$$u^*(x, \lambda) = u(x, \lambda) - 【u】(x) = \frac{g}{fR\Delta\varphi} \sum_k \sum_{l>0} (\psi_k(x) - \\ - \psi_k(x-1)) (A_{kl} \cos al\lambda + B_{kl} \sin al\lambda) \quad (14)$$

由 $v = \frac{g}{fR \cos \varphi} \frac{\partial H}{\partial \lambda}$ 可求得 $【v】(x) = 0$ ，

$$v^*(x, \lambda) = \frac{g}{fR \cos \varphi} \sum_k \sum_{l>0} l \psi_k(x) (B_{kl} \cos al\lambda - A_{kl} \sin al\lambda) \quad (15)$$

由于求动能和物理量通过某纬圈的输送都包含二个扰动量的乘积沿纬圈求平均的形式，即出现

$$【f^* \cdot g^*】 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f^*(x, \lambda) \cdot g^*(x, \lambda) d\lambda \quad (16)$$

为此，必须先求出【 $f^* \cdot g^*$ 】的表达式。

设有二个扰动量

$$f^*(x, \lambda) = \sum_k \sum_{l>0} \psi_k(x) (A_{kl} \cos al\lambda + B_{kl} \sin al\lambda)$$

$$g^*(x, \lambda) = \sum_k \sum_{\eta>0} \psi_k(x) (a_{k\eta} \cos a\eta\lambda + b_{k\eta} \sin a\eta\lambda)$$

*章基嘉编，大气环流讲义，南京气象学院印，1980年。

把 f^* 与 g^* 的乘积代入(16)式, 注意到(16)式是对经度积分, 相当于我们展开坐标中对 $\alpha\lambda$ 积分。

利用三角函数的正交性, 得

$$[f^* \cdot g^*] = \frac{1}{2} \sum_k \sum_{\xi} \sum_{l>0} \psi_k(x) \psi_{\xi}(x) (A_{kl} a_{\xi l} + B_{kl} b_{\xi l}) \quad (17)$$

按定义, 单位质量空气的扰动动能 K^* 为

$$\left. \begin{aligned} K^* &= \frac{1}{2} ([u^{*2}] + [v^{*2}]) \\ K_u^* &= \frac{1}{2} [u^* \cdot u^*] \\ K_v^* &= \frac{1}{2} [v^* \cdot v^*] \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

其中 K_u^* 和 K_v^* 分别为纬向扰动和经向扰动的动能。

由(14)、(15)、(18)式, 得

$$K_u^* = \frac{1}{4} \frac{g^2}{f^2 R^2 \Delta \varphi^2} \sum_k \sum_{\xi} \sum_{l>0} (\psi_k(x) - \psi_k(x-1)) \times \\ \times (\psi_{\xi}(x) - \psi_{\xi}(x-1)) (A_{kl} A_{\xi l} + B_{kl} B_{\xi l}) \quad (19)$$

$$K_v^* = \frac{1}{4} \frac{g^2}{f^2 R^2 \cos^2 \varphi} \sum_k \sum_{\xi} \sum_{l>0} l^2 \psi_k(x) \psi_{\xi}(x) (B_{kl} B_{\xi l} + A_{kl} A_{\xi l}) \quad (20)$$

单位时间内, 通过纬圈 φ 单位气压厚度角动量的输送为

$$J = \frac{2\pi R^2 \cos^2 \varphi}{g} [u^* \cdot v^*] = \frac{\pi g \cos \varphi}{f^2 \Delta \varphi} \sum_k \sum_{\xi} \sum_{l>0} (\psi_k(x) - \psi_k(x-1)) \\ \cdot l \cdot \psi_{\xi}(x) (A_{kl} B_{\xi l} - B_{kl} A_{\xi l}) \quad (21)$$

在体积 τ 内, 平均动能向扰动动能的转换率为

$$\{[K] \rightarrow K^*\} = \iiint_{\tau} [u] \frac{\partial}{\partial y} \rho [u^* \cdot v^*] d\tau \quad (22)$$

求某一个高度上空, $\varphi_1 - \varphi_2$ 纬带单位气压厚度内 $[K] \rightarrow K^*$ 的转换率时, 设 $\rho = \text{常数}$, 则

$$\{[K] \rightarrow K^*\} = \frac{2\pi R}{g} \cos \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} [u]_{\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}} \times \\ \times \left\{ [u^* \cdot v^*]_{\varphi_2} - [u^* \cdot v^*]_{\varphi_1} \right\} \quad (23)$$

