

引用格式: 张映雪, 闫浩文. 空间点群目标相似度计算模型中特征指标定权方法对比分析[J]. 地球信息科学学报, 2025, 27(4): 876-887. [Zhang Y X, Yan H W. Comparative analysis of feature index weighting methods in a spatial point group target similarity calculation model[J]. Journal of Geo-information Science, 2025, 27(4): 876-887.] DOI: 10.12082/dqxxkx.2025.240593; CSTR: 32074.14.dqxxkx.2025.240593

空间点群目标相似度计算模型中特征指标定权方法对比分析

张映雪, 闫浩文*

兰州交通大学测绘与地理信息学院, 兰州 730070

Comparative Analysis of Feature Index Weighting Methods in a Spatial Point Group Target Similarity Calculation Model

ZHANG Yingxue, YAN Haowen*

Faculty of Geomatics, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China

Abstract: [Objectives] Existing models for calculating spatial similarity relationships of point groups on maps often rely on questionnaires, expert evaluations, or predefined weights to select and determine feature indicator weights. However, this reliance introduces limitations in objectivity and generalizability. **[Methods]** To address these issues, this study undertakes the following research: (1) A systematic review, enumeration, and analysis of characteristic indices commonly used in spatial similarity models for point groups. The primary research focuses on attribute similarity, distribution range similarity, distribution density similarity, distance similarity, directional similarity, and topological similarity. (2) Several methods were employed to calculate the weight values and ranking of each feature index: the Analytic Hierarchy Process (AHP), the Fuzzy Comprehensive Evaluation Method (FCEM), Rough Set Theory (RS), and a composite weighting method integrating AHP and RS through the Lagrangian optimization decision model, referred to as the AHP-RS combined weighting method. (3) The weights derived from the AHP-RS combined weighting method were incorporated into the point group spatial similarity calculation model. **[Results]** The results show that: (1) Comparative analysis revealed that the AHP-RS combined weighting method not only maintains the same weight ordering as AHP and FCEM but also significantly reduces the unreasonable weight ordering issues caused by RS's high sensitivity to data. This method effectively decreases weight disparities, making the evaluation more reflective of actual conditions. (2) The results of point group spatial similarity calculations at various scales are highly consistent with human perception of point group similarity, further validating the rationality and effectiveness of the AHP-RS combined weighting method. **[Conclusions]** This study ultimately provides a set of characteristic index weights, $\omega_{topology}$, $\omega_{distance}$, $\omega_{attribute}$, $\omega_{direction}$, ω_{scope} , $\omega_{density}$ =(0.36, 0.15, 0.10, 0.15, 0.12, 0.12), offering objective and standardized weight values for point target spatial similarity calculation model. These weights establish a reliable theoretical

收稿日期: 2024-10-22; 修回日期: 2025-02-10.

基金项目: 国家自然科学基金项目(41930101); 国家自然科学基金地区基金项目(42161066)。[**Foundation items:** National Natural Science Foundation of China, No.41930101; Regional Fund of National Natural Science Foundation of China, No.42161066.]

作者简介: 张映雪(1991—), 女, 甘肃白银人, 博士生, 主要从事地图综合方面的研究。E-mail: 1037314606@qq.com

*通讯作者: 闫浩文(1969—), 男, 甘肃民勤人, 教授, 博导, 主要从事地图综合、空间关系等方面的研究。

E-mail: haowen2010@gmail.com

foundation for spatial similarity calculations and comprehensive mapping.

Key words: spatial relations; point group; similarity calculation model; feature index; weight determination; combined weight method

***Corresponding author:** YAN Haowen, E-mail: haowen2010@gmail.com

摘要:【目的】针对当前地图上点群目标空间相似关系计算模型中特征指标的选取及权重确定普遍依赖于问卷调查、专家评分或自定义权重,导致模型在客观性和通用性存在局限性。【方法】本文开展了以下研究:①对点群空间相似度计算模型中常考虑的特征指标进行了系统的梳理、统计与分析,并选定了属性相似度、分布范围相似度、分布密度相似度、距离相似度、方向相似度及拓扑相似度进行研究;②采用单一定权方法:层次分析法(Analytic Hierarchy Process, AHP)、模糊综合评价法(Fuzzy Comprehensive Evaluation Method, FCEM)、粗糙集理论(Rough Set Theory, RS),以及一种通过拉格朗日优化决策模型将AHP与RS结合的综合定权方法:AHP-RS组合权值法,采用上述方法分别计算各特征指标的权值及权重排序;③将AHP-RS组合权值法确定的权重应用于点群空间相似度计算模型。【结果】①AHP-RS组合权值法不仅保持了与AHP和FCEM一致的权重排序,还显著减弱了RS对数据过于敏感导致权重排序不合理问题,同时大幅缩小了权值间的差异,使得权重更贴近实际情况;②不同尺度下点群空间相似度计算结果与人类对不同尺度下点群相似度的认知高度一致,进一步验证了AHP-RS组合权值法在权重确定上的合理性与有效性。【结论】本文最终提供了一组特征指标权重分配方案 $\omega_{\text{拓扑}}, \omega_{\text{距离}}, \omega_{\text{属性}}, \omega_{\text{方向}}, \omega_{\text{分布范围}}, \omega_{\text{分布密度}} = (0.36, 0.15, 0.10, 0.15, 0.12, 0.12)$,为点群目标空间相似度计算模型提供了客观、统一的权重依据,为空间相似关系的计算及地图综合提供了可靠的理论基础。

关键词:空间关系;点群;相似度计算模型;特征指标;权重确定;组合权值法

1 引言

空间关系是指地理实体之间所具有的空间特性关系^[1],它反映着人类对空间形态的推理与描述,是人类认知空间形态的途径^[2]。空间关系理论作为空间信息科学的理论基础与核心内容,广泛应用于空间数据的组织、查询、分析、推理、数据挖掘、制图综合质量评价与控制,以及多源、多类型、多尺度空间数据的集成与更新等领域。空间关系包括拓扑关系、方向关系、距离关系、相关关系和相似关系^[3],目前国内外在前4种空间关系的研究已取得颇为丰富的成果,然而,对于空间相似关系的研究仍显不足。

空间相似关系用于描述和表达地理空间及其转换生成的地图空间目标之间的关系^[4]。空间相似关系的强弱可由相似度衡量,Yan^[5]于2010年提出基于集合论的多尺度地图空间相似关系定义,认为对象间的相似性可通过多个特征指标进行评估,这些特征指标的相似度之和即为对象间的相似度;同时,他还提出了多尺度空间相似关系的分类体系,其特征子集包括维数、大小、形状、长度、面积、拓扑关系、距离关系、方向关系及相关关系。这些特征子集仅构成多尺度空间相似关系的一个分类框架,并不要求涵盖所有内容,具体的特征项需根据多尺度地图表达中的具体问题进行调整。空间相似关系的研究对象是地图空间的目标对^[4],包括单体目标和群组目标(点群、平行线簇、相交线网、树状网、离散面群、连续

