



中国大型射电望远镜在引力波探测方面的潜在突破

李柯伽^{1*}, 袁建平², 王晶波², 闫文明², 袁少男², 王娜²

1. 北京大学科维里天文与天体物理研究所, 北京 100871;

2. 中国科学院新疆天文台, 乌鲁木齐 830011

* 联系人, E-mail: kjlee@pku.edu.cn

收稿日期: 2016-06-19; 接受日期: 2016-08-22; 网络出版日期: 2017-03-01

国家重点基础研究发展规划 (编号: 2015CB857101)、国家自然科学基金 (编号: U15311243, 11373011) 和中国科学院战略先导 (编号: XDB23010200) 资助项目

摘要 中国已经建设、正在建设和将要建设成更多的射电望远镜, 本文着眼于讨论这些望远镜在引力波直接探测方面的潜在突破. 其中, 基于最新的脉冲星噪声参数和望远镜设计指标, 计算了使用不同射电望远镜以及他们的组合开展脉冲星测时观测的技术能力, 在此基础上进一步计算并讨论了利用这些望远镜开展脉冲星测时阵列的可能性及其引力波探测的能力预期. 研究发现, 大型望远镜如贵州 500 m 口径球面射电望远镜和计划中的新疆奇台 110 m 全可动望远镜的配合将大幅度提高现有国际脉冲星阵列测时能力, 建成这些望远镜之后, 极有可能在短期内获得重大突破.

关键词 脉冲星, 引力波

PACS: 97.60.Gb, 95.55.Ym

1 引言

众所周知, 加速运动的有质量的物体将对周围时空产生变化的扰动, 即引力波. 尽管在 100 年前 Einstein 即预言了引力波的存在. 长久以来, 引力波的探测一直是实验物理中最困难的几个课题之一, 其成功探测需要测控系统极高的测量精度和稳定性. 经过大约 50 年的努力, 直到最近, 恒星级双黑洞并合产生的引力波才被激光干涉引力波观测站 (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory, LIGO) 探测到^[1], 这一划时代的发现将开启人们利用引力波探

测宇宙的新纪元. 然而, LIGO 探测到的是近邻宇宙中恒星级黑洞并合事件, 我们迫切需要了解距离更加遥远的宇宙中发生剧烈天体物理过程的引力行为. 因此很有必要在更加低的频段 (纳赫兹) 去探测星系级超大质量双黑洞系统产生的引力波.

脉冲星测时阵列以探测星系级黑洞引力波为目的. 脉冲星测时阵列 (Pulsar Time Array, PTA) 其实并不算是一个新鲜的想法^[2], 但是 PTA 正式开始执行科学项目却是不久前才能实现的. 究其原因, 是因为电子技术的发展使得无线电接收机的带宽得以长足

引用格式: 李柯伽, 袁建平, 王晶波, 等. 中国大型射电望远镜在引力波探测方面的潜在突破. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2017, 47: 059507

Lee K J, Yuan J P, Wang J B, et al. The potential breakthroughs of GW detection using future Chinese radio telescopes (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2017, 47: 059507, doi: 10.1360/SSPMA2016-00303

增长(相对于 10 年前增长了近 10–20 倍),而这种宽带接收机的使用,大大提高了脉冲星的测时精度,使得 PTA 计划变得现实起来.按照理论估计,星系中心的超大质量双黑洞系统产生的引力波的特征幅度是 10^{-15} ,在此基础上, Jenet 等人^[3] 预计花费 5 年时间来监测 20 颗守时性优良的毫秒脉冲星,将有可能直接探测到这样的引力波背景.这个工作是相当令人振奋的,国际脉冲星测时阵列合作也因此而在之后而正式成立了.然而在他们的计算中,仅仅包含了辐射计噪声的估计,即所有脉冲星噪声都假设成白色高斯噪声,而噪声幅度则由脉冲星流量、望远镜大小、噪声水平和观测带宽和时间完全决定.这个假设当时看来是完全合理的.事实上,直到今天,绝大多数的脉冲星噪声起源仍然是辐射计噪声^[4].