用展开系数来计算时, 其中 $[u]$ 由(13)式求出, $[u^* \cdot v^*]$ 由下式求出

$$[u^* \cdot v^*] = \frac{1}{2} \frac{g^2}{f^2 R^2 \Delta \varphi \cos \varphi} \sum_k \sum_{\xi} \sum_{l>0} l (\psi_k(x) - \psi_k(x-1)) \cdot \psi_{\xi}(x) (A_{kl} B_{\xi l} - B_{kl} A_{\xi l}) \quad (24)$$

下面讨论应用这些公式计算出的一些主要结果。

作为研究扰动形态的一个指标是分析经向扰动风的动能。计算结果表明, 在 1 月份 500 毫巴高度上, 经向扰动动能随纬度分布的极大值出现在 $55^{\circ}N$ 附近, 向南和向北逐渐减少 (见表 3)。

表 3 1 月份 500 毫巴高度上经向扰动动能随纬度的分布 单位: 焦耳

年份 \ 纬度	25°	35°	45°	55°	65°
1962	10.1	14.2	21.5	27.2	24.1
1964	3.1	5.0	13.1	26.6	21.6
1965	3.9	10.5	15.2	15.6	13.0
1968	7.7	9.8	20.9	25.0	12.8
1969	4.8	8.1	12.2	26.5	11.2
1972	5.1	7.3	13.5	28.0	34.0
1976	3.6	9.5	28.9	31.2	10.0

此外, 为了研究沿纬圈不同波数的波在扰动中的作用, 计算了经向扰动动能的波谱 (图 1)。由图 1 可见, 在较高纬度上 ($\varphi = 55^{\circ}N$) 经向扰动动能集中在超长波区域, 波数为 2 与 3 的经向扰动动能占经向扰动总动能的 85%, 在较低纬度 ($25^{\circ}N$), 经向扰动动能主要集中在长波区。其它 6 年的计算结果与图 1 类似。

角动量输送是维持大气环流平均状况的机制之一。由计算所得的主要结果 (表 4) 和波谱分析例子 (图 2) 可见, 1 月份 500

毫巴高度处, $55^{\circ}N$ 及以北角动量输送为负值, 即向南输送西风角动量, $45^{\circ}N$ 及以南角动量输送为正值, 输送的最大值在 $40^{\circ}N$ 附近。在较高纬度 ($55^{\circ}N$) 超长波完成大部分角动量输送工作, 在较低纬度 ($25^{\circ}N$) 长波和短波对角动量的输送也起相当作用。个别年份角动量输送的方向及波谱与平均情况有较大的差别, 例如 1968 和 1976 年的 1 月即与其它年份明显不同。

利用 (23) 式计算出了 500 毫巴高度处 $25^{\circ}N - 65^{\circ}N$ 纬带单位气压 (1 牛顿/米²) 厚度体积内平均动能向扰动动能转换的速率, 结果见表 5。