面群)。群组目标是地图上普遍存在的基本的地图要素,目前,关于群组目标空间相似度计算的研究主要分为2个步骤:首先,选取空间关系中的相似度度量特征指标,并研究其计算方法,以不同的表达模型描述各相似性特征指标。如Li等^[6]通过选取拓扑、方向和距离关系的优先顺序(TDD),利用Tversky特征对比模型构建了相似性评估模型;Li等^[7]提出了一个包含度量信息、拓扑信息和主题信息的度量模型,并发现度量信息比统计信息更有意义,拓扑信息的新索引比现有索引更具优势;Chehreghan等^[8]提出了一种基于几何准则、模糊隶属函数和人类空间认知的空间识别框架,实验结果表明空间相似度与物体本身及其几何结构密切相关;刘涛^[9]提出了一种综合考虑点群的空间关系、空间分布和几何特征,且注重空间点群的整体描述的相似度计算模型;李金玉等^[10]通过拓扑关系、方向关系、分布范围、距离关系等点群目标相似性影响因子,提出了相应的相似度计算方法,最终形成了整体的点群相似度计算模型;程绵绵等^[11]提出一种基于广义Hausdorff距离的多尺度点群相似度计算方法,考虑了距离相似度、基于拓扑Hausdorff距离的拓扑相似度、基于方向Hausdorff距离的方向相似度,并得出总相似度计算公式。其次,对各相似性特征指标进行加权计算,以获得总体相似度。在计算群组目标间的空间相似度时,各特征指标的权重通常通过问卷调查的形式获取,其客观性和通用性难以保障^[4]。例如,Yang等^[12]通过对专

业人士的问卷调查,确定了空间点群相似度计算的4个指标(拓扑关系相似度、距离关系相似度、方向关系相似度及属性相似度)的权重;梅耀元^[13]则采用自定义权重的方法,为空间点群相似度计算的3个指标(密度相似度、面积相似度、方向相似度)分别赋予了不同的权重系数。

目前,基于统一理论对各相似性特征指标形式化描述模型的建立,以及在此基础上的整体相似度计算模型方面的研究仍显不足。大多数研究仅提供了目标群组在多尺度地图空间的相似度计算模型,对于各空间相似性特征指标在空间相似度计算模型中的特征指标及其权重的选取,普遍依赖于问卷调查、专家评分或自定义权重,客观性和通用性难以得到保障,因此,本文以点群目标为例,系统的梳理、统计与分析了点群空间相似度计算模型中常用的特征指标,并选取其中最为关键的属性相似度、分布范围相似度、分布密度相似度、距离相似度、方向相似度及拓扑相似度作为研究对象,采用主观赋权法 AHP^[14]、客观赋权法 FCEM^[15-17]、主客观综合赋权法 RS^[18-20],以及一种通过拉格朗日优化决策模型将 AHP 与 RS 结合的综合权重确定方法 AHP-RS 组合权值法^[21],对上述6项特征指标分别计算其权值大小,并对各指标进行权重排序,通过对比分析发现,AHP-RS 组合权值法能够更全面、客观且准确的反映指标的重要性。因此本文采用该方法确定了一组相对客观的权值分布,并将其作为点群空间相似度计算模型中各特征指标权重。将该组权值分布应用于具体的点群相似度计算实例中,进一步验证了该组权值分布的可靠性。

2 影响点群要素空间相似度计算的
特征指标

研究表明,点群的空间相似度计算模型通常考虑到的特征指标包括:属性相似度^[12,22-30]、分布范围相似度^[9-10,13,22-25,31-39]、分布密度相似度^[9,13,22,24,31,33-39]、距离相似度^[9-12,22-23,28-31,36-41]、方向相似度^[9-13,23,28,30-32,35,37-40]、拓扑相似度^[9-12,22-24,27-28,30-31,35,38-40]、统计相似度^[22,24-25,28]、中心相似度^[22,24-25,33-34]、轴线相似度^[24,33-34]。本文对2001—2021年25篇国内外期刊及学位论文中各特征指标出现频次进行统计,结果如图1所示。根据出现次数的排名,选取前6项指标作为研究对象,并对部分重点文献中这6项指标所占权重值进行了统计,具体结果见表1。

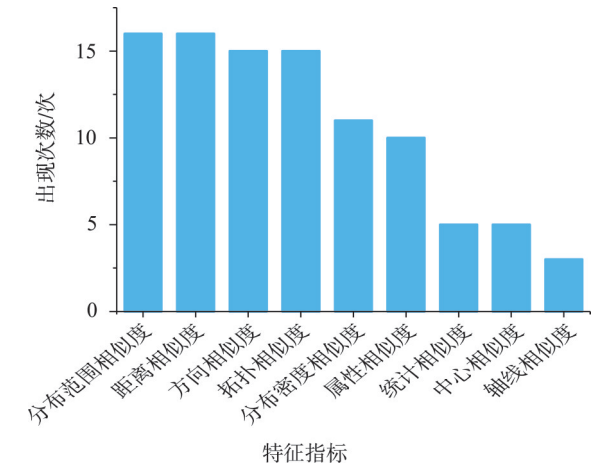


图1 相关文献中空间相似度计算模型特征指标出现次数
Fig. 1 The number of occurrences of the spatial similarity calculation model feature index in related literature

表1 部分文献采用的空间相似度计算模型特征指标权值
Tab. 1 The spatial similarity calculation model feature index weights in related literature

文献编号	特征指标					
	属性相似度	分布范围相似度	分布密度相似度	距离相似度	方向相似度	拓扑相似度
[9]	0	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
[10]	0	0.25	0	0.25	0.25	0.25
[11]	0	0	0	1/3	1/3	1/3
[12]	0.22	0	0	0.31	0.25	0.22
[13]	0	0.3	0.4	0	0.3	0
[22]	0.25	0.25	0.05	0.2	0	0.2
[31]	0	0.067	0.067	0.240	0.158	0.468
[33]	0	0.25	0.25	0	0.25	0
[35]	0	1/6	1/6	0	1/6	0.5
[36]	0	1/3	1/3	1/3	0	0
[40]	0	0	0	1/3	1/3	1/3

(1) 属性相似度

属性相似度可通过点群的平均重要程度 $\bar{I}$ 进行计算:

$$\bar{I} = \sum I_i / n \quad (1)$$

式中: I_i 表示第 i 点的重要程度; n 表示区域内的点数。点群的属性相似度定义^[22]为:

$$sim_{属性} = \frac{\min(\bar{I}_1, \bar{I}_2)}{\max(\bar{I}_1, \bar{I}_2)} \quad (2)$$