目前,三个国际脉冲星测时引力波探测合作项目(EPTA, PPTA 和 NANOGrav)已经实施十年有余,现在的探测灵敏度几乎接近了“发现”的水平.尽管 100 ns 的精度要求逐渐得以实现^[5],而消耗的观测时间却比之前估计得多得多.究其原因,10 年的高精度测时研究表明,除了辐射计噪声以外,其他的脉冲星噪声对长期测时的影响也非常重要.例如,频率无关的红噪声、相位抖动噪声、星际介质色散变化噪声、原子钟噪声等.最近欧洲脉冲星测时阵列的工作^[4] 仔细测量了这些额外噪声的水平和参数.这个结果使得我们可以更实在地分析、规划、决策未来中国脉冲星测时阵列计划的科学目标和执行方案.本文的目的是计算未来中国脉冲星测时阵列的灵敏度.

2 引力波灵敏度

2.1 北天脉冲星的噪声情况简述

目前测量脉冲星测时噪声的方法很多,本质上都是对数据进行谱分析.这些方法目前按照是否基于先验噪声模型主要分成两大类:参数方法和非参数方法.非参数方法通常不对谱的特性或者传递函数的特性进行先验假设;而参数方法则往往预先需要一个关于噪声谱的模型(通常为幂律谱).由于历史原因(也有部分技术原因),非参数方法和参数方法往

往分别基于频次统计^[6,7]和贝叶斯统计^[8]两类不同的统计语言.

很长一段时间内,人们并不知道这两类方法的优缺点,甚至不知道这两类方法是否能够给出相容的估计.最近 Caballero 等人^[4]首次对两种方法进行了系统地比较,并且把两种方法同时应用到欧洲脉冲星测时阵列的 20 年数据上,得到了 42 颗脉冲星的噪声参数.而且,他们还证明,无论是基于傅里叶变换-卡方检验的非参数方法,还是基于贝叶斯幂律谱的参数方法都能够得到相容的结论.只是非参数方法的估计误差略大于贝叶斯方法,这两种方法都计算了脉冲星测时噪声中的红噪声参数、色散变化噪声参数等.这些参数的细节可以参见所引用的文章,本文只给出一些较稳定的适宜开展脉冲星测时阵列实验的脉冲星参数.如图 1 所示,不同脉冲星的噪声水平差异很大,有量级的变化.因此在预测未来脉冲星测时阵列观测时必须对脉冲星的个体差异进行细

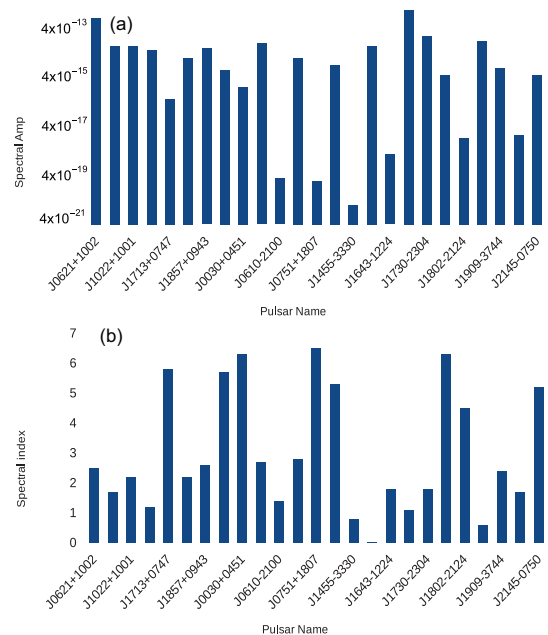


图 1 (网络版彩图) 测量到的脉冲星的谱指数和幅度. x 轴是脉冲星的名字, y 轴分别是脉冲星的噪声水平 (a) 和谱指数 (b). 可以看到, 噪声水平具有很大的个体差异, 不同脉冲星的噪声幅度可以有量级上的差异

Figure 1 (Color online) A representative set of measured pulsar timing noise spectral index and amplitude. The x -axis indicates the name of pulsar, while the y -axis contains the noise amplitude (a) and spectral index (b). Clearly, the noise parameters vary significantly from pulsar to pulsar, where order-of-magnitude differences are not seldom.