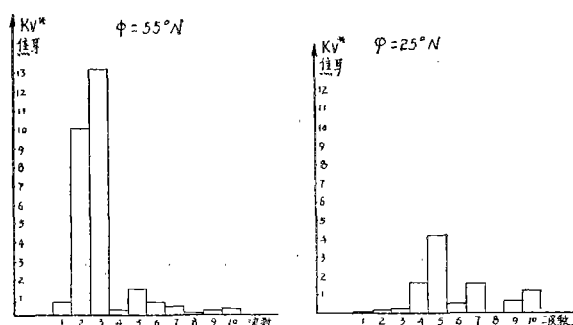


图 1 1962 年 1 月 500 毫巴高度上经向扰动动能波谱 单位: 焦耳

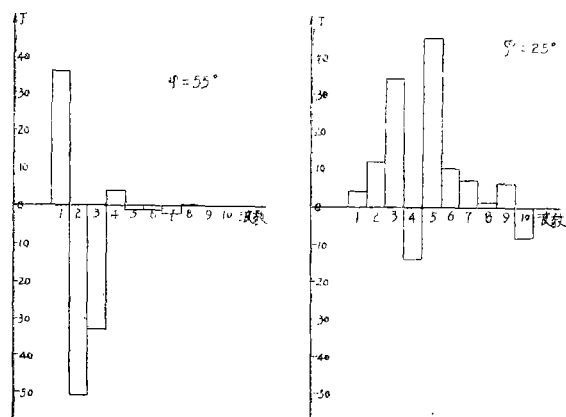


图2 1962年1月份500毫巴高度处单位时间内通过单位
气压(1牛顿/米²)厚度纬圈平面的角动量输送波谱
单位: 10^{12} 千克·米²/秒²

表4 1月份500毫巴高度处单位时间内通过单位气压
(1牛顿/米²)厚度纬圈平面的角动量输送
单位: 10^{14} 千克·米²/秒²

年 份 \ 纬 度	25°	35°	45°	55°	65°
1962	0.98	3.22	2.44	-0.48	-0.53
1964	0.59	2.00	2.31	-0.07	-0.36
1965	0.33	0.98	0.57	-0.71	-0.44
1968	1.94	-0.46	-3.30	-0.39	0.04
1969	0.21	1.33	1.75	-0.31	-0.29
1972	0.13	1.18	1.43	-0.13	-0.60
1976	0.39	2.64	2.74	0.36	-0.20

表5 25°N—65°N单位气压(1牛顿/米²)厚度体积内[K]→K*的转换率
单位: 10^8 焦耳/秒

年 份	1962	1964	1965	1968	1969	1972	1976
【K】→ K*	-0.46	+2.71	-2.52	-11.95	+2.10	-1.01	+4.83

由表5可知, 转换的方向有正有负, 正值表示由平均动能向扰动动能转换, 负值反之。由(22)式知平均动能与扰动动能之间的转换与角动量输送有直接联系, 在1月份500

毫巴高度上 $25^{\circ}N-65^{\circ}N$ 范围内平均纬向气流均为西风,因此在角动量输送的辐散区平均动能向扰动动能转换,在角动量输送的辐合区扰动动能向平均动能转换。由角动量输送的计算结果知道,角动量输送的最大值一般在 $40^{\circ}N$ 附近,故 $40^{\circ}N$ 以南一般为 $[K] \rightarrow K^*$, $40^{\circ}N$ 以北一般为 $K^* \rightarrow [K]$,而在整个 $25^{\circ}N-65^{\circ}N$ 纬带内转换方向可以有正有负。在角动量输送特殊的年份,动能的转换也较特殊,例如1968年和1976年的1月份。

在计算所取的体积内, $[K] \rightarrow K^*$ 转换率的量级为 10^8 焦耳/秒,相当于单位面积(米^2)单位气压($1\text{牛顿}/\text{米}^2$)厚度体积内的转换率为 10^{-6} 焦耳/秒。转换的动能一部分用于改变空气运动速度,其余将用于摩擦消耗或转化为其它能量型式。如果假定转换的动能全部用于改变运动速度,并设基本气流原为10米/秒,则以1968年1月份的转换率为例,将可使基本气流产生加速度为 $0.77\text{米}\cdot\text{秒}^{-1}\cdot\text{日}^{-1}$ 。

以上是仅用高度场的混合多项式展开系数计算的结果,如果同时将温度场用混合多项式展开,利用二个场的展开系数就可计算感热输送和位能向动能的转换。

参 考 文 献

- [1] Н. А. Багров и др., Некоторые характеристики циркуляции атмосферы на уровне 500mb, Труды ГМЦ, СССР, 1973, вып 106.
- [2] В. А. Стеблянко, Расширенная схема анализа и прогноза H_{500} по северному полушарию, Труды ГМЦ, СССР, 1971, вып 80.
- [3] Н. А. Багров, О центре циркуляции атмосферы, Метеорология и гидрология, 1975, 2.

A Method of Representing the Meteorological Fields by the Mixed Qrthogonal Polynomials and Its Application

Zhang Jijia , Wu Hongbao

ABSTRACT

The Mixed polynomial method is used to represent the meteorological field in a given latitudinal zone with a series of products of the Tchebysheff (Чебышев) polynomials and the trigometrical functions. This method manifests many of the advantages that could be obtained the Fourier series , the Tchebysheff polynomials and the spherical harmonics. In this paper the contour field is represented by this method and then the accuracy of the representation as well as the application of this method to the researches of the atmospheric circulation is discussed in some detail.