式中: $\bar{I}_1$ 、 $\bar{I}_2$ 分别表示尺度变化前后的点群平均重要程度。

(2) 分布范围相似度

点群分布的覆盖范围在地图尺度变化前后会发生改变, 可通过凸壳和外轮廓线进行描述。点群分布范围相似度定义^[23]为:

$$sim_{分布范围} = 1 - \frac{s_1 - s_2}{\max(s_1, s_2)} \quad (3)$$

式中: s_1 、 s_2 分别表示尺度变化前后的凸壳面积。

(3) 分布密度相似度

密度可以定义为单位区域内点的数量, 或定义为一定数量点所占据的分布空间。因此, 点群密度相似度定义^[23]为:

$$sim_{分布密度} = 1 - \frac{n_1/s_1 - n_2/s_2}{\max(n_1/s_1, n_2/s_2)} \quad (4)$$

式中: s_1 、 s_2 分别表示尺度变化前后的凸壳面积; n_1 、 n_2 分别表示尺度变化前后地图上的点群数量。

(4) 距离相似度

点群的标准差椭圆短轴与长轴的比值可用于计算点群距离相似度, 描述点群分布的集中程度。距离相似度定义^[9]为:

$$sim_{距离} = 1 - \frac{b_1/a_1 - b_2/a_2}{\max(b_1/a_1, b_2/a_2)} \quad (5)$$

式中: a_1 、 a_2 表示尺度变化前后点群标准差椭圆短轴长度; b_1 、 b_2 表示尺度变化前后点群标准差椭圆长轴长度。

(5) 方向相似度

点群的方向用于描述点群目标的总体分布趋势, 通过标准差椭圆长轴与 x 轴的夹角来进行描述。方向相似度定义^[9]为:

$$sim_{方向} = \cos(\theta_1 - \theta_2) \quad (6)$$

式中: θ_1 、 θ_2 分别表示尺度变化前后点群标准差椭圆与 x 轴之间的夹角。

(6) 拓扑相似度

拓扑关系一致性是地图综合中最重要且最基本的空间约束关系, 点群拓扑关系可由点的 voronoi

邻居来表示。拓扑相似度定义^[9]为:

$$sim_{拓扑} = 1 - \frac{D_1 - kD_2}{\max(D_1, D_2)} \quad (7)$$

式中: D_1 、 D_2 分别表示尺度变化前后点群的拓扑邻居数; $k = \sqrt{m_1/m_2}$, m_1 、 m_2 分别表示尺度变化前后的地图比例尺。

(7) 点群整体相似度

作为一个整体, 点群的相似性不应仅从单方面进行考虑, 而应综合以上 6 项相似性特征指标。即, 点群整体相似度是各特征指标加权相似度值的线性和^[37]。点群整体相似度定义为:

$$SIM = \omega_i \cdot sim_i \quad (8)$$

式中: ω_i 表示各特征指标所占的权重; sim_i 表示各特征指标的相似度值。

3 权重确定方法

目前, 权重确定方法主要可分为 3 类: 主观赋权法、客观赋权法以及主客观综合赋权法。主观赋权法是根据决策者对各指标重视程度的主观判断来确定指标权重, 常见的有专家打分法和 AHP 等。客观赋权法则是基于各项实际评价指标所反映的客观信息来确定权重, 常见有主成分分析法、熵值法及 RS 等。主客观综合赋权法旨在兼顾主、客观赋权法各自的优缺点, 通过综合考虑主客观因素, 使得指标权重实现主客观的一致性, 常见的有线性加权组合赋权法、FCEM 等。

(1) AHP

AHP 属于主观赋权法, 是一种结合定性和定量分析的决策分析方法, 旨在解决多目标复杂问题。该方法具有系统性、灵活性、简洁性等优点。其基本原理是将与决策有关的因素分解为目标层、准则层、方案层, 随后通过两两比较打分构建判断矩阵, 并计算判断矩阵特征向量以获得各指标的权重。

(2) RS

RS 属于客观赋权法, 是一种研究不完整和不确定知识及数据的表达、学习和归纳的理论方法。其主要优点在于无需提供与问题相关的先验知识, 仅依赖于客观数据本身进行分类处理, 删除冗余信息, 分析知识粗糙度以及属性间重要性与依赖性, 从而有效避免主观赋权法中人为因素的影响, 使评估结果更加的客观。

(3) FCME

FCME 属于主客观综合赋权法, 基于模糊数学

原理,利用隶属度的概念将定性评价转化为定量评价,能够系统性地解决模糊且难以量化的各种不确定性问题。FCEM主要的计算步骤包括:确定评价因素集、确定评价等级集、确定模糊关系矩阵、确定评价指标体系的模糊权向量并利用适当的算子将评价矩阵与关系矩阵合成,以获得各被评价对象的模糊综合评价结果向量。

(4) AHP-RS组合权重法

单一的指标权重确定方法往往难以全面反映各指标的重要性,为此,本文采用AHP-RS组合权重法,旨在兼顾决策者主观偏好,同时充分利用客观赋权法所包含信息,以有效的减少单一权重确定方法可能导致的偏差,从而提升权重分配的合理性与准确性。

设 ω_{Ai} 和 ω_{Ri} 分别为各特征指标在AHP和RS中的权重, W_i 为二者综合权重,建立拉格朗日优化决策模型:

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^n \phi (W_i - \omega_{Ai})^2 / 2 + (1 - \phi) (W_i - \omega_{Ri})^2 / 2 \right\} \quad (9)$$

式中: $\phi(0 \leq \phi \leq 1)$ 为经验因子,代表决策者对主观经验与客观数据的偏好程度。当 $0 \leq \phi \leq 0.5$ 时,相对注重客观数据;当 $0.5 \leq \phi \leq 1$ 时,相对注重专家主观经验。令优化决策模型有唯一解时,其解为:

$$W_i = \phi \omega_{Ai} + (1 - \phi) \omega_{Ri} \quad (10)$$

4 实验分析

本文以点群目标相似性为研究对象,为了确保实验数据的典型性和代表性,分别选取了不同地理场景、不同比例尺下的2组点群数据进行实验,兼顾了点群数量和空间分布特征的多样性。具体而言,实验数据包括兰州市城区和宁夏回族自治区2个典型区域的多尺度点群数据。其中,兰州市城区的数据涵盖了1:10万比例尺下的533个点(图2(a))、1:25万比例尺下的245个点(图2(b))以及1:100万比例尺下的15个点(图2(c));宁夏回族自治区的数据则包括1:10万比例尺下的17 045个点(图3(a))、1:25万比