致考察, 方可得到可靠的引力波探测灵敏度结果.

2.2 探测能力和灵敏度

这一节, 将对引力波最小可能探测幅度进行计算. 其中包括引力波背景和点源两种不同模型. 脉冲星测时残差是空间信号, 即可用标记 $R_{i,j}$ 来表示脉冲星残差. 指标 i 是脉冲星的指标 (空间部分), j 标志观测时间. 这样 $R_{i,j}$ 是第 i 颗脉冲星在第 j 时刻 (时间为 t_j) 观测到的残差. 引力波信号包含于测时残差之中, 当然前文提到的各种噪声也在残差里. 对于平稳高斯过程, 噪声的相关性能够完全用两点相关函数来刻画, 即 $C_{j,j'} = \langle n_j n_{j'} \rangle$, 其中 n_i 是所有噪声的合成波形. 不同噪声的独立性则表现为两点相关函数的可和性, 即

$$C_n = C_w + C_r + C_{DM}, \quad (1)$$

其中 C_w 是对角矩阵, 用来描述不相关的辐射计和相位抖动噪声. 矩阵 C_r 和 C_{DM} 是两个密矩阵, 它们用来表述红噪声和色散噪声的时间相关特性. 这些细节可以参见文献 [9]. 感兴趣的读者也可参考文献 [10] 来了解相关函数的内容. 明显地, 矩阵 C 将是脉冲星噪声参数 λ_n 的函数.

在脉冲星测时阵列的频段内, 有两类重要的引力波源. 一类是由单独一对相互绕转的超大质量双黑洞形成的点源, 另外一类是这些源的集合——随机引力波背景. 引力波产生的信号是空间相关的, 也即不同脉冲星之间的引力波导致的测时信号具有相关性.

随机引力波背景没有确定的波形, 它们的所有观测效应都归结于空间相关函数. 对于引力波导致的测时残差 s_s 来说, 它们的相关满足

$$C_s \equiv \langle s_{s,ij} s_{s,i'j'} \rangle = H(\theta_{ii'}) C_{g,jj'}, \quad (2)$$

其中函数 $H(\theta_{ii'})$ 叫做 Hellings-Downs 函数 [11], 它描述了脉冲星对 $i-i'$ 的相关系数. C_g 描述了信号的时间相关性, 即谱信息. 如果知道引力波的谱特性 (谱指数和幅度), 那么 C_g 也就完全确定了. 因此 C_g 是矢量 λ_s 的函数, 这个矢量包含两个参数: 谱幅度和谱指数.

引力波点源的处理方法和上述方法不一样. 因为它们具有特定的波形, Lee 等人 [12] 给出了用 7 个

参数刻画的引力波波形. 这 7 个参数是引力波幅度、频率、相位、轨道倾角、轨道升交点位置, 以及引力波源在天球的位置 (两个参数). 可以把这个波形简单记为 $s_b(\lambda_b, t)$, 其中的参数 λ_b 即为上述 7 个基本参数.

很多人都发现 [8-10, 13] 脉冲星测时阵列的高斯统计模型的似然函数是

$$\Lambda \propto \exp \left[(\mathbf{R} - \mathbf{D}\lambda_t - \mathbf{s}_b(\lambda_b))^T (\mathbf{C}_n + \mathbf{C}_w + \mathbf{C}_{DM} + \mathbf{C}_s)^{-1} (\mathbf{R} - \mathbf{D}\lambda_t - \mathbf{s}_b(\lambda_b)) \right], \quad (3)$$

其中矩阵 $\mathbf{D}$ 叫做测量矩阵, 和脉冲星测时参数 λ_t 一起刻画脉冲星自转和轨道行为. 这个参数可以被解析地规约掉, 之后的似然函数仍旧是高斯的, 把这个规约化后的模型的协方差矩阵记为 $\mathbf{C}'$.

利用这个似然函数, 统计学上的边界估计方法可以直接计算出不同参数的误差区间. 常用的估计量叫做 Crámer-Rao 边界 (CRB). CRB 给出参数 λ 的误差范围是

$$\langle (\lambda - \langle \lambda \rangle) (\lambda - \langle \lambda \rangle)^T \rangle \geq \left(\frac{\partial \ln \Lambda}{\partial \lambda^T} \frac{\partial \ln \Lambda}{\partial \lambda} \right)^{-1}. \quad (4)$$

对于方程 (3) 的形式, 可以证明 $\langle (\lambda - \langle \lambda \rangle) (\lambda - \langle \lambda \rangle)^T \rangle \geq \mathbf{J}^{-1}$, 其中

$$\mathbf{J} = \frac{1}{2} \left[\text{tr} (\mathbf{C}'^{-1} \partial_{\lambda_{s,n}} \mathbf{C}' \mathbf{C}'^{-1} \partial_{\lambda_{s,n}} \mathbf{C}) + \partial_{\lambda_b} \mathbf{s}_b \mathbf{C}'^{-1} \partial_{\lambda_b} \mathbf{s}_b \right]. \quad (5)$$

可以利用上述公式计算引力波点源和背景的最小探测幅度. 需要注意, 对于点源问题, 能够用上述公式计算最小探测的引力波幅度, 然而却不能用于计算点源的位置精度. 原因是在点源问题中, CRB 的基础, 渐进无偏唯一估计量的条件无法被满足.

2.3 未来我国脉冲星测时阵列的展望

我国正在规划建设两个大型的国内射电望远镜 (500 m 口径球面射电望远镜 (Five-Hundred-Meter Aperture Spherical Radio Telescope, FAST) 和 110 m 口径的奇台射电望远镜 (Qitai Telescope, QTT)), 同时也参加了国际大型合作项目平方公里阵列 (Square Kilometre Array, SKA). 着眼于国内的前景, 采用的系统参数见表 1, 这里的估计值采用的比较保守, 频率范围是适合开展高精度脉冲星测时观测的范围. 对于不

表 1 FAST 和 QTT 的设备参数

Table 1 The equipment parameters of FAST and QTT

望远镜	增益 (K/J)	频率范围 (GHz)	系统温度 (K)
FAST	15	0.6–3.0	45
QTT	2.2	1.0–5.0	35

同脉冲星, 最合适的频段并不一样, 流量高的脉冲星应当尽量在高频进行观测. 在计算中, 计划每周对脉冲星进行观测, 每颗星观测时间为 1 h.

可以根据每个脉冲星的噪声并利用 CRB 来计算引力波探测的最小灵敏度. 这里白噪声包含了辐射计噪声和相位抖动噪声, 辐射计噪声根据望远镜增益、系统温度和脉冲星流量计算; 相位噪声则只依赖于观测时间和脉冲星特性. 红噪声和色散噪声采用了欧洲脉冲星测时阵列的结果. 计算的引力波的灵敏度参见图 2.

3 结果和讨论

针对利用脉冲星测时阵列直接探测来源于星系级黑洞的纳赫兹波段极低频引力波的目标, 结合我国在建和计划中的大型射电望远镜参数, 利用 CRB 统计方法计算了我国脉冲星测时阵列计划的预期引力波灵敏度. 计算中考虑了已知的脉冲星杂声特性, 例如辐射计噪声、相位噪声、红噪声、和色散噪声. 能够看到, 如果 FAST 和 QTT 开展脉冲星测时阵列观测, 那么未来我国在纳赫兹引力波探测方面将在国际上贡献卓越.