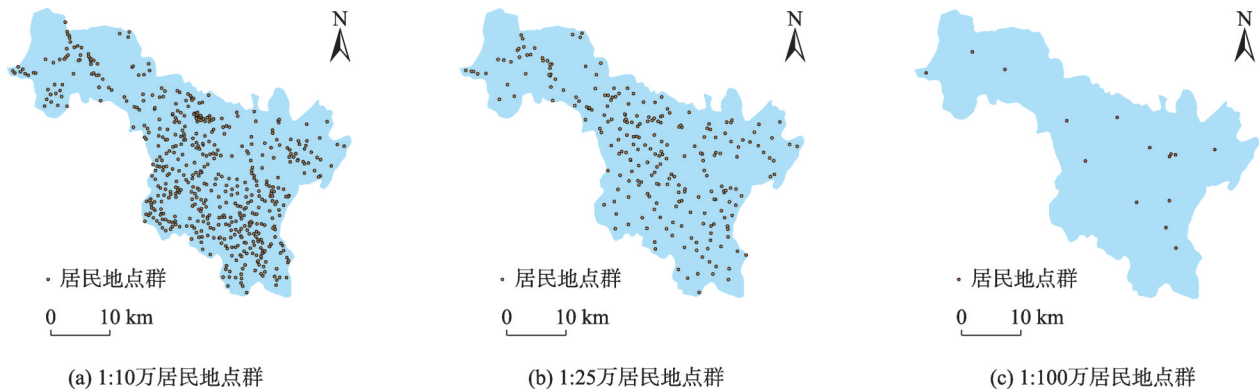


图2 兰州市城区不同尺度下的居民地点群

Fig. 2 Residential point groups at different scales in Lanzhou

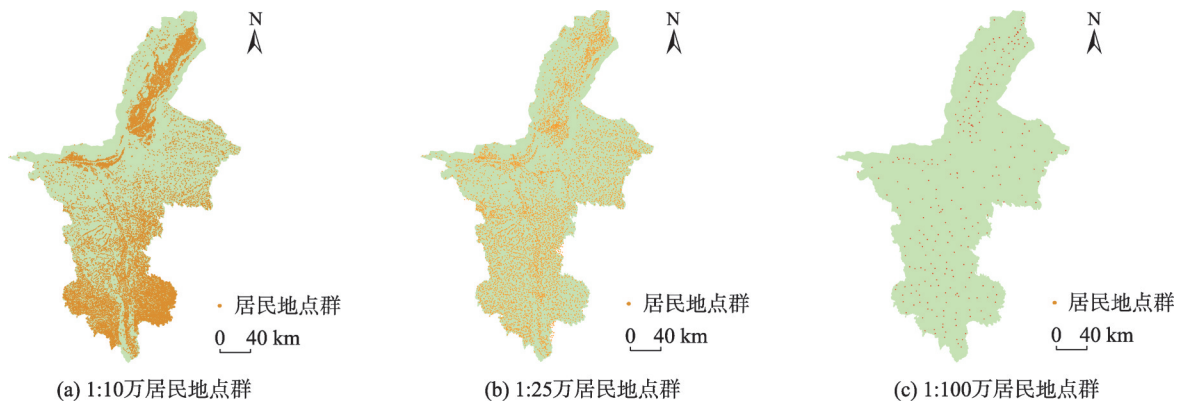


图3 宁夏回族自治区不同尺度下的居民地点群

Fig. 3 Residential point groups at different scales in Ningxia

例尺下的 6 525 个点(图 3(b))以及 1:100 万比例尺下的 276 个点(图 3(c))。

由属性相似度、分布范围相似度、分布密度相似度、距离相似度、方向相似度、拓扑相似度 6 个方面分别计算得到不同尺度下各特征指标相似度大小,如表 2 所示。

4.1 AHP

(1)构建判断矩阵

对影响点群要素空间相似度计算的 6 个特征指标进行两两比较并打分,构建出如表 3 所示的判断矩阵。

(2)计算各指标权重

对表 3 中的每一列进行归一化处理后,按行求和,随后对所得向量进行归一化,获得各评价指标的权重 $\omega_i=(0.04, 0.08, 0.08, 0.19, 0.19, 0.42)$ 。

(3)一致性检验

根据前一步的计算结果,得出判断矩阵的最大特征根 $\lambda_{\max}=6.15$ 。利用一致性指标计算公式:

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \quad (11)$$

计算得到: $CI=0.03$ 。通过查阅相关表格^[42],知 $n=6$ 阶矩阵的平均一致性指标 $RI=1.26$,从而根据一致性比例计算公式:

$$CR = \frac{CI}{RI} \quad (12)$$

计算得到: $CR=0.024<0.1$,验证其符合一致性检验的要求。AHP 法确定的各特征指标的权重及排序结果如表 4 所示。

4.2 RS

(1)构建决策表

依据第 2 节所列文献中 14 篇^[9-13,22,30-33,35-36,38,40]具有明确特征指标评分值的参考文献,构建一个关于空间相似关系评价的信息系统,其决策表如表 5 所示。

(2)确定属性依赖度

根据决策表可对论域 U 依据条件属性 A 进行分类,由决策属性 D 对条件属性 $A-a_i$ 的依赖度计算公式:

$$\gamma_{A-a_i}(D) = \frac{|pos_{A-a_i}(D)|}{|U|} \quad (13)$$

其中, pos 表示正域。计算得到:决策属性 D 对

表 2 不同尺度下各特征指标相似度

Tab. 2 Similarity of each characteristic index at different scales

(%)

地区	比例尺/万	$sim_{属性}$	$sim_{分布范围}$	$sim_{分布密度}$	$sim_{距离}$	$sim_{方向}$	$sim_{拓扑}$
兰州市城区	1:10~1:25	76.27	91.93	49.99	87.90	99.89	61.27
	1:10~1:100	46.47	42.97	6.54	61.38	25.51	7.06
	1:25~1:100	60.92	46.74	13.09	69.83	20.98	11.52
宁夏回族自治区	1:10~1:25	78.38	99.56	38.45	85.85	99.89	57.98
	1:10~1:100	29.58	86.73	1.87	98.44	25.51	5.12
	1:25~1:100	37.74	87.11	4.85	84.52	20.98	8.83

表 3 AHP 判断矩阵

Tab. 3 AHP judgment matrix

指标	属性相似度	分布范围相似度	分布密度相似度	距离相似度	方向相似度	拓扑相似度
属性相似度	1.00	0.33	0.33	0.20	0.20	0.14
范围相似度	3.00	1.00	1.00	0.33	0.33	0.20
密度相似度	3.00	1.00	1.00	0.33	0.33	0.20
距离相似度	5.00	3.00	3.00	1.00	1.00	0.33
方向相似度	5.00	3.00	3.00	1.00	1.00	0.33
拓扑相似度	7.00	5.00	5.00	3.00	3.00	1.00

表 4 AHP 法确定的特征指标权重与排序

Tab. 4 The weights and ranking of characteristic indicators determined by AHP method

指标	拓扑相似度	距离相似度	方向相似度	分布范围相似度	分布密度相似度	属性相似度
权重	0.42	0.19	0.19	0.08	0.08	0.04
排序	1	2	2	3	3	4

表5 RS决策表
Tab. 5 RS decision table

序号	指标					
	属性相似度	分布范围相似度	分布密度相似度	距离相似度	方向相似度	拓扑相似度
u1	0.22	0	0	0.31	0.25	0.22
u2	0	3	4	0	3	0
u3	2.0	0.5	2.5	0.5	0	2.0
u4	0	1	1	1	1	1
u5	0	0.167	0.167	0	0.167	0.500
u6	0	0.670	0.670	2.400	1.580	4.680
u7	0	1	1	0	0	0
u8	0	1	1	1	0	0
u9	0	0	0	1	1	1
u10	0	1	0	1	1	1
u11	0	1	1	1	1	1
u12	0	0	0	1	1	1
u13	1	0	0	1	1	1
u14	0	1	0	0	1	0