理论上, CRB 形式给出的限制可能在实际数据分析中并不能达到. 然而, 根据欧洲脉冲星测时阵列的结果, 可以知道实际的贝叶斯统计结果和 CRB 的预期是非常一致的, 因此用 CRB 来计算是可靠的.

本计算中, 假设了仪器的带宽和增益, 也考虑了不同望远镜的天区覆盖问题. 然而高精度测时的另外一类关键问题并没有包含在目前的计算中, 即无线电干扰和系统的不稳定性. 我们迫切地需要监测并理解 FAST 和 QTT 现场的无线电干扰情况、气候情况和电离层宁静度. 如果知道这些参数, 就能更好地去优化脉冲星测时阵列的具体观测方案. 优化过

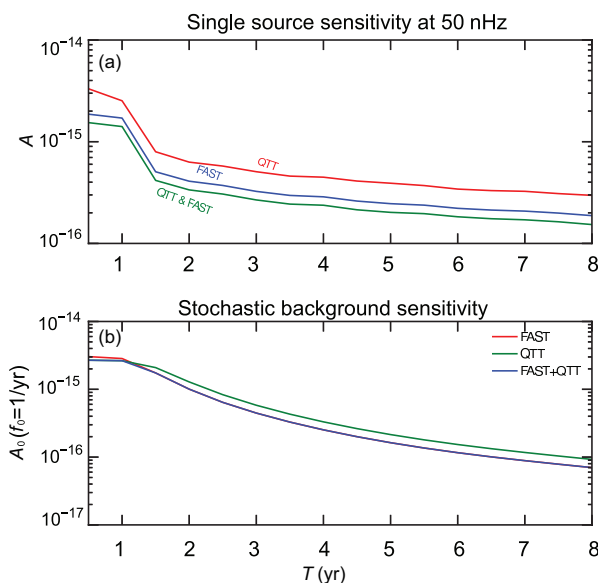


图 2 (网络版彩图) FAST, QTT 和两者联合的引力波探测灵敏度. (a) 点源的探测灵敏度; (b) 背景的探测灵敏度. 计算中, 背景取的谱指数是 $-2/3$. 可以看到 QTT 尽管面积远小于 FAST, 但是在点源探测问题上却有重要贡献. 这是因为引力波背景探测需要整体脉冲星的测时精度, FAST 适合进行这样的工作. 而对于点源, 则需要特定脉冲星的测时精度, QTT 的比较宽的带宽可以系统地改善精度最高的脉冲星的星际介质噪声水平, 因此对点源探测灵敏度贡献很大

Figure 2 (Color online) The GW sensitivity of FAST and QTT. (a) GW point source; (b) GW background with spectral characteristic index of $-2/3$. As one can see, although the collecting area of QTT is much smaller than FAST, it will contribute significantly for single source detection, because QTT is critical for interstellar medium noise correction and the timing precision of individual pulsar should be pursuit for single source problem. For the background detection, we need to improve the overall timing precision, for which FAST is more capable.

的观测方案可以提高 30% 左右的引力波探测灵敏度^[14], 从而大幅度减少探测所需时间.

可以看到, 经过几年的观测, FAST 和 QTT 的引力波灵敏度可以到 2×10^{-16} (点源) 和 $A_c = 3 \times 10^{-16}$ (背景). 这个比目前任何发表的极限都提高了 1 个量级. 这样的精度可以开展标准的对象搜寻, 特别是最近光学巡天已经发现了大量的候选体, 例如文献^[15]的工作. FAST 和 QTT 时代的脉冲星测时阵列不再是没有引力波源目标的盲搜索, 而将进入划时代的目标探测阶段, 将真正打开引力波天文学的观测窗口. 这正是引力波天文学所期盼和追求多年的科学目标.