条件属性 $A-a_1, A-a_2, A-a_3, A-a_4, A-a_5, A-a_6$ 的依赖度分别为: $\frac{9}{14}, \frac{9}{14}, \frac{7}{14}, \frac{8}{14}, \frac{10}{14}, \frac{10}{14}$ 。

(3)确定属性重要度

条件属性 $A-a_i$ 对决策属性 D 的重要度为:

$$\sigma(a_i) = \gamma_A(D) - \gamma_{A-a_i}(D) \tag{14}$$

计算得到: $\sigma(a_1) = \frac{5}{14}; \sigma(a_2) = \frac{5}{14}; \sigma(a_3) = \frac{1}{2}; \sigma(a_4) = \frac{3}{7}; \sigma(a_5) = \frac{2}{7}; \sigma(a_6) = \frac{2}{7}$ 。

(4)确定客观权重

将以上重要性程度进行归一化处理后,得到各特征指标的权重及排序结果如表6所示。

4.3 FCEM

(1)确定评价对象论域

将影响点群要素空间相似度计算的6个特征指标确立为评价对象的论域。

(2)建立模糊关系矩阵

根据专家评分所确定的相对权重,构建模糊

关系矩阵,并对其进行归一化处理:

$$R = \begin{bmatrix} 0.04 & 0.03 & 0.03 & 0.03 & 0.03 & 0.06 \\ 0.13 & 0.08 & 0.08 & 0.06 & 0.06 & 0.09 \\ 0.13 & 0.08 & 0.08 & 0.06 & 0.06 & 0.09 \\ 0.21 & 0.23 & 0.23 & 0.17 & 0.17 & 0.15 \\ 0.21 & 0.23 & 0.23 & 0.17 & 0.17 & 0.15 \\ 0.29 & 0.38 & 0.38 & 0.51 & 0.51 & 0.45 \end{bmatrix}$$

(3)确定评价因素的模糊权向量

将AHP确定的指标权向量作为评价因素模糊权向量, $A=(0.04, 0.08, 0.08, 0.19, 0.19, 0.42)$ 。

(4)多因素模糊评价

利用适当的算子将模糊关系矩阵 R 与模糊权向量 A 合成,以获得各被评价对象的模糊综合评价结果向量 B 。本文选择的算子为 $M(\wedge, \vee)$, 即:

$$b_j = \bigvee_{i=1}^6 (a_i \wedge r_{ij}) = \max_{1 \leq i \leq 6} \{ \min(a_i, r_{ij}) \}, \quad j = 1, 2, \dots, 6 \tag{15}$$

计算得到: $B=(0.06, 0.09, 0.09, 0.17, 0.17, 0.42)$ 。根据最大隶属度原则,FCEM确定的特征指标权重及排序结果如表7所示。

表6 RS法确定的特征指标权重与排序

Tab. 6 The weights and ranking of characteristic indicators determined by RS method

指标	拓扑相似度	距离相似度	属性相似度	方向相似度	分布范围相似度	分布密度相似度
权重	0.22	0.18	0.18	0.14	0.14	0.14
排序	1	2	2	3	3	3

表7 FCEM法确定的因子权重与排序

Tab. 7 The weights and ranking of characteristic indicators determined by FCEM method

指标	拓扑相似度	距离相似度	方向相似度	分布范围相似度	分布密度相似度	属性相似度
权重	0.42	0.17	0.17	0.09	0.09	0.06
排序	1	2	2	3	3	4

4.4 AHP-RS组合权重法

表8展示了在优化决策模型中, ϕ 取值为0.3~0.7时所得到的综合权重。

本文选取各因子 ϕ_i 分别为(0.6, 0.9, 0.7, 0.5, 0.4, 0.4), 由此计算得出综合权重为 $\omega_i=(0.36, 0.15, 0.10, 0.15, 0.12, 0.12)$ 。在此基础上, AHP-RS组合权重法确定的特征指标权重及排序结果如表9所示。

4.5 对比分析

将 AHP、RS、FCEM 及 AHP-RS 组合权重法所获得的权值进行比较, 如图4所示。

根据图4以及表4、表6、表7、表9的内容, 可以明显观察到 AHP 与 RS 所得到的权值存在显著差异。其中, AHP 确定的6个特征指标权值之间的差距在4种方法中最大, 拓扑相似度的权值高达0.42, 而属性相似度的权值仅为0.04, 而RS确定的6个特征指标权值之间的差距则最小, 其中权值最高的拓扑相似度与权值最低的方向相似度、分布密度相似度及分布范围相似度之间的差异仅为0.08。原因在于, AHP 作为一种主观赋权法, 容易受到决策者

主观因素的影响, 从而导致各特征指标权值差异较大, 属性相似度权值极小, 进而削弱了其在空间相似度计算模型中的影响程度, 导致评价结果失真。此外, AHP 与 RS 所得到的权重排序也存在差异, 尤其是在属性相似度这一指标的排序上, AHP 将其重要性排在第四位, 而 RS 则将其排在第二位, 这是由于 RS 作为一种客观权重确定方法, 虽然数学理论基础较为扎实, 但未能充分反映决策者对不同指标的重视程度, 可能导致确定的权重与实际情况不符, 甚至出现相悖的情况。

AHP 与 FCEM 所获得的权值差异较小, 其中拓扑相似度权值完全一致, 分布密度相似度和分布范围相似度之间的权值差异仅为0.01, 距离相似度、属性相似度以及方向相似度之间的权值差异为0.02。此外, 二者的权重排序完全也一致, 这是由于 FCEM 是 AHP 的一种扩展, 二者之间存在一定的内在联系, 尽管 FCEM 所得到的6个特征指标之间的权值差距为0.38, 相较于 AHP 得到的权值差距0.36有所缩小, 但改善效果并不显著, 仍有可能导致属

表8 综合权重

Tab. 8 Comprehensive weights

指标	属性相似度	分布范围相似度	分布密度相似度	距离相似度	方向相似度	拓扑相似度
AHP	0.06	0.09	0.09	0.17	0.17	0.42
RS	0.18	0.14	0.14	0.18	0.14	0.21
ϕ	0.2	0.17	0.13	0.13	0.16	0.14
	0.3	0.17	0.13	0.13	0.14	0.14
	0.4	0.17	0.12	0.12	0.13	0.14
	0.5	0.17	0.12	0.12	0.12	0.15
	0.6	0.16	0.11	0.11	0.11	0.15
	0.7	0.16	0.11	0.11	0.10	0.15
	0.8	0.16	0.10	0.10	0.08	0.15
	0.9	0.15	0.10	0.10	0.07	0.15

表9 AHP-RS组合权重法确定的因子权重与排序

Tab. 9 The weights and ranking of characteristic indicators determined by AHP-RS method

指标	拓扑相似度	距离相似度	属性相似度	方向相似度	分布范围相似度	分布密度相似度
权重	0.36	0.15	0.10	0.15	0.12	0.12
排序	1	2	4	2	3	3

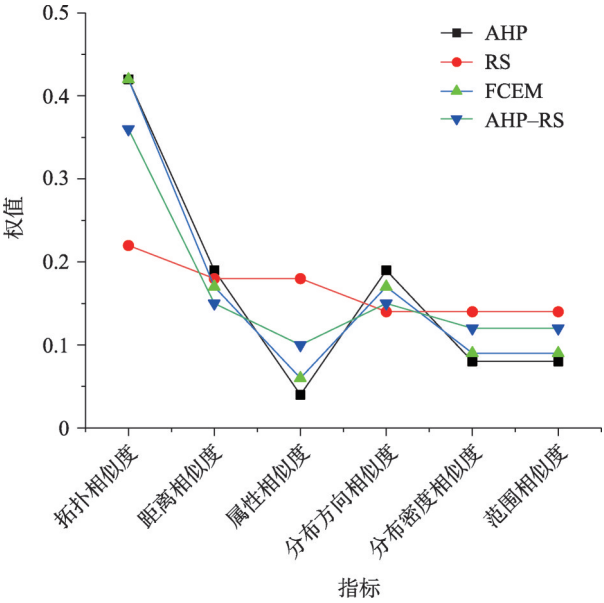


图4 4种方法确定的权值对比
Fig. 4 Comparison of the weights determined by the four methods

性相似度由于权值过小而引发的评价结果失真。

AHP-RS组合权重法所获得的权值排序与AHP及FCEM的权重排序完全一致,符合实际情况。该方法确定的6个特征指标权值间的差距为0.26,相较于AHP和FCEM所确定的权值间差距0.38和0.36,显示出显著改善。这一改善的原因在于,AHP-RS组合权重法作为一种主客观综合赋权方法,既考虑了决策者对各特征指标的重视与偏好程度,又具备相对完善的数学基础,从而减少了赋权过程中的主观随意性,实现了主观与客观的统一,使得各影响因子的赋权结果真实可靠。因此,本文最终选择AHP-RS组合权重法确定的权重 $\omega_{\text{拓扑}}$, $\omega_{\text{距离}}$, $\omega_{\text{属性}}$, $\omega_{\text{方向}}$, $\omega_{\text{分布范围}}$, $\omega_{\text{分布密度}}$ =(0.36, 0.15, 0.10, 0.15, 0.12, 0.12)作为点群目标空间相似度计算模型中各特征指标的权重。将该权重代入点群整体相似度公式 $SIM=\omega_i \cdot sim_i$ 中,得到不同尺度下点群空间相似度如表10所示。

表10 不同尺度下点群相似度
Tab. 10 Spatial similarity of point group at different scales

研究区	比例尺/万	点群空间相似度/%
兰州市城区	1:10~1:25	78.77
	1:10~1:100	36.94
	1:25~1:100	44.63
宁夏回族自治区	1:10~1:25	78.82
	1:10~1:100	42.29
	1:25~1:100	43.39

根据表10所示点群空间相似度,可以观察到:当比例尺由1:10万变更至1:25万时,点群目标间的相似度78.77%(78.82%)显著高于比例尺从1:10万变更至1:100万时的相似度36.94%(42.29%);同样,比例尺由1:25万变更至到1:100万时,点群目标间的相似度44.63%(43.39%)亦明显高于比例尺从1:10万变更至1:100万时的相似度36.94%(42.29%)。即,随着比例尺跨度的增大,点群目标间相似度逐渐降低;而随着比例尺的逐渐缩小,地图相似度也呈现出单调递减的趋势。这与人类在不同尺度下对点群相似度的认知相契合,某种程度上也反映了AHP-RS组合权重法所确定权重的合理性与有效性。

5 结论

本文基于AHP、RS、FCEM及AHP-RS组合权重法,分别计算了空间点群目标相似度计算模型中多个特征指标的权值及权重排序,包括属性相似度、分布范围相似度、分布密度相似度、距离相似度、方向相似度及拓扑相似度。通过对比分析,发现AHP确定的各特征指标权值之间存在较大差异,其中属性相似度的权值极小,削弱了其在空间相似度计算模型中的影响力,导致评价结果失真;另一方面,RS由于太过依赖客观数据,导致权重排序相较AHP发生变化,属性相似度排名与实际情况明显不符;尽管FCEM在一定程度上改善了AHP所确定的特征指标权值差异较大的问题,但改善效果并不显著,仅将权值差距从0.38减小至0.36。最终,本文采用AHP-RS组合权重法所获得的权重,该方法兼顾了主客观因素,显著缩小了权值间的差异,使得评价更接近真实情况。将该权重代入点群空间相似度计算模型后,结果显示,随着比例尺的逐渐缩小,点群空间相似度呈现单调递减的趋势,同时比例尺跨度越大,点群目标间的相似度越低,与人类对不同尺度下点群相似度的认知相一致,进一步验证了AHP-RS组合权重法确定的权重的合理性与有效性。

本文确定的特征指标的权重 $\omega_{\text{拓扑}}$, $\omega_{\text{距离}}$, $\omega_{\text{属性}}$, $\omega_{\text{方向}}$, $\omega_{\text{分布范围}}$, $\omega_{\text{分布密度}}$ =(0.36, 0.15, 0.10, 0.15, 0.12, 0.12),为点群目标空间相似度计算模型提供了客观且统一的权重值,这在很大程度上解决了以往在计

算群组目标(点群)间的空间相似关系时,各特征指标权重选取时存有明显主观偏向且常常依赖被试调查问卷获取的问题,为空间相似关系计算与地图综合提供了可靠的特征指标权重依据。

本文的不足之处:① AHP-RS组合权值法中经验因子的选取仍带有一定主观性,需进一步研究以提高其客观性;② 本文考虑的影响点群要素空间相似度计算的指标较为有限,未来研究还需考虑其他特征指标,并通过计算权值及权重排序选择更为合适的特征指标。

利益冲突: Conflicts of Interest

所有作者声明不存在利益冲突。

All authors disclose no relevant conflicts of interest.

作者贡献: Author Contributions

张映雪完成实验设计;张映雪完成实验操作;张映雪和闫浩文参与论文的写作和修改;所有作者均阅读并同意最终稿件的提交。

The study was designed by ZHANG Yingxue. The experimental operation was completed by ZHANG Yingxue. The manuscript was drafted and revised by ZHANG Yingxue and YAN Haowen. All the authors have read the last version of paper and consented for submission.