参考文献

- 1 Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger. *Phys Rev Lett*, 2016, 116: 061102
- 2 Sazhin M V. Opportunities for detecting ultralong gravitational waves. *Soviet Astron*, 1978, 22: 36–38
- 3 Jenet F A, Hobbs G B, Lee K J, et al. Detecting the stochastic gravitational wave background using pulsar timing. *Astrophys J Lett*, 2005, 625: L123–L126
- 4 Caballero R N, Lee K J, Lentati L, et al. The noise properties of 42 millisecond pulsars from the European pulsar timing array and their impact on gravitational-wave searches. *Mon Not R Astron Soc*, 2016, 457: 4421–4440
- 5 Shannon R M, Ravi V, Lentati L T, et al. Gravitational waves from binary supermassive black holes missing in pulsar observations. *Science*, 2015, 349: 1522–1525
- 6 Jenet F A, Hobbs G B, Van Straten W, et al. Upper bounds on the low-frequency stochastic gravitational wave background from pulsar timing observations: Current limits and future prospects. *Astrophys J*, 2006, 653: 1571–1576
- 7 Shannon R M, Ravi V, Coles W A, et al. Gravitational-wave limits from pulsar timing constrain supermassive black hole evolution. *Science*, 2013, 342: 334–337
- 8 Van Haasteren R, Levin Y, McDonald P, et al. On measuring the gravitational-wave background using pulsar timing arrays. *Mon Not R Astron Soc*, 2009, 395: 1005–1014
- 9 Lee K J, Bassa C G, Janssen G H, et al. Model-based asymptotically optimal dispersion measure correction for pulsar timing. *Mon Not R Astron Soc*, 2014, 441: 2831–2844
- 10 Van Haasteren R, Vallisneri M. New advances in the Gaussian-process approach to pulsar-timing data analysis. *Phys Rev D*, 2014, 90: 104012
- 11 Hellings R W, Downs G S. Upper limits on the isotropic gravitational radiation background from pulsar timing analysis. *Astrophys J Lett*, 1983, 265: L39
- 12 Lee K J, Wex N, Kramer M, et al. Gravitational wave astronomy of single sources with a pulsar timing array. *Mon Not R Astron Soc*, 2011, 414: 3251–3264
- 13 Lentati L, Alexander P, Hobson M P, et al. Hyper-efficient model-independent Bayesian method for the analysis of pulsar timing data. *Phys Rev D*, 2013, 87: 104021
- 14 Lee K J, Bassa C G, Janssen G H, et al. The optimal schedule for pulsar timing array observations. *Mon Not R Astron Soc*, 2012, 423: 2642–2655
- 15 Graham M J, Djorgovski S G, Stern D, et al. A systematic search for close supermassive black hole binaries in the Catalina Real-time Transient Survey. *Mon Not R Astron Soc*, 2015, 453: 1562–1576

The potential breakthroughs of GW detection using future Chinese radio telescopes

LEE KeJia^{1*}, YUAN JianPing², WANG JingBo², YAN WenMing²,
YUAN ShaoNan² & WANG Na²

¹ *Kavli Institute for Astronomy and Astrophysics, Peking University, Beijing 100871, China;*

² *Xinjiang Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Urumqi 830011, China*

China has built, has been building, and will have built radio telescopes. Based on the most up-to-date pulsar noise measurements and design specifications of telescopes, we focus here on investigating the capability of pulsar timing observation using individual telescopes as well as their combination. We also calculate and discuss the feasibility to create the Chinese pulsar timing array project and the expectation for gravitational wave detection. As one will note, combination of large system, such as Five-hundred-metre Aperture Spherical radio Telescope (FAST) at Guizhou and Qitai 110 m fully steerable radio telescope at Xinjiang (QTT), will significantly increase the capability of current international pulsar timing array. We thus expect the breakthroughs in the FAST-QTT era.

pulsar, gravitational wave

PACS: 97.60.Gb, 95.55.Ym

doi:10.1360/SSPMA2016-00303