参考文献(References):

- [1] 陈军,赵仁亮. GIS空间关系的基本问题与研究进展[J]. 测绘学报,1999,28(2):95-102. [Chen J, Zhao R L. Spatial relations in GIS: A survey on its key issues and research progress[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 1999,28(2):95-102.]
- [2] 邓敏,李成名,刘晓丽. 论GIS空间关系描述中存在的几个基本问题[J]. 中国工程科学,2013,15(5):20-24. [Deng M, Li C M, Liu X L. Discuss of several basic problems in the GIS spatial relationship description[J]. Engineering Sciences, 2013, 15(5): 20-24.] DOI: 10.3969/j. issn. 1009-1742.2013.05.004
- [3] Goodchild M F. The validity and usefulness of laws in geographic information science and geography[J]. Annals of the Association of American Geographers, 2004,94(2): 300-303. DOI:10.1111/j.1467-8306.2004.09402008.x
- [4] 闫浩文. 空间相似关系的理论体系与潜在研究方向[J]. 测绘学报,2023,52(11):1962-1973. [Yan H W. Theoretical system and potential research issues of spatial similarity relations[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2023,52(11):1962-1973.] DOI:10.11947/j. AGCS.2023.20220695
- [5] Yan H W. Fundamental theories of spatial similarity relations in multi-scale map spaces[J]. Chinese Geographical Science, 2010,20(1): 18-22. DOI: 10.1007/s11769-010-0018-z
- [6] Li B N, Fonseca F. TDD: A comprehensive model for qualitative spatial similarity assessment[J]. Spatial Cognition & Computation, 2006, 6(1): 31-62. DOI: 10.1207/s15427633 scc0601_2
- [7] Li Z L, Huang P Z. Quantitative measures for spatial information of maps[J]. International Journal of Geographical Information Science, 2002,16(7):699-709. DOI:10.1080/13658810210149416
- [8] Chehreghani A, Ali Abbaspour R. An assessment of spatial similarity degree between polylines on multi-scale, multi-source maps[J]. Geocarto International, 2017,32(5): 471-487. DOI:10.1080/10106049.2016.1155659
- [9] 刘涛,杜清运,闫浩文. 空间点群目标相似度计算[J]. 武汉大学学报(信息科学版),2011,36(10):1149-1153. [Liu T, Du Q Y, Yan H W. Spatial similarity assessment of point clusters[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2011,36(10): 1149-1153.] DOI:10.13203/j. whugis2011.10.015
- [10] 李金玉,张椿玲. 一种不同尺度下点群目标相似度计算模型[J]. 遥感信息,2017,32(6):127-134. [Li J Y, Zhang C L. Spatial similarity assessment of point cluster method in multi-scale map spaces[J]. Remote Sensing Information, 2017,32(6):127-134.] DOI:10.3969/j. issn. 1000-3177.2017.06.021
- [11] 程绵绵,孙群,李少梅,等. 多尺度点群广义Hausdorff距离及在相似性度量中的应用[J]. 武汉大学学报(信息科学版),2019,44(6):885-891. [Cheng M M, Sun Q, Li S M, et al. Generalized Hausdorff distance of multi-scale point group and its application in similarity measurement[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2019,44(6):885-891.] DOI:10.13203/j. whugis20170305
- [12] Yang W F, Yan H W, Li J. Formula for calculating spatial similarity degrees between point clouds on multi-scale maps taking map scale change as the only independent variable[J]. Geodesy and Geodynamics, 2015, 6(2): 113-125. DOI:10.1016/j. geog.2015.03.002
- [13] 梅耀元,闫浩文,李强. 多尺度地理空间点状要素相似关系研究[J]. 测绘与空间地理信息,2010,33(2):18-20,24. [Mei Y Y, Yan H W, Li Q. Research on similarity relations of point features in multi-scale geographic space[J]. Geomatics & Spatial Information Technology, 2010, 33(2): 18-20, 24.] DOI:10.3969/j. issn. 1672-5867.2010.02.006

- [14] 何超,李萌,李婷婷,等.多目标综合评价中四种确定权重方法的比较与分析[J].湖北大学学报(自然科学版),2016,38(2):172-178. [He C, Li M, Li T T, et al. Comparison and analysis of the four methods of determining weights in multi-objective comprehensive evaluation[J]. Journal of Hubei University (Natural Science), 2016, 38(2): 172-178.] DOI:10.3969/j.issn.1000-2375.2016.02.015
- [15] Kilic O M, Ersayın K, Gunal H, et al. Combination of fuzzy-AHP and GIS techniques in land suitability assessment for wheat (*Triticum aestivum*) cultivation[J]. Saudi Journal of Biological Sciences, 2022, 29(4): 2634-2644. DOI: 10.1016/j.sjbs.2021.12.050
- [16] Lee S. Determination of priority weights under multiattribute decision-making situations: AHP versus fuzzy AHP[J]. Journal of Construction Engineering and Management, 2015, 141(2): 05014015. DOI: 10.1061/(asce)co.1943-7862.20000897
- [17] 许谦.确定模糊评价综合因素权重的一种方法[J].大学数学,2005,21(1):99-103. [Xu Q. A method of determining the weight of the factors of fuzzy comprehensive evaluation[J]. College Mathematics, 2005, 21(1): 99-103.] DOI: 10.3969/j.issn.1672-1454.2005.01.023
- [18] 孙立民.改进的粗糙集属性权重确定方法[J].计算机工程与应用,2014,50(5):43-45,59. [Sun L M. Improved method of attribute weight based on rough sets theory[J]. Computer Engineering and Applications, 2014, 50(5): 43-45, 59.] DOI:10.3778/j.issn.1002-8331.1209-0174
- [19] 谭宗凤.基于粗糙集的权重确定方法研究[D].桂林:广西师范大学,2012. [Tan Z F. Research on weight determination method based on rough set[D]. Guilin: Guangxi Normal University, 2012.]
- [20] Wang L, Guo Q B, Yu X X. Stability-level evaluation of the construction site above the goaf based on combination weighting and cloud model[J]. Sustainability, 2023, 15(9): 7222. DOI:10.3390/su15097222
- [21] 王汉斌,杨鑫.一种基于AHP-RS的组合权重确定方法[J].中国安全生产科学技术,2010,6(6):155-160. [Wang H B, Yang X. A new method of ascertaining weight based on analytic hierarchy process and rough set theory[J]. Journal of Safety Science and Technology, 2010, 6(6): 155-160.] DOI:10.3969/j.issn.1673-193X.2010.06.031
- [22] 江浩,褚衍东,闫浩文,等.多尺度地理空间点群目标相似关系的计算研究[J].地理与地理信息科学,2009,25(6):1-4. [Jiang H, Chu Y D, Yan H W, et al. Study on computation of similarity relationships of multi-scale point objects[J]. Geography and Geo-information Science, 2009, 25(6): 1-4.]
- [23] 丁克松,岳建伟,唐宏,等.矢量图形相似性度量方法研究进展[J].地理空间信息,2020,18(4):53-56,7. [Ding K S, Yue J W, Tang H, et al. Research on similarity measurement method of vector graphic[J]. Geospatial Information, 2020, 18(4): 53-56, 7.] DOI: 10.3969/j.issn.1672-4623.2020.04.013
- [24] 施建勇,闫浩文.点群分布要素地图综合的质量评价方法[J].矿山测量,2008,36(5):23-25,59,4. [Shi J Y, Yan H W. An approach to quality evaluation for generalized point features[J]. Mine Surveying, 2008, 36(5): 23-25, 59, 4.] DOI:10.3969/j.issn.1001-358X.2008.05.007
- [25] 闫浩文,王家耀.基于Voronoi图的点群目标普适综合算法[J].中国图象图形学报,2005,10(5):633-636. [Yan H W, Wang J Y. A generic algorithm for point cluster generalization based on voronoi diagrams[J]. Journal of Image and Graphics, 2005, 10(5): 633-636.] DOI:10.3969/j.issn.1006-8961.2005.05.017
- [26] Janowicz K, Raubal M, Kuhn W. The semantics of similarity in geographic information retrieval[J]. Journal of Spatial Information Science, 2011(2): 29-57. DOI: 10.5311/josis.2011.2.3
- [27] Andrea Rodríguez M, Egenhofer M J. Comparing geospatial entity classes: An asymmetric and contextdependent similarity measure[J]. International Journal of Geographical Information Science, 2004, 18(3): 229-256. DOI: 10.1080/13658810310001629592
- [28] Yan H W, Weibel R. An algorithm for point cluster generalization based on the Voronoi diagram[J]. Computers & Geosciences, 2008, 34(8): 939-954. DOI: 10.1016/j.cageo.2007.07.008
- [29] Liao W H, Hou D Z, Jiang W G. An approach for a spatial data attribute similarity measure based on granular computing closeness[J]. Applied Sciences, 2019, 9(13): 2628. DOI:10.3390/app9132628
- [30] 王超超,史霄,黄娟,等.多尺度地理空间点群目标相似度的分析与计算[J].商丘师范学院学报,2011,27(3):1-5. [Wang C C, Shi X, Huang J. Study on computation and analysis of similarity relationships of multi-scale point objects[J]. Journal of Shangqiu Normal University, 2011, 27(3): 1-5.] DOI:10.3969/j.issn.1672-3600.2011.03.001
- [31] 段晓旗,刘涛,武丹.基于层次分析法的多尺度点群目标相似度计算[J].地球信息科学学报,2016,18(10): 1312-1321. [Duan X Q, Liu T, Wu D. Spatial similarity assessment of point clusters in multi-scale map spaces based

- on analytic hierarchy process[J]. Journal of Geo-information Science, 2016, 18(10): 1312-1321.] DOI: 10.3724/SP.J.1047.2016.01312
- [32] 刘泉菲. 多尺度空间目标相似性度量研究[D]. 长沙: 长沙理工大学, 2018. [Liu Q F. Research on similarity measurement of multi-scale spatial targets[D]. Changsha: Changsha University of Science & Technology, 2018.]
- [33] 艾廷华, 刘耀林. 保持空间分布特征的群点化简方法[J]. 测绘学报, 2002, 31(2): 175-181. [Ai T H, Liu Y L. A method of point cluster simplification with spatial distribution properties preserved[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2002, 31(2): 175-181.] DOI: 10.3321/j.issn: 1001-1595.2002.02.016
- [34] 陆毅, 翟京生, 杜景海, 等. 数字海图点群状特征的识别、量测与综合[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2001, 26(2): 133-139. [Lu Y, Zhai J S, Du J H, et al. Recognition, measurement and generalization for point cluster features in digital nautical chart[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2001, 26(2): 133-139.] DOI: 10.3969/j.issn.1671-8860.2001.02.008
- [35] 姜晓琴, 闫浩文. 多尺度变换中建筑群空间相似度计算模型[J]. 测绘科学, 2017, 42(8): 8-14. [Jiang X Q, Yan H W. A spatial similarity computation model between building groups in multi-scale map space[J]. Science of Surveying and Mapping, 2017, 42(8): 8-14.] DOI: 10.16251/j.cnki.1009-2307.2017.08.002
- [36] 郝燕玲, 唐文静, 赵玉新, 等. 基于空间相似性的面实体匹配算法研究[J]. 测绘学报, 2008, 37(4): 501-506. [Hao Y L, Tang W J, Zhao Y X, et al. Areal feature matching algorithm based on spatial similarity[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2008, 37(4): 501-506.] DOI: 10.3321/j.issn: 1001-1595.2008.04.017
- [37] 陈杰, 韩亮, 梁洁. 多尺度空间面群目标相似性度量方法研究[J]. 山西大同大学学报(自然科学版), 2020, 36(6): 88-90. [Chen J, Han L, Liang J. Spatial similarity measurement for the multi-scale areal clusters[J]. Journal of Shanxi Datong University (Natural Science Edition), 2020, 36(6): 88-90.] DOI: 10.3969/j.issn.1674-0874.2020.06.025
- [38] 梁哲恒, 谢辉荣, 谢刚生. 空间点群目标相似度计算模型及应用[J]. 测绘通报, 2016(3): 111-114. [Liang Z H, Xie H R, Xie G S. Study on the calculation model of spatial grouped point object similarity and its application[J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2016(3): 111-114.] DOI: 10.13474/j.cnki.11-2246.2016.0100
- [39] 段晓旗, 刘涛, 武丹, 等. 空白区域对点群相似性特征因子的影响[J]. 测绘科学, 2016, 41(12): 75-80, 100. [Duan X Q, Liu T, Wu D, et al. Blank area influence on the similarity characteristic factors for point cluster[J]. Science of Surveying and Mapping, 2016, 41(12): 75-80, 100.] DOI: 10.16251/j.cnki.1009-2307.2016.12.016
- [40] 何敬, 刘仁义, 张丰, 等. 基于特征点群相似度计算模型的图像表示方法[J]. 浙江大学学报(理学版), 2017, 44(5): 599-605. [He J, Liu R Y, Zhang F, et al. An image representation method based on the similarity of feature points[J]. Journal of Zhejiang University (Science Edition), 2017, 44(5): 599-605.] DOI: 10.3785/j.issn.1008-9497.2017.05.016
- [41] 徐丰, 张琦, 牛继强, 等. 多尺度空间实体多目标相似性度量[J]. 测绘科学技术学报, 2021, 38(5): 514-520. [Xu F, Zhang Q, Niu J Q, et al. The multi-objective similarity measurement of multi-scale spatial entities[J]. Journal of Geomatics Science and Technology, 2021, 38(5): 514-520.] DOI: 10.3969/j.issn.1673-6338.2021.05.012
- [42] 邓雪, 李家铭, 曾浩健, 等. 层次分析法权重计算方法分析及其应用研究[J]. 数学的实践与认识, 2012, 42(7): 93-100. [Deng X, Li J M, Zeng H J, et al. Analytic hierarchy process weight calculation method analysis and its application research[J]. Mathematics in Practice and Theory, 2012, 42(7): 93-100.] DOI: 10.3969/j.issn.1000-0984.2012.07.012

■ 本文图文责任编辑: 黄光玉 蒋树